A topographic map with a compass and a pair of dividers overlaid on it. The compass is in the lower-left quadrant, and the dividers are in the upper-right quadrant. The map shows terrain with green and brown colors.

# **Рішення геодезичних завдань на топографічній основі**

**Доповідач: кандидат с.-г. наук, доцент  
Цицюра Ярослав Григорович**

## План лекційного заняття:

- 1. Вимірювання довжин ліній.**
- 2. Визначення прямокутних координат точок.**
- 3. Визначення висот точок, перевищень, крутості скатів.**
- 4. Орієнтування ліній на місцевості.**
- 5. Вимірювання дирекційних кутів.**
- 6. Побудова профілю місцевості за горизонталями.**
- 7. Розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач.**
- 8. Визначення площ по топографічній карті.**

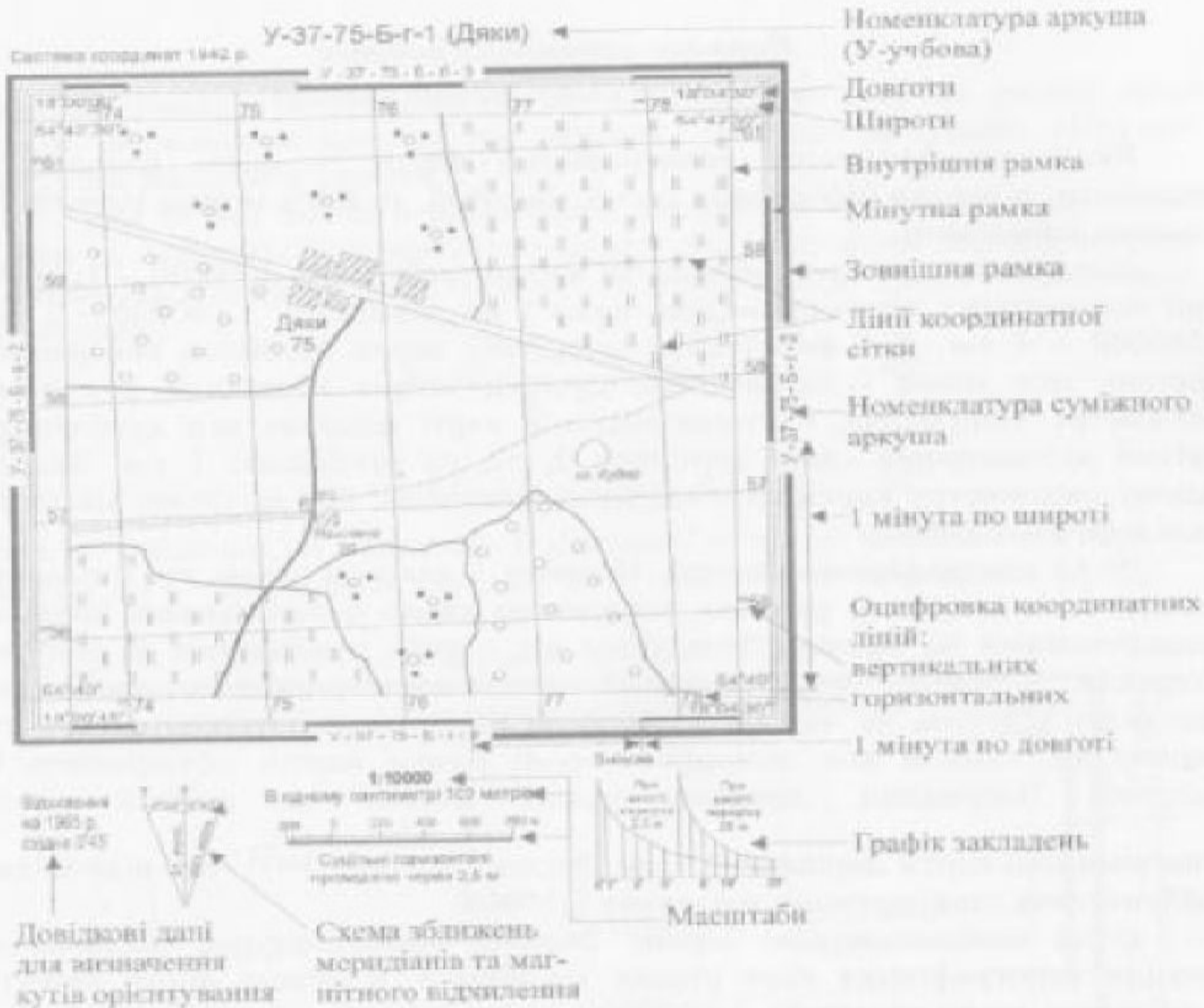
## ***Рекомендована література:***

- **Витковский В.В. Топография – Л.: 1940. – 680 с.**
- **Войславский Л.К. Характерные точки и характерные линии рельефа.– Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1986 вып.43, – С. 6 – 10**
- **Войславский Л.К. Дифференциальная цифровая модель рельефа. – Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1986, вып.44, – С. 10 – 19.**
- **Гиршберг М.А. Геодезия. Часть1 – М: Недра, 1967. – 384 с.**
- **ГОСТ 22268 –76. Геодезия. Термины и определения. – М.: Госстандарт СССР, 1976. – 32 с.**
- **Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500 (ГКНТА – 2.04 – 02 –18) – К: 1998.**
- **Костецька Я.М. Геодезичні прилади. Частина 2. Електронні геодезичні прилади . – Львів: ІЗ мн, 2000. – 324 с.**
- **Лисицкий Д.В. Основные принципы цифрового картографирования местности . – М.: Недра, 1988.–261 с.**
- **Маслов А.В., Гордеев А.В., Александров Н.Н., Соберайский К.С., Батраков Ю. Г. Геодезия. – М.: Недра, 1972. – 528 с.**
- **Неумывакин Ю.К., Халугин Е.И., Кузнецов П.Н., Бойко А.В.. Топографические съемки. Справочное пособие. – М.: Недра, 1991.– 317 с.**

## ***Питання на самотійне вивчення***

- 1. Магнітне поле Землі та його роль у вирішенні геодезичних задач*
- 2. Історія вчення про азимутути і румби*
- 3. Магнітні аномалії Землі та їх вплив на визначення геодезичних координат*
- 4. Електронні та супутникові методи орієнтування на місцевості*

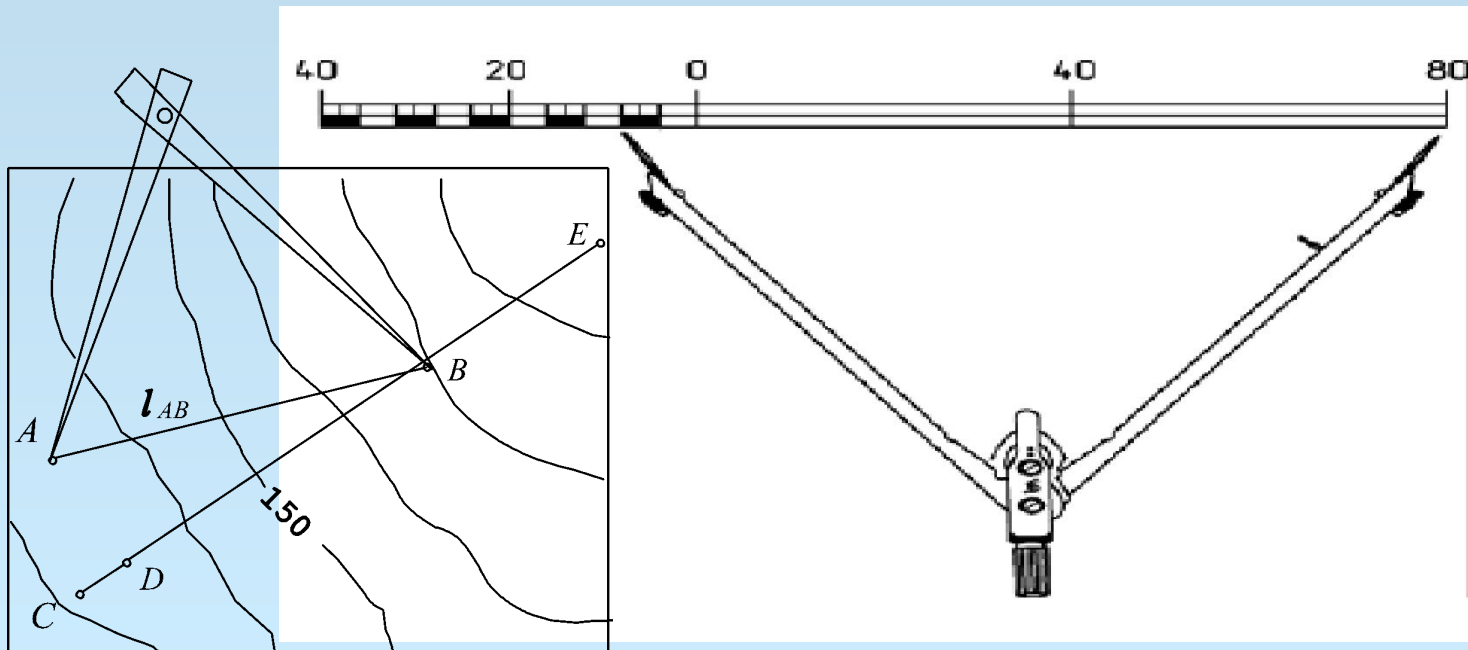
# ***1. Вимірювання довжин ліній***

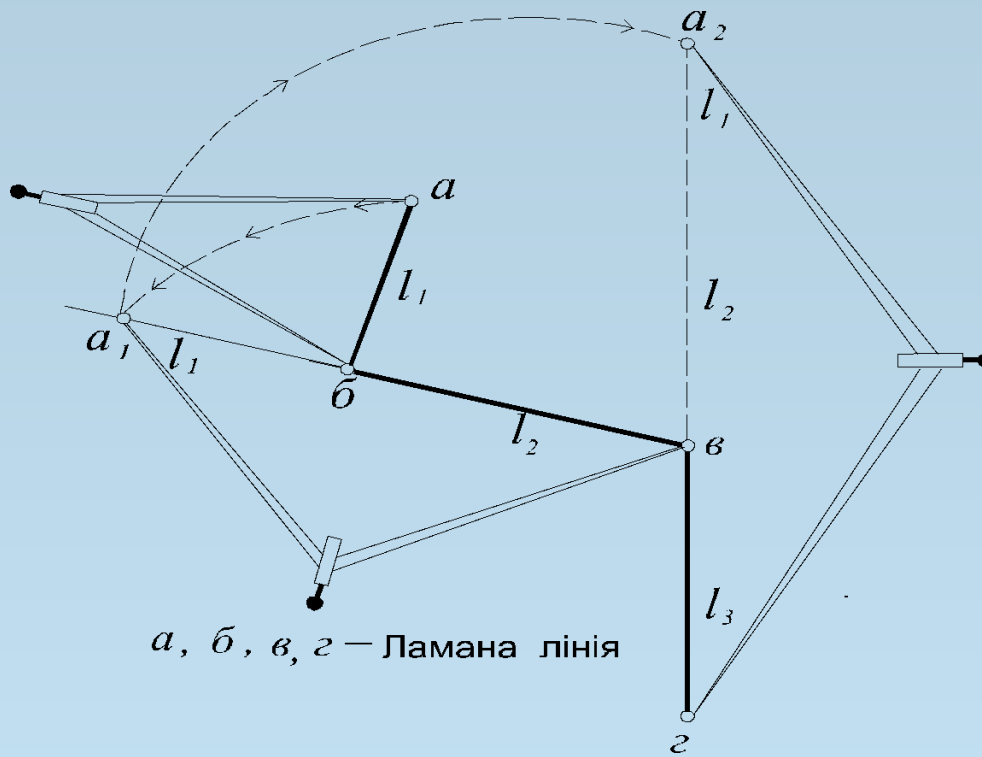


**Загальна структура топографічної карти**

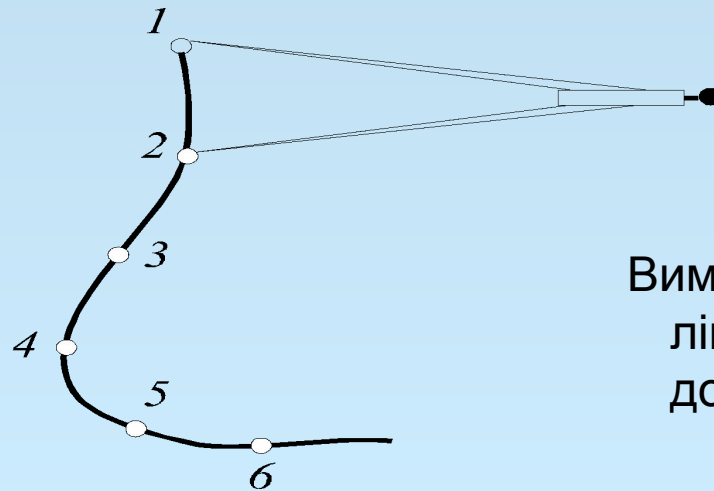
Для вимірювання прямих відрізків ліній на карті або плані використовують масштаби: чисельний, лінійний, поперечний. Відрізки ліній вимірюють за допомогою лінійок або вимірників. Шукане горизонтальне прокладення  $S$  обчислюють як добуток довжини відрізка  $l$ , вимірюваного на плані, й знаменника масштабу  $M$ .

$$S = l \cdot M.$$



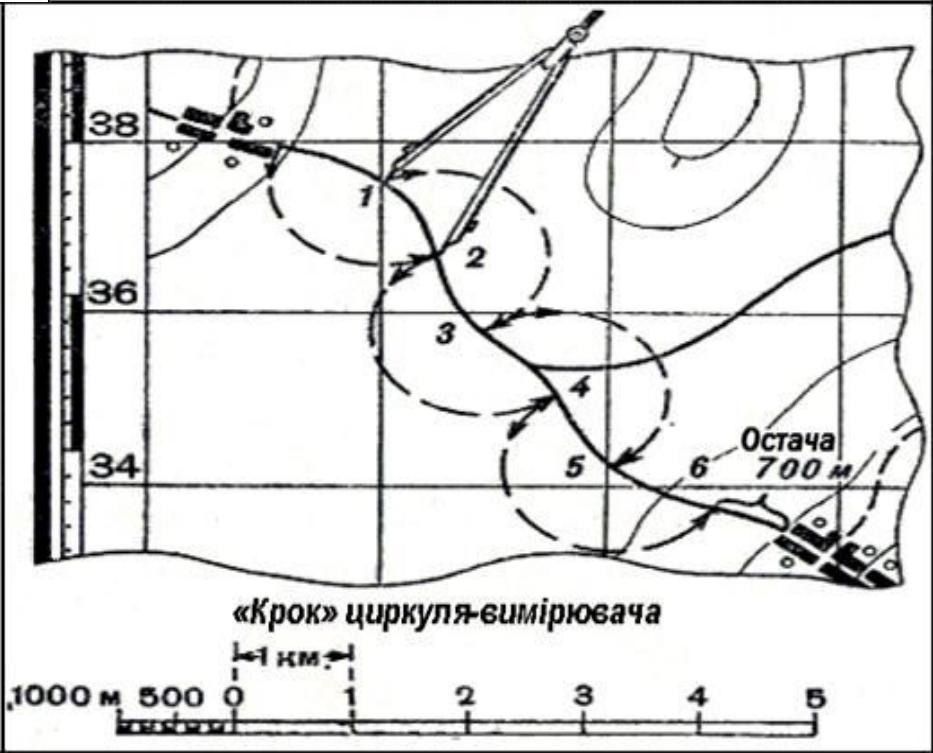
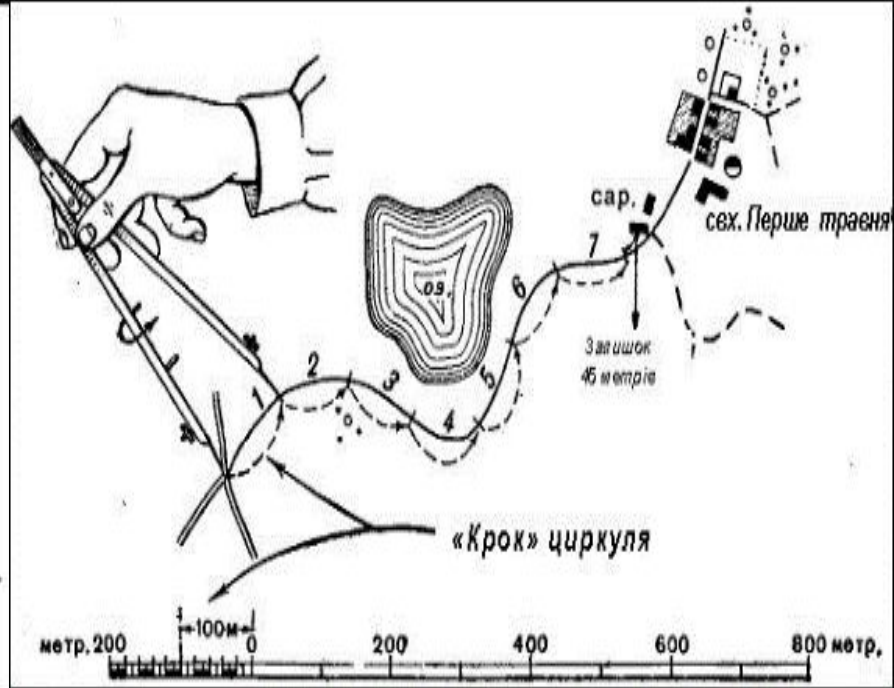
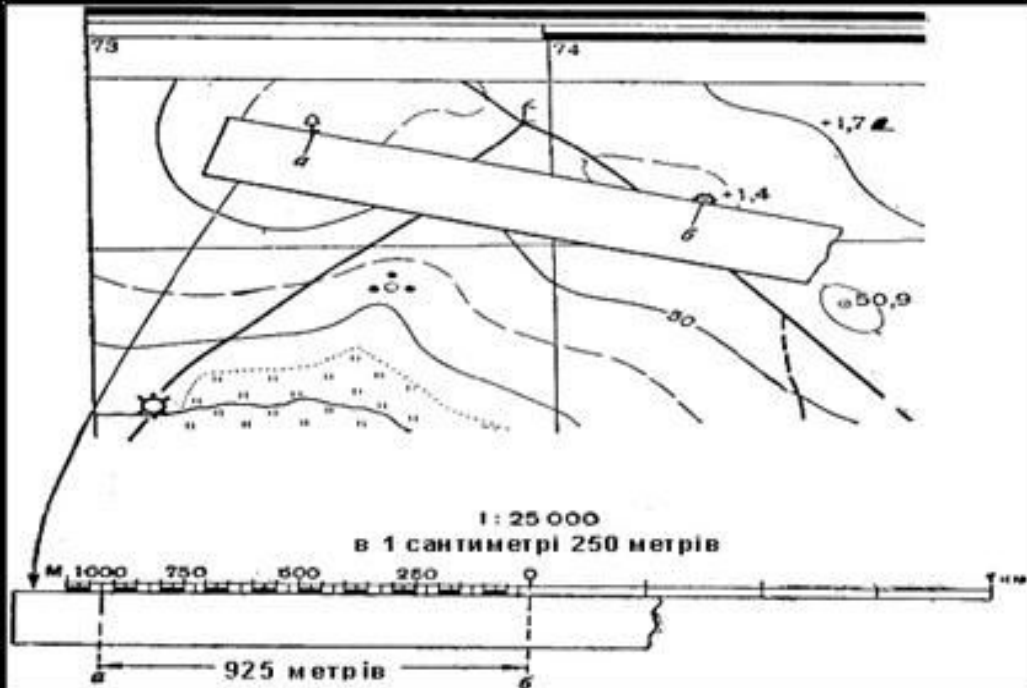


### Вимірювання ламаної лінії



Вимірювання хвилястої лінії на топокарті за допомогою циркуля



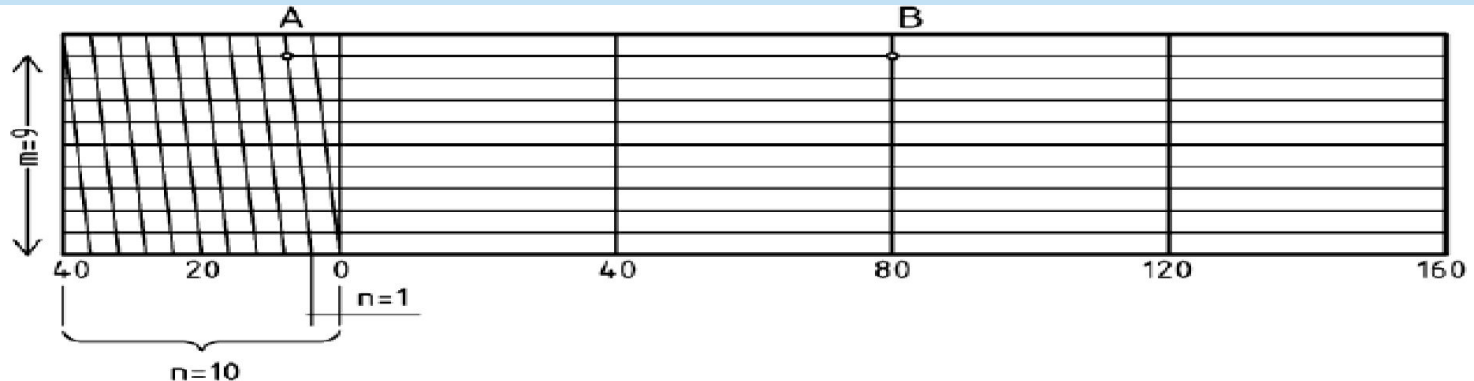


- З метою підвищення точності вимірювань використовують **поперечний масштаб**. Для масштабу 1:2000 основа поперечного масштабу (2 см) буде дорівнювати 40 м. Одна десята частини основи дорівнює 4 м, одна сота частина основи – 0.4 м. Взявши в розхил циркуля-вимірника відстань між точками А і В, прикладають циркуль-вимірник до поперечного масштабу, суміщають праву ніжку з перпендикуляром, який відповідає 80 м. Переміщують циркуль-вимірник уверх доти, доки ліва ніжка не співпаде з однією з похилих ліній лівої основи.

В такому випадку довжина лінії АВ складатиме суму відрізків, які дорівнюють:

- числу цілих основ (а)  $2 \times 40 = 80$  м;
- числу десятих частин основи (n)  $1 \times 4 = 4$  м;
- числу сотих частин основи (m)  $9 \times 0.4 = 3,6$  м.
- Тобто

$$S_{AB} = 80\text{м} + 4\text{м} + 3.6\text{м} = 87.6\text{м}.$$



Тоді шукана довжина  $KM$  буде складатися з суми відрізків, що дорівнюють:

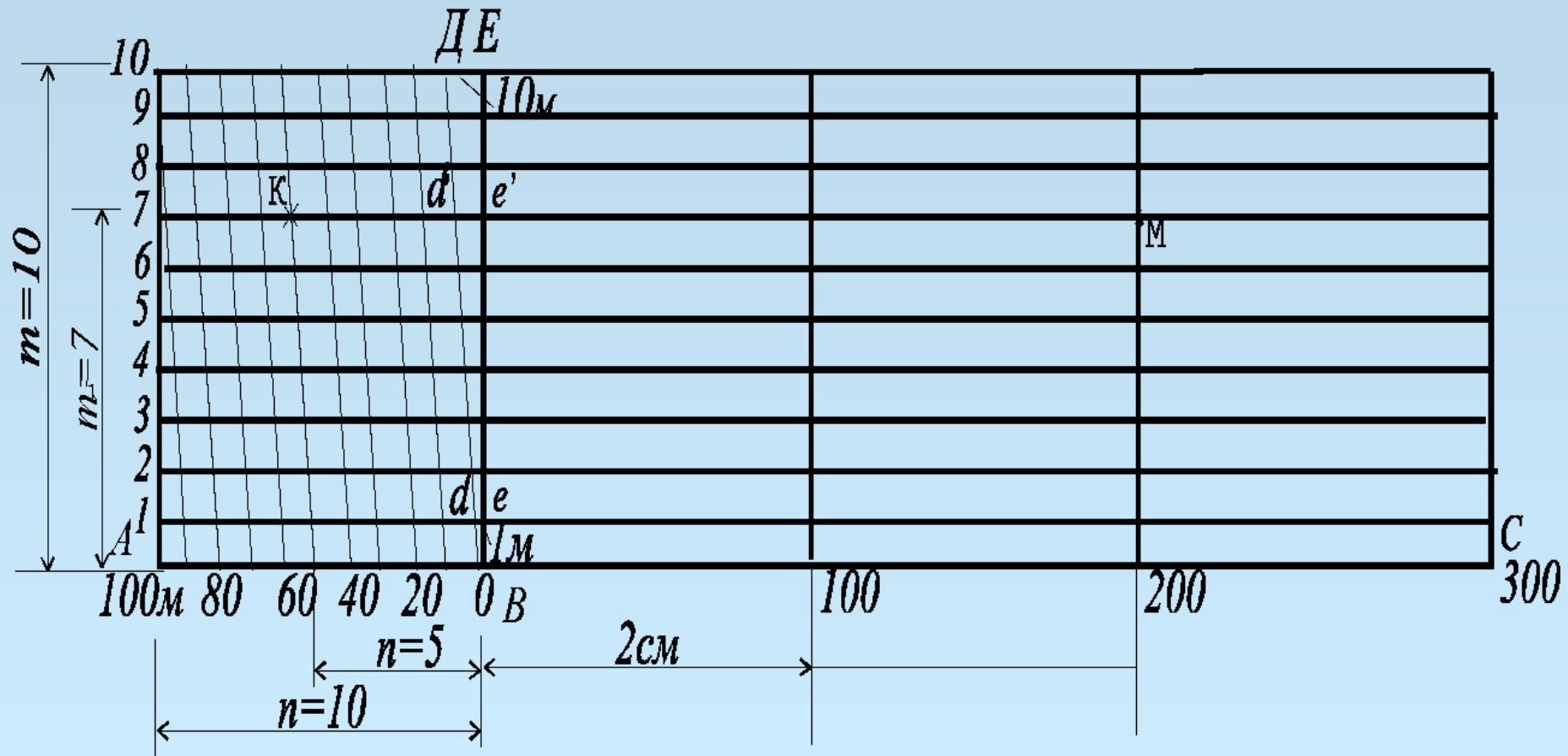
числу цілих основ -  $2 \times 100\text{м} = 200\text{м}$ ;

числу десятих часток основи  $n \times a = 5 \times 10\text{м} = 50\text{м}$ ;

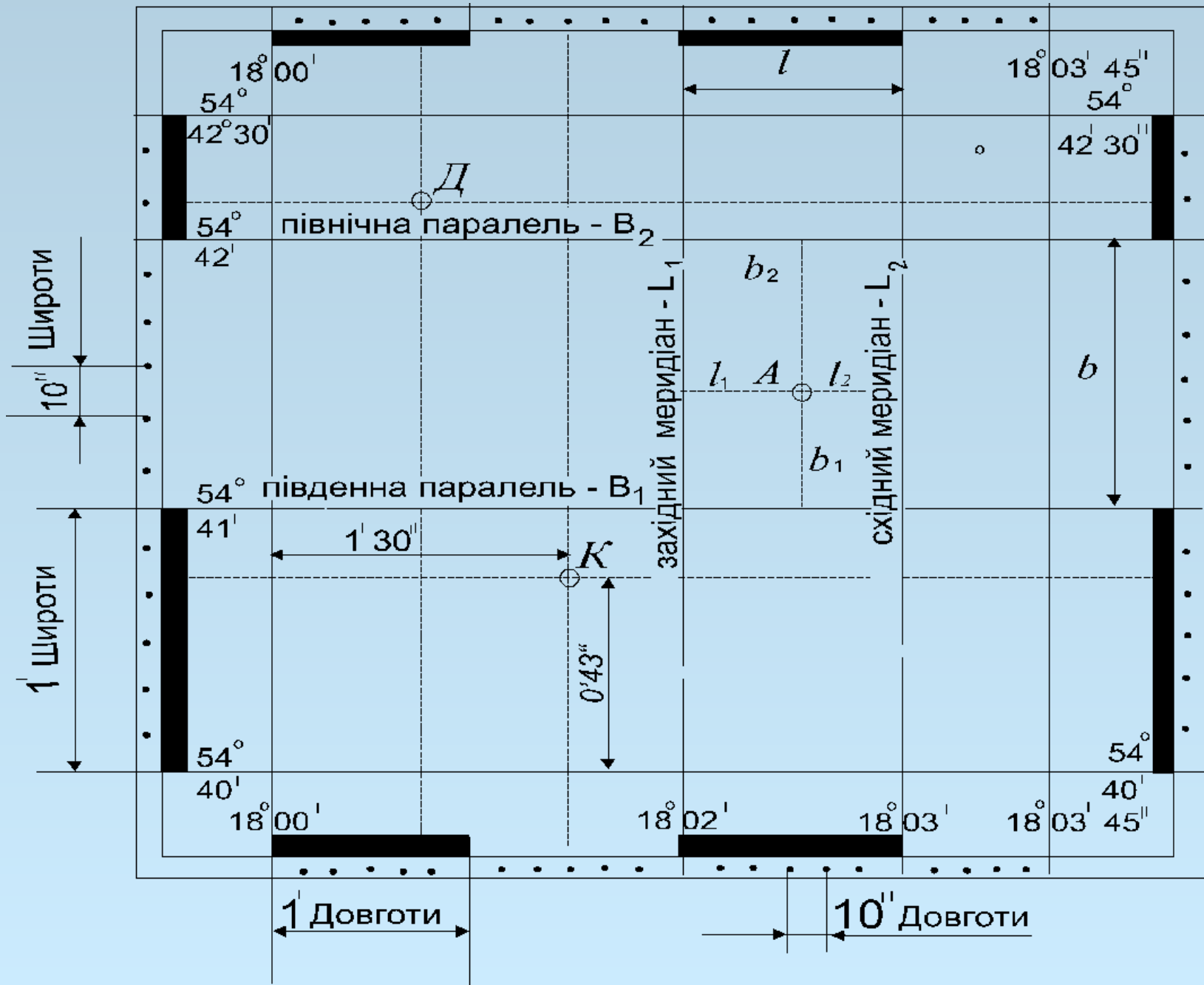
сотим часткам основи  $m \times a = 7 \times 1\text{м} = 7\text{м}$ .

Тоді  $KM = 200 + 50 + 7 = 257\text{м}$ .

*в 1 сантиметрі 50 метрів*



## ***2. Визначення прямокутних координат точок***



*Приклад.* Треба визначити географічні координати точки  $K$ , причому секунди достатньо визначити приблизно.

Для цього через задану точку  $K$  паралельно до сторін рамки проводять дві взаємно перпендикулярні лінії (паралель і меридіан). Додаючи до широти південно-західного кута рамки ( $B = 54^\circ 40'$ ) кількість мінут та секунд, відрахованих по градусній рамці від південної границі листа до паралелі, проведеної через точку  $K$ , отримаємо широту точки  $K$ :

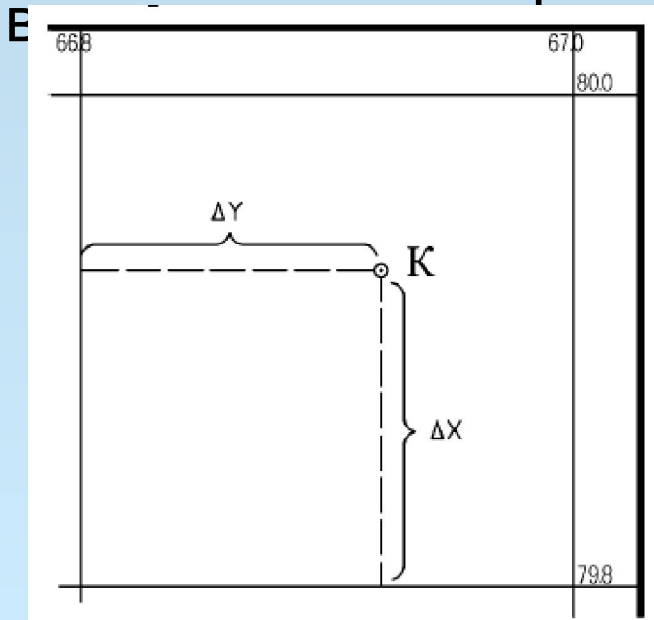
$$B_k = 54^\circ 40' + 00'43'' = 54^\circ 40'43''.$$

Кількість мінут та секунд, що знаходяться між західною границею листа карти і меридіаном, проведеним через точку  $K$ , додають до довготи південно-західного кута карти  $L =$

$$L_k = 18^\circ 00' + 01'30'' = 18^\circ 01'30''.$$

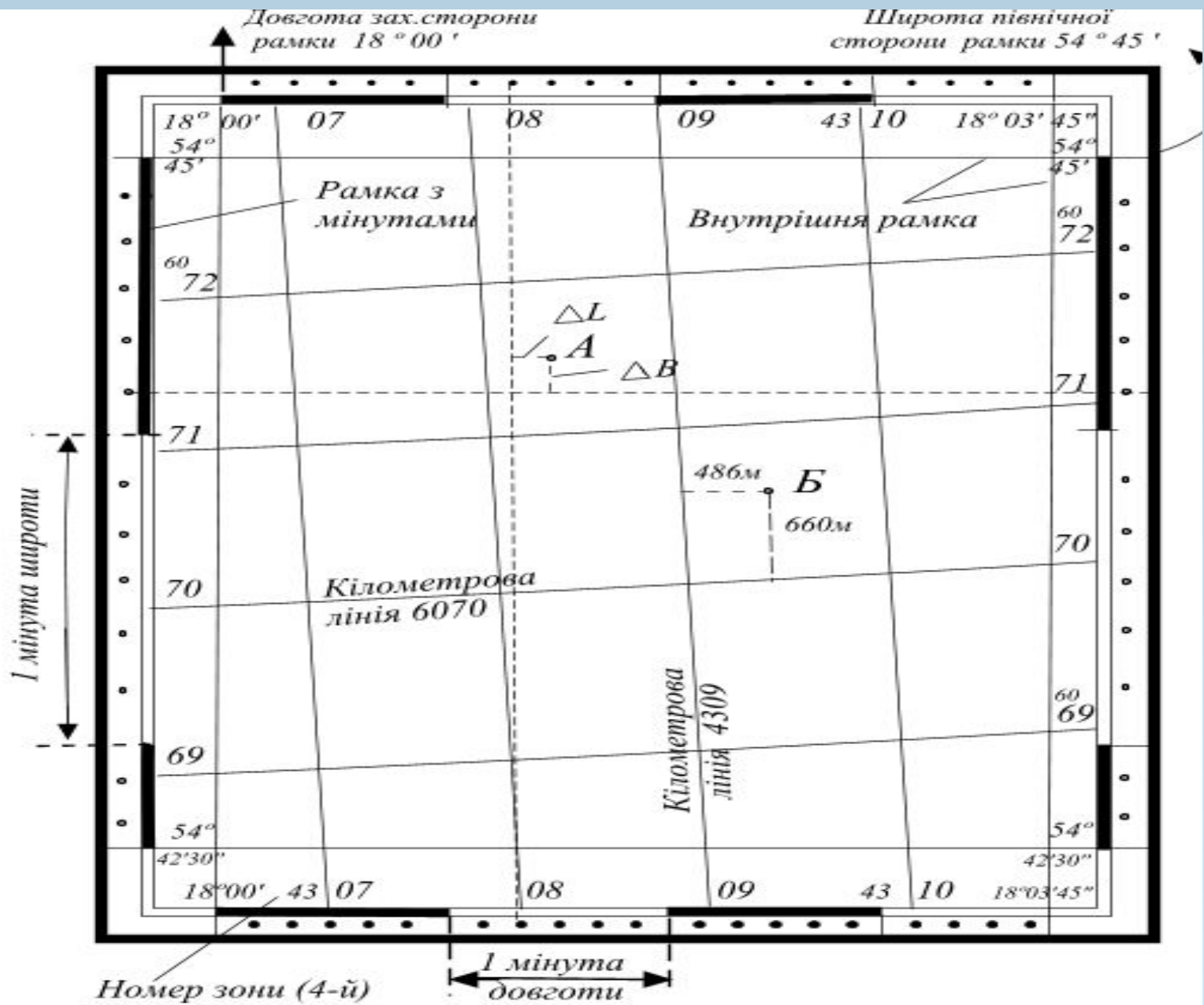
## ***Прямокутні координати точок*** $(x, y)$

визначають відносно ліній координатної сітки. Для цього спочатку визначають координати  $x_i$  та  $y_i$  південно-західного кута квадрата, в якому знаходиться точка. З даної точки опускають перпендикуляри на західну та південну сторони квадрата і за допомогою чисельного або поперечного масштабу визначають їх довжину, отримуючи таким чином прирости  $\Delta x$  і  $\Delta y$ . Тоді прямокутні координати  $x, y$  заданої точки



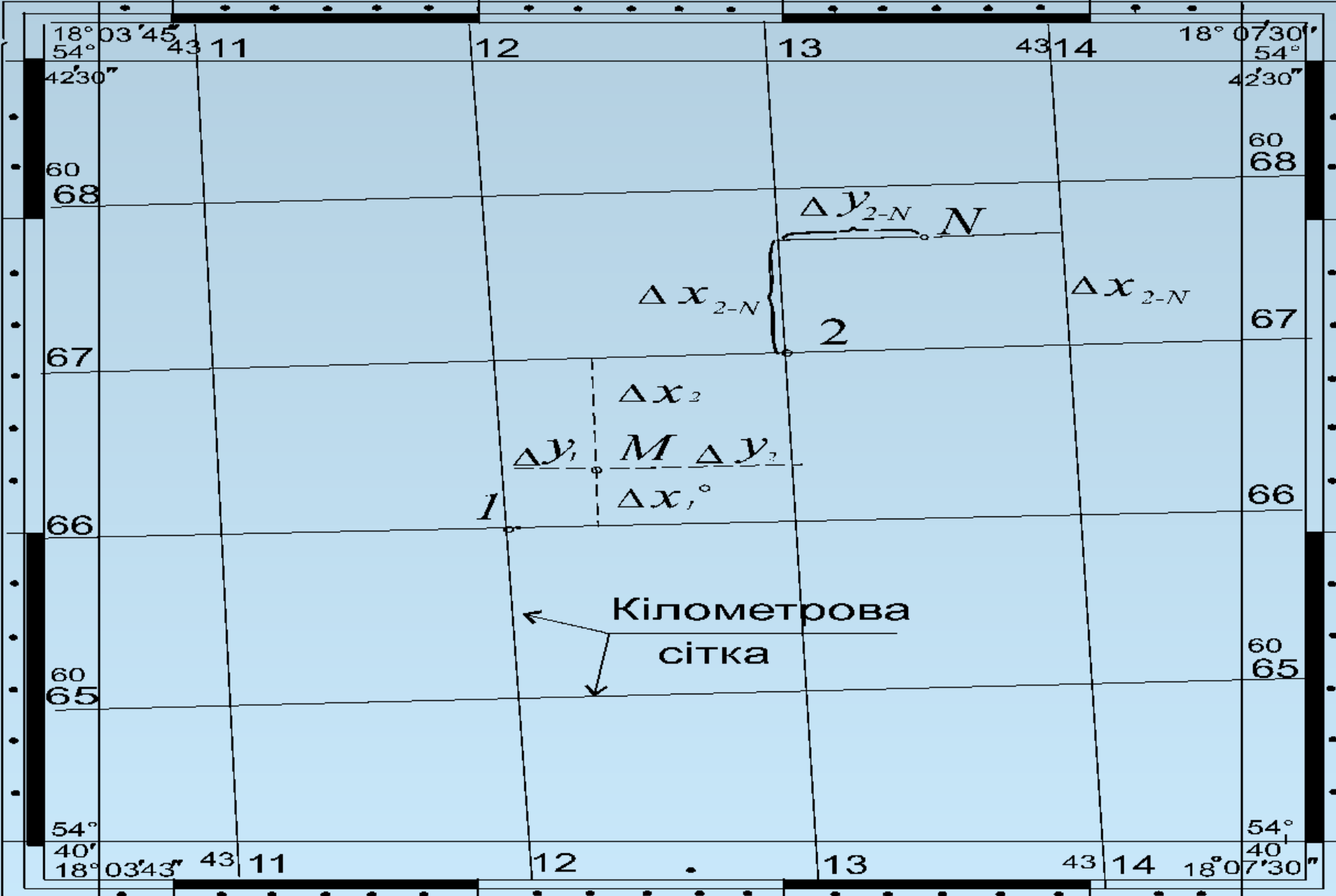
$$x_K = x_i + \Delta x,$$

$$y_K = y_i + \Delta y,$$



**Значення прямокутних та геодезичних координат точок А і Б**





**Визначення прямокутних координат точок по карті  
масштабу 1:10000**

**Визначити прямокутні координати точки  $M$  по карті масштабу 1:10000.**

Проводимо через точку  $M$  два перпендикуляри на сторони квадрата, в межах якого розміщена ця точка. Користуючись кілометровою сіткою, визначаємо прямокутні координати південно-західного кута 1 квадрата, що обмежує точку  $M$ :

$$x_1 = 6066000\text{м} ; y_1 = 4312000\text{м},$$

де перша цифра 4 в координаті  $y$  є номером 6-градусної зони.

Виміряні значення = 280м; = 400м.

За формулою визначають координати точки  $M$ :

$$x_M = 6066000\text{м} + 280\text{м} = 6066280\text{м}, \quad y_M = 4312000\text{м} + 400\text{м} = 4312400\text{м}.$$

Для контролю визначають координати точки  $M$  відносно північно-східного кута 2 квадрата, координати якого дорівнюють (читаємо по карті):

$$x_2 = 6067000\text{м}, \quad y_2 = 4313000\text{м}.$$

Виміряні по карті прирости координат складають: = - 721м, = - 599м.

Тоді:  $x_M = 6067000\text{м} - 721\text{м} = 6066279\text{м}$ ,  $y_M = 4313000\text{м} - 599\text{м} = 4312401\text{м}$ .

Розбіжності між двома визначеннями координат  $x_M$  і  $y_M$  дорівнюють: 1м, що не перевищує величини 0.2мм в масштабі карти.

**Нанести точку  $N$**  на карту по її прямокутних координатах:  $x_N = 6067710\text{м}$  ,  $y_N = 4313520\text{м}$ .

Відкинувши три останні цифри в заданих координатах (тобто за числом цілих кілометрів), визначають квадрат, в якому розміщена точка  $N$  і координати  $x_2$  і  $y_2$  його південно-західного кута:

$$x_2 = 6067\text{км} = 6067000\text{м}, \quad y_2 = 4313\text{км} = 4313000\text{м}.$$

Приріст по осі абсцис дорівнює:

$$\mathbf{2-N = x_N - x_2 = 710\text{м},}$$

а по осі ординат:

$$\mathbf{2-N = y_N - y_2 = 520\text{м}.$$

Відкладаємо у масштабі карти приріст  $2-N$  від південної лінії квадрата по бокових сторонах і з'єднуємо одноіменні значення абсциси лінією, на якій в масштабі карти від західної сторони відкладаємо приріст  $2-N$ , отримуємо положення точки  $N$  на карті.

***3. Визначення висот точок,  
перевищень, крутості скатів***

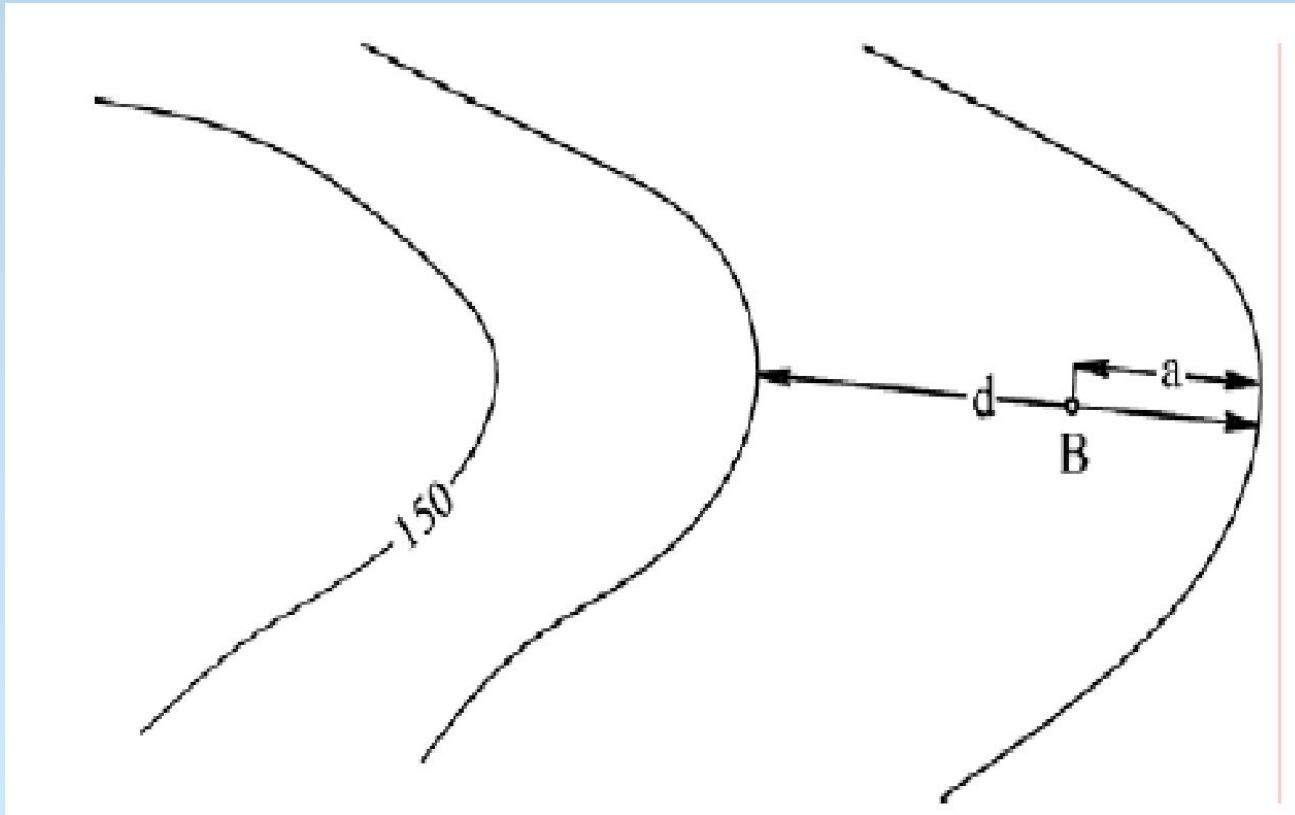
**Висоти точок** визначають за горизонталями. Якщо точка знаходиться на горизонталі, її висота дорівнює висоті даної горизонталі. Якщо точка знаходиться між горизонталями, то її висоту визначають за формулою

$$H = H_0 + h,$$

- де  $H_0$  – відмітка найближчої до точки горизонталі;
  - $h$  – перевищення точки над горизонталлю.
  - Враховуючи, що висота між сусідніми горизонталями змінюється пропорційно закладенню, для обчислення перевищення ( $h$ ) використовують формулу
- $$h = \frac{a}{d} \cdot h_{в.с.},$$
- де  $d$  – закладення;
  - $a$  – відстань від точки до найближчої горизонталі;
  - $h_{в.с.}$  – висота перетину рельєфу.

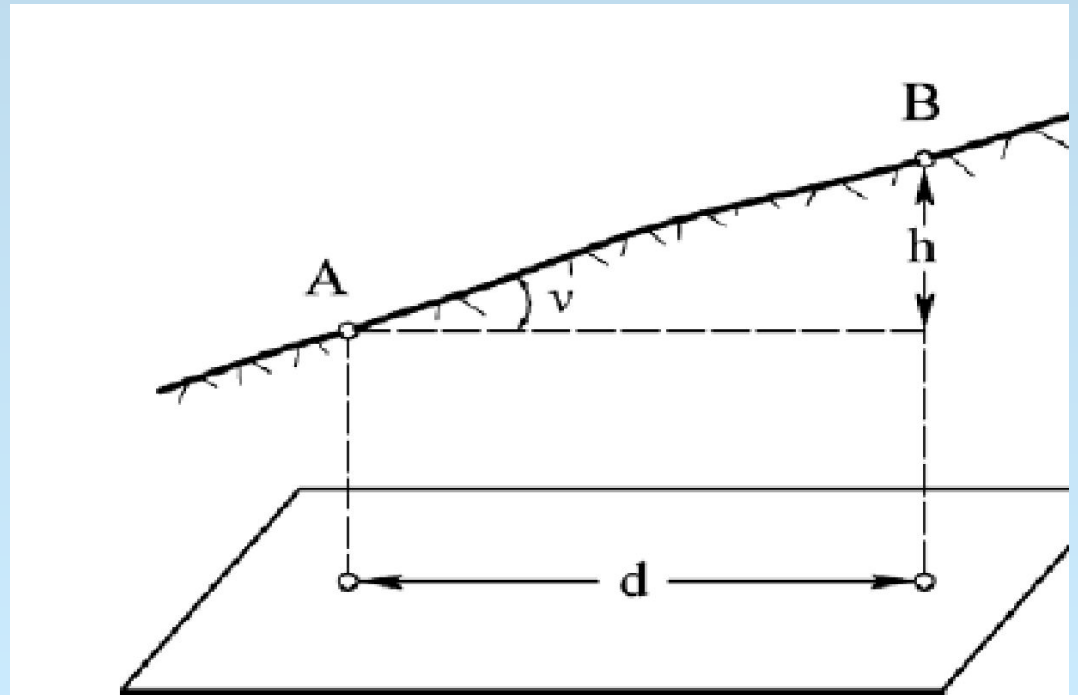
Якщо відомі висоти двох точок  $HA$  і  $HB$ , перевищення між ними  $h_{AB}$  обчислюють за формулою

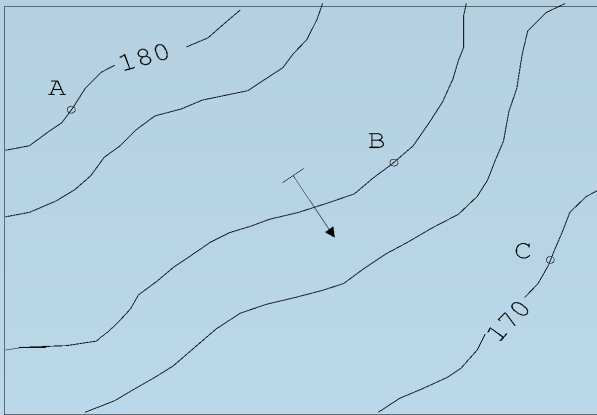
$$h_{AB} = H_B - H_A,$$



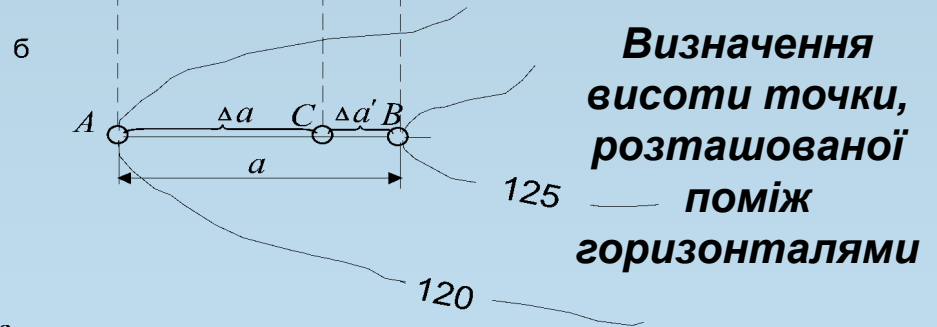
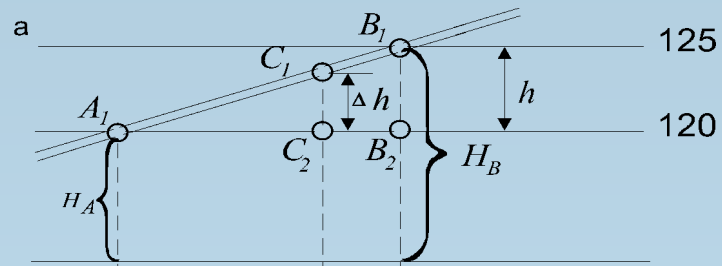
За обчисленим **перевищенням**  $h$  між початковою і кінцевою точками лінії і **горизонтальним прокладенням**  $d$  між ними можна визначити крутість ската. Мірою крутості скату лінії виступає її **ухил**  $i$ , який визначається тангенсом кута нахилу  $v$ .

$$i = \operatorname{tg} v = \frac{h}{d}.$$





**Визначення висот точок, які розташовані на горизонталі**

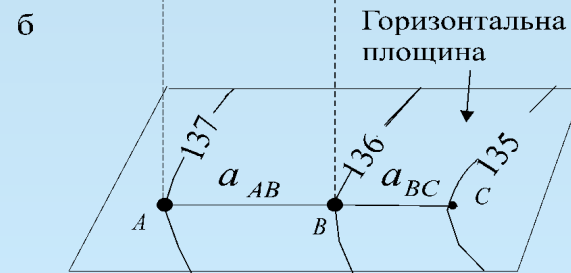
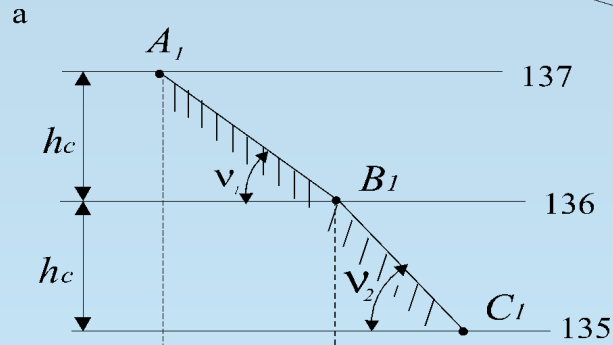


**Визначення висоти точки, розташованої між горизонталями**



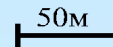
Висота перетину рельєфу 2,5м

**Визначення висоти характерних точок місцевості**

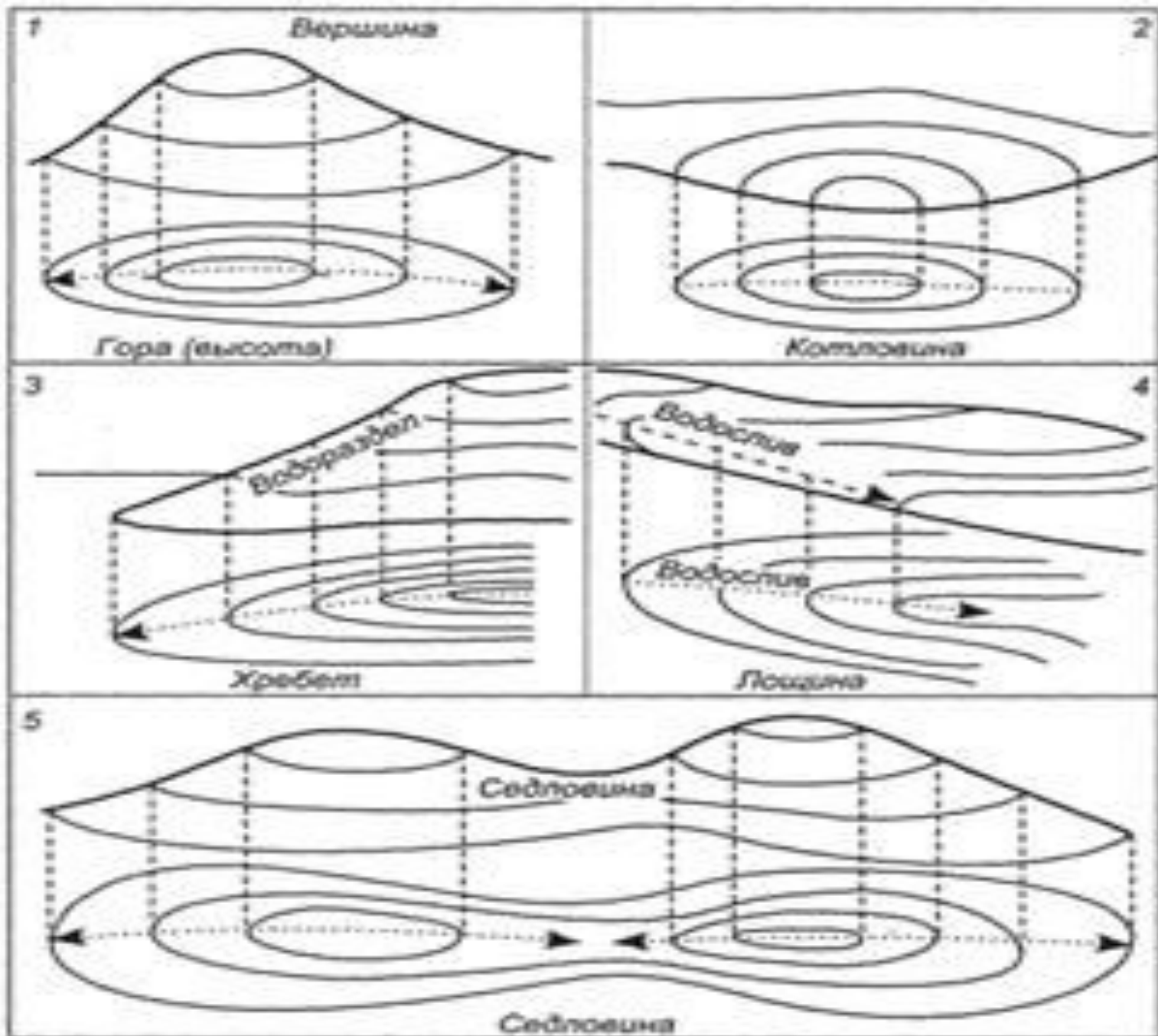


**Визначення крутизни (стрімкості) схилу**

Висота перетину рельєфу 1м  
масштаб 1:5000

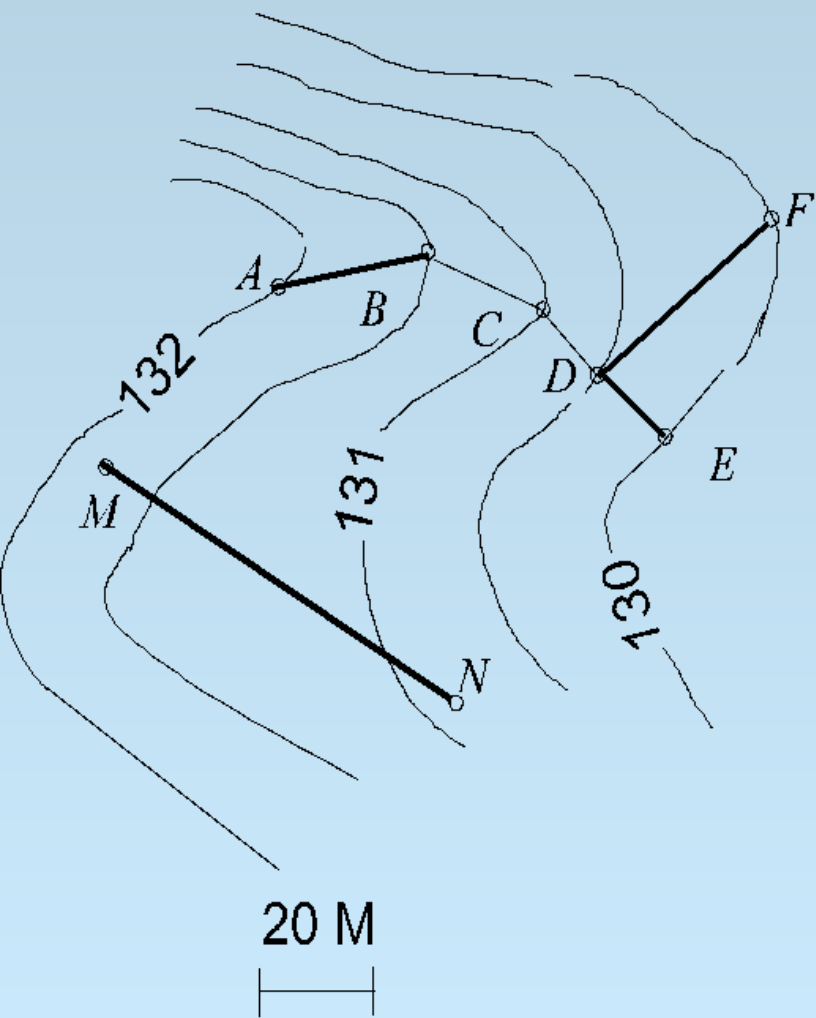




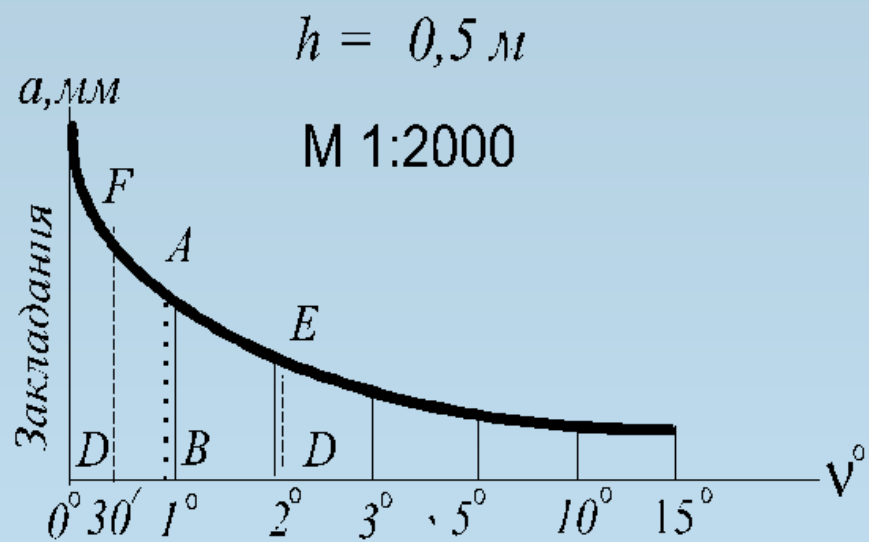


Изображение горизонталями основных форм рельефа

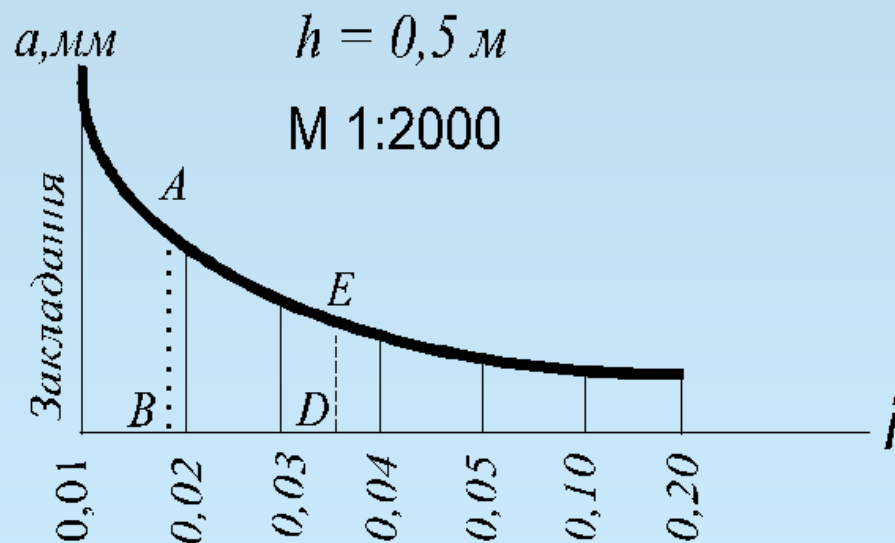
а



б

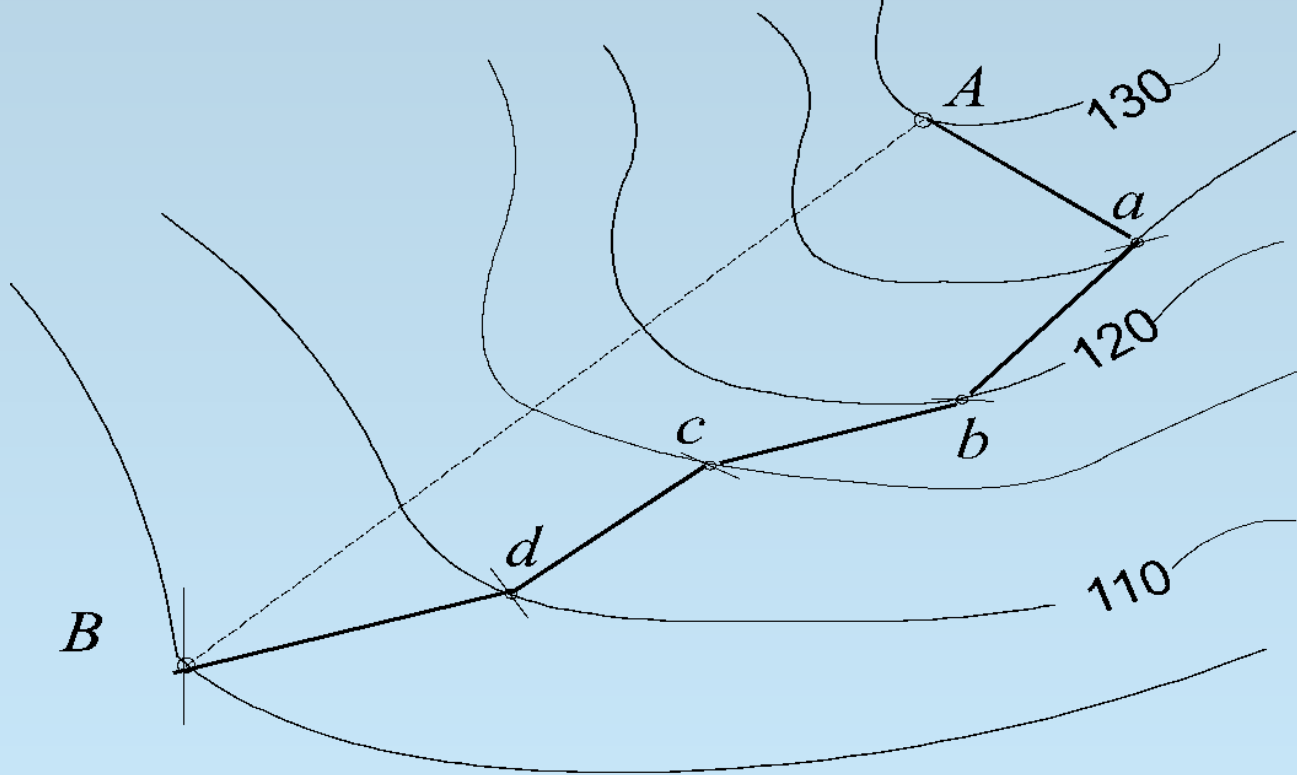


в



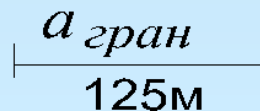
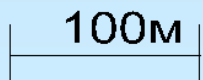
**Визначення напрямку і крутості схилу**

# Схема побудови лінії заданого ухилу



1:10000

Висота перетину рельєфу 5м



**Приклад.** На плані масштабу 1:10000 з висотою перетину

рельєфу  $h_c = 5\text{м}$  запроєктувати трасу дороги від пункту  $A$  в пункт  $B$  з умовою, що граничний ухил не повинен перевищувати 40 %, або 4 %.

- За формулою (4.13) знаходимо величину закладання, яка відповідає граничному ухилу 4% при висоті перетину  $h_c = 5\text{м}$ .

$$\frac{1000h_c}{M i_{гран}} = \frac{1000 \times 5}{10000 \times 0.04}$$

- $a_{гран} = 12.5\text{мм}$

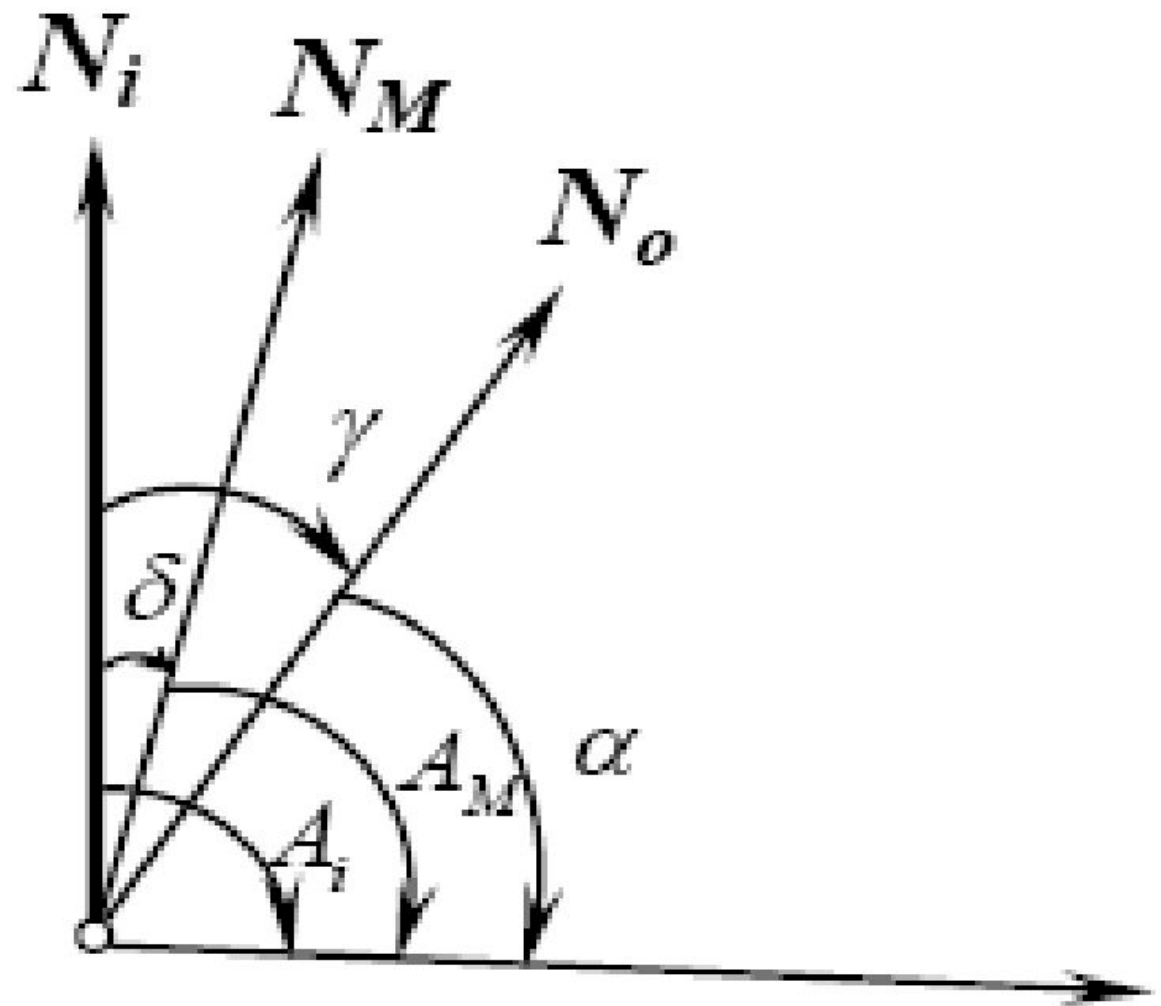
- Для проведення між початком (точка  $A$ ) і кінцем (точка  $B$ ) траси з уклоном, що не перевищує граничне значення (40 %), беремо в розхил вимірювача величину закладання  $a_{гран} = 12.5\text{ мм}$ , і від точки  $A$  в напрямку траси дугою перетинаємо суміжну горизонталь в точці  $a$ . З точки  $a$  тим самим розхилом вимірювача аналогічно отримуємо точку  $b$ , з неї засічкою отримуємо точку  $c$  і т.д. На ділянці  $dB$  віддаль між горизонталями 110.0м та 105.0 м більша від розхилу вимірювача. Це значить, що ухил місцевості на ділянці  $dB$  менший від граничного. Тому лінію траси проводимо за найкоротшим напрямком на точку  $B$ . З'єднавши усі точки прямими лініями, отримаємо ламану лінію заданого ухилу, що не перевищує граничне значення  $i_{гран} = 40\%$

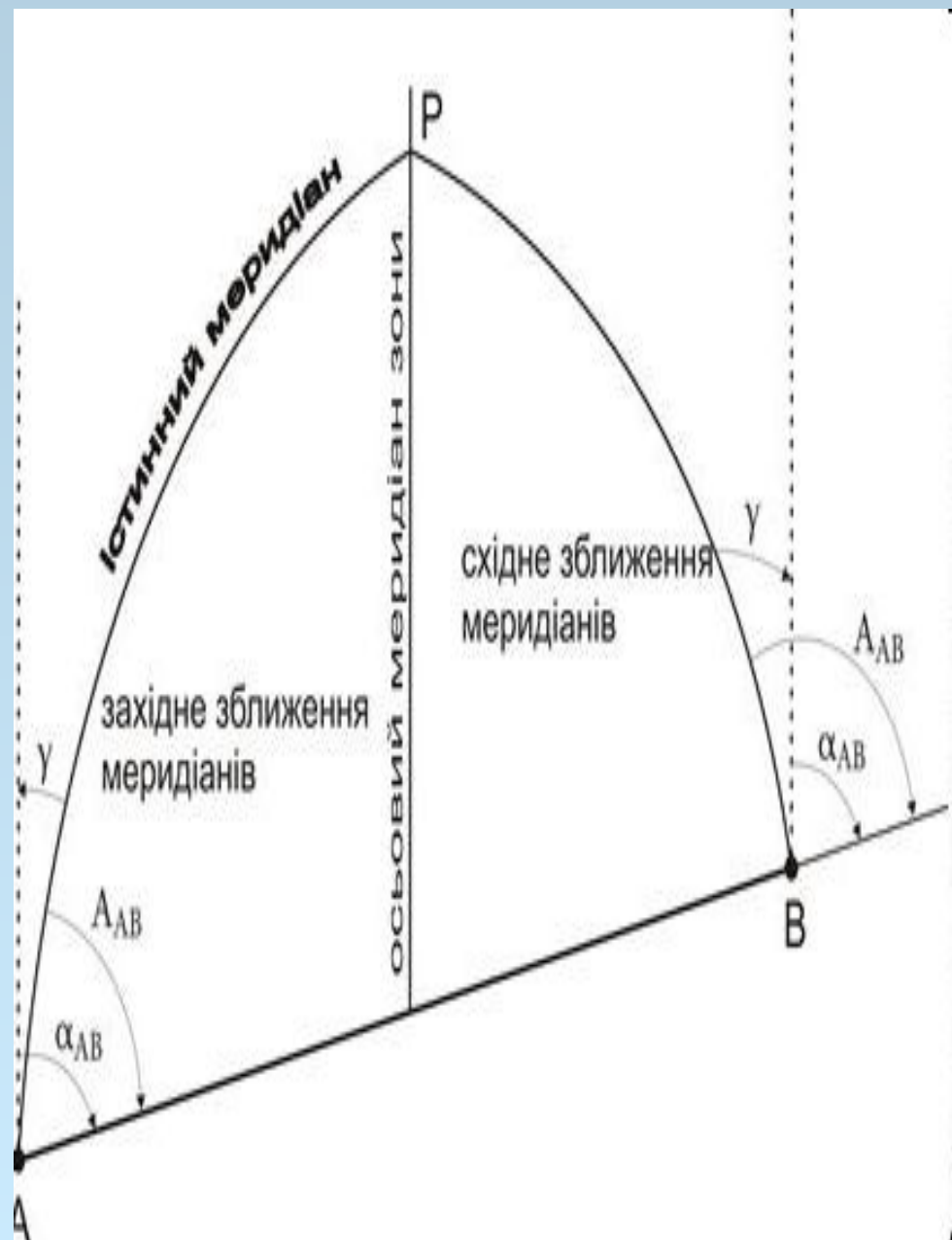
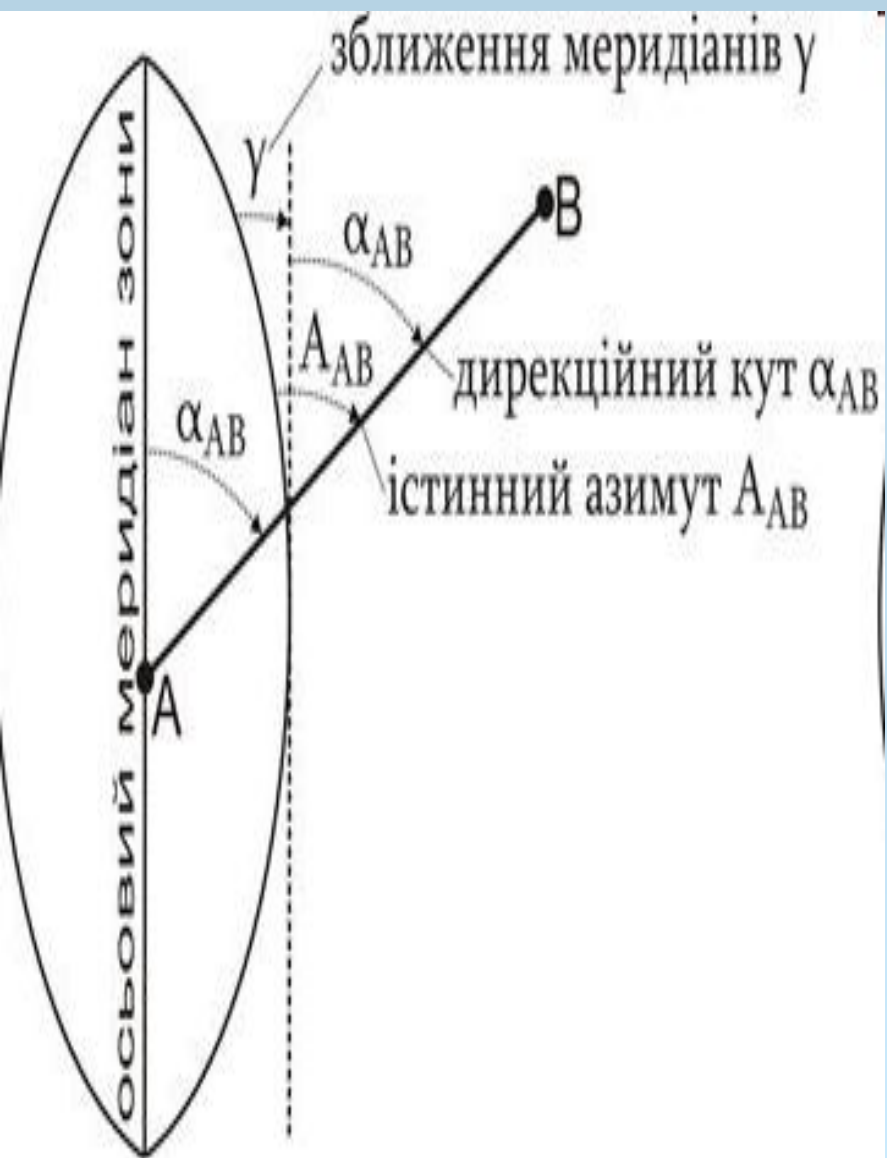
## ***4. Орієнтування ліній на місцевості***

# Орієнтування ліній на місцевості

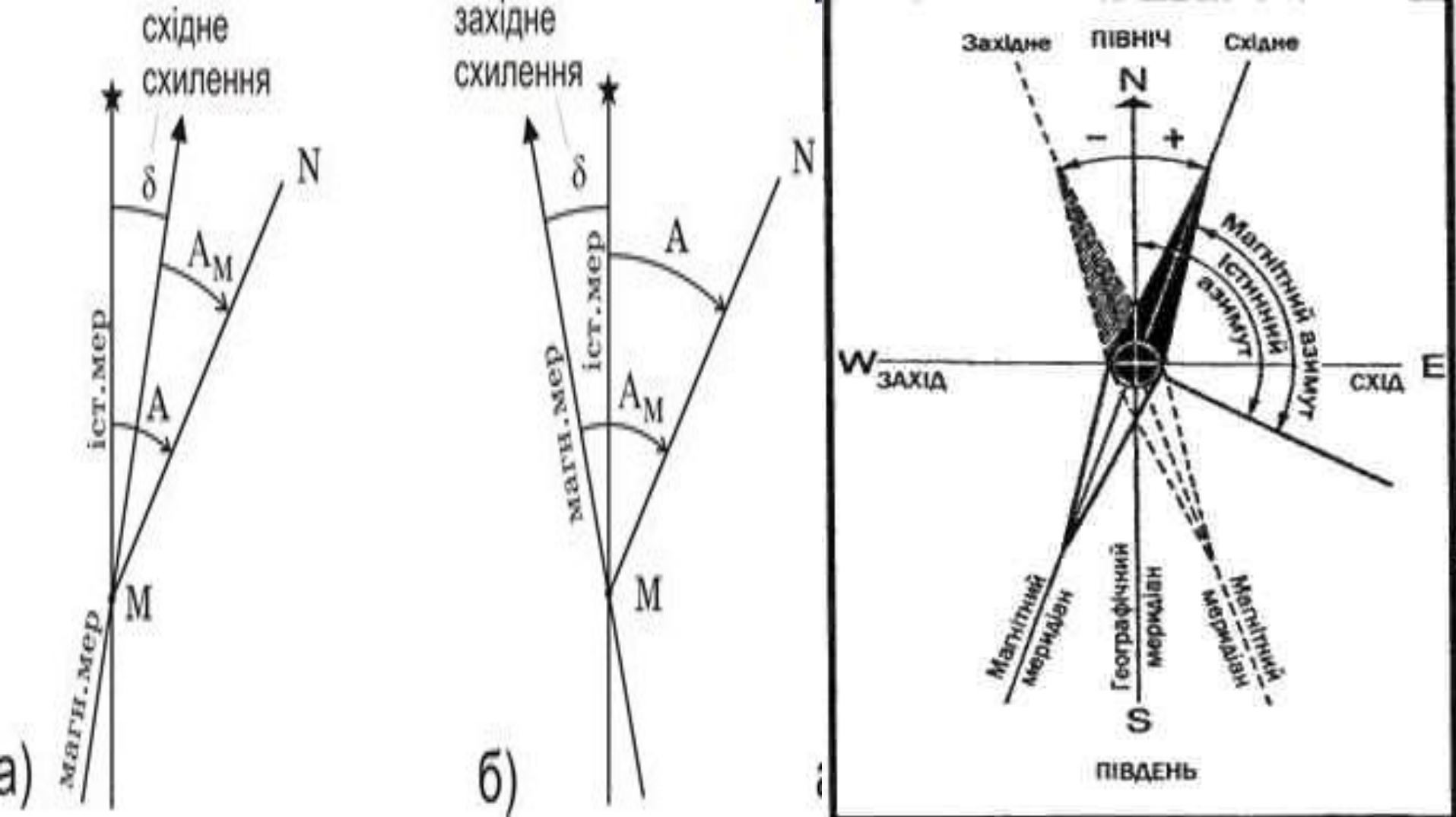
*Орієнтувати лінію на місцевості* значить визначити її положення відносно іншого напрямку прийнятого за вихідний (початковий). Кут між північним напрямком географічного меридіана та північним напрямком магнітного меридіана називають **схиленням магнітної стрілки** і позначають літерою  $\delta$ . Схилення вважається **східним (додатнім)** при відхиленні магнітної стрілки на схід від географічного меридіана, і **західним (від'ємним)** при відхиленні магнітної стрілки на захід від магнітного меридіана. В якості початкового в геодезії використовують північний напрямок істинного (географічного) меридіана  $N_r$ , північний напрямок магнітного меридіана  $N_M$ , північний напрямок осьового меридіана зони  $N_o$ .

Кут між істинним (географічним) і осьовим меридіаном зони називають **зближенням меридіанів**. Зближення відраховане від географічного меридіана на схід називається **східним** (має знак "+"), схилення відраховане від географічного меридіана на захід називають **західним** (має знак "-")









Схилення магнітної стрілки:

а) східне; б) західне

Схилення на 1990 р. східне  $6^{\circ}12'$ . Середнє зближення меридіанів західне  $2^{\circ}22'$ . При прикладанні бусолі (компасу) до вертикальних ліній координатної сітки (середнє відхилення магнітної стрілки східне  $8^{\circ}34'$ . Річна міна схилення східна  $0^{\circ}02'$ . Поправка в дирекційний азимут при переході до магнітного азимуту мінус  $8^{\circ}34'$ .

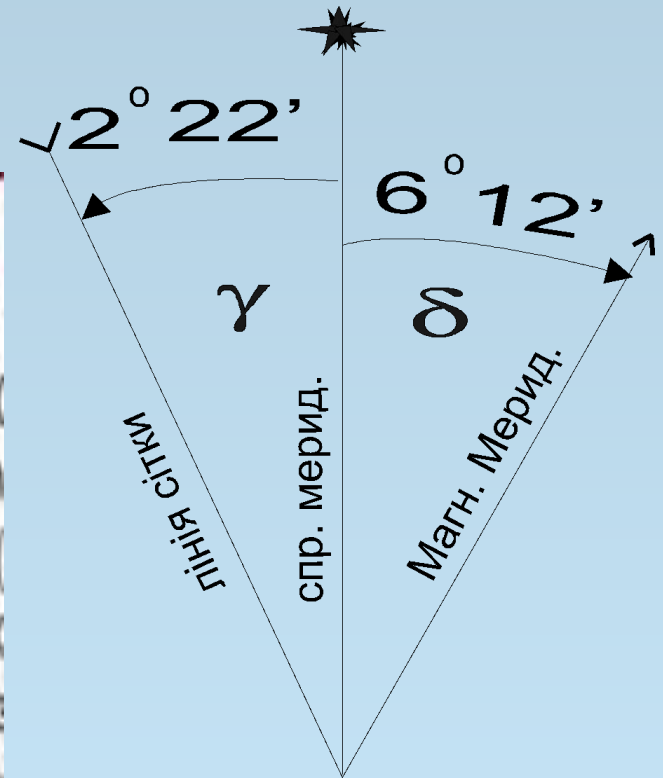
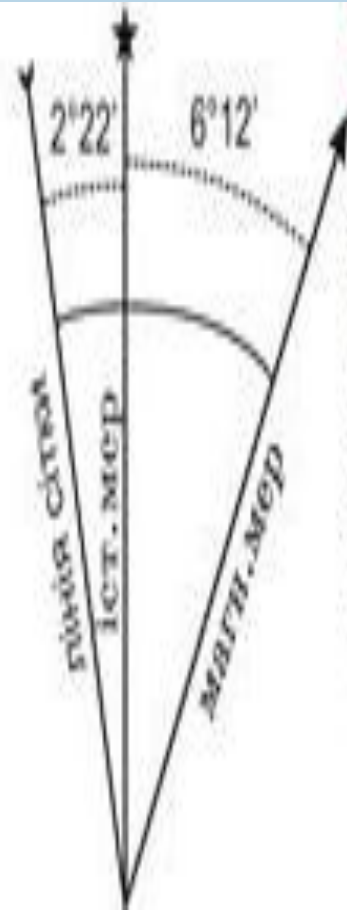


Схема взаємного розміщення орієнтирних напрямів (вказується біля умовних позначень топографічної карти)

**Напрямок ліній на місцевості чи на карті** може бути визначений відносно таких початкових напрямів: географічного (на топографічній карті він має назву істинного) меридіану; магнітного меридіану (збігається з напрямом вільно підвішеної магнітної стрілки), осьового меридіану зони Гаусса-Крюгера чи ліній паралельних до нього – вертикальних ліній кілометрової сітки

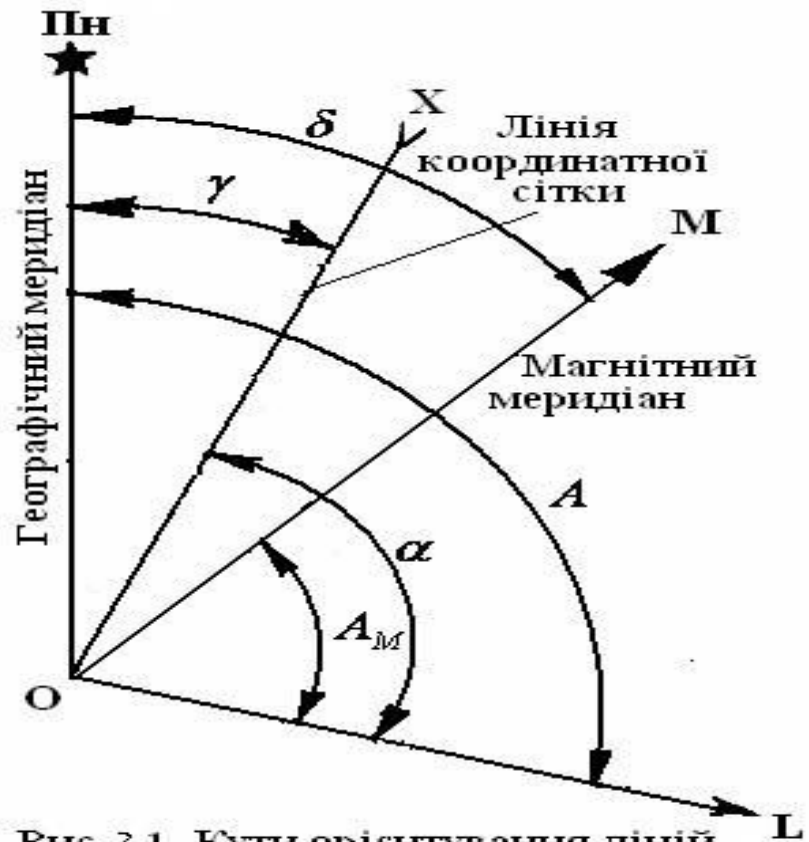
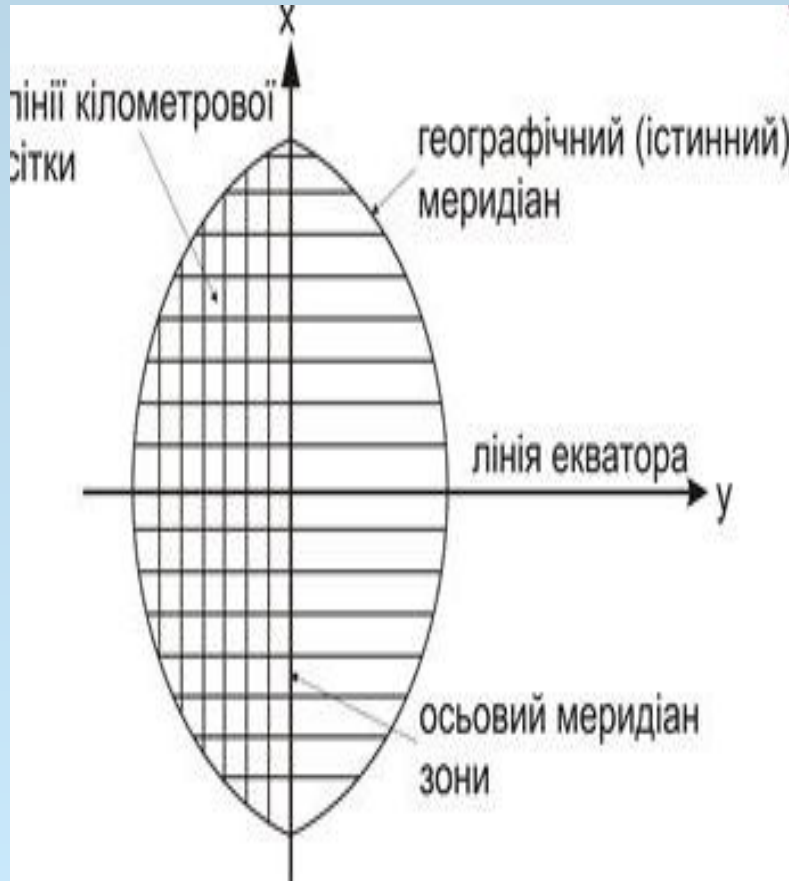


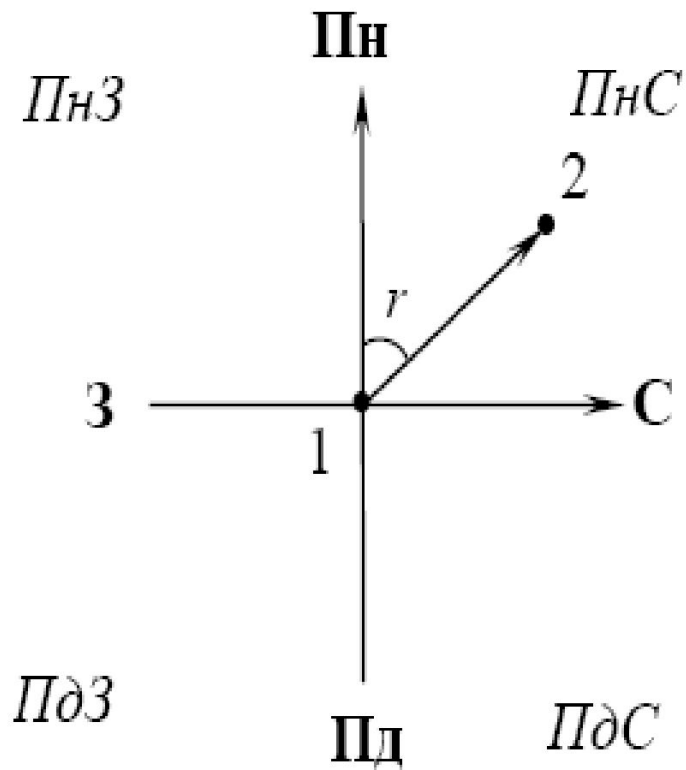
Рис. 3.1. Куті орієнтування ліній

$A$  – азимут істинний,  $A_M$  – магнітний азимут;  
 $\alpha$  – дирекційний кут,  $\gamma$  – зближення меридіанів;  
 $\delta$  – магнітне скилення.

Кут, який вимірюється від північного напрямку географічного меридіана до напрямку на задану лінію, за ходом годинникової стрілки, у межах від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , називають **істинним (географічним) азимутом  $A_i$** . Кут, який вимірюється від північного напрямку магнітного меридіана до напрямку на задану лінію, за ходом годинникової стрілки, у межах від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , називають **магнітним азимутом  $A_m$** .

Кут, який вимірюють на карті від північного напрямку істинного (географічного) меридіана до напрямку на задану лінію, за ходом годинникової стрілки у межах від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , називають **дирекційним кутом  $\alpha$** .

Гострий кут, який вимірюють на карті від найближчого напрямку осьового меридіана зони до напрямку на задану лінію, у межах від  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , називають **румбом  $r$**  лінії. Зважаючи на те, що румб гострий кут, і може вимірюватись як від північного, так і від південного напрямків осьового меридіана, для нього обов'язково потрібно вказувати назву четверті, у якій він знаходиться.



**Румб лінії**

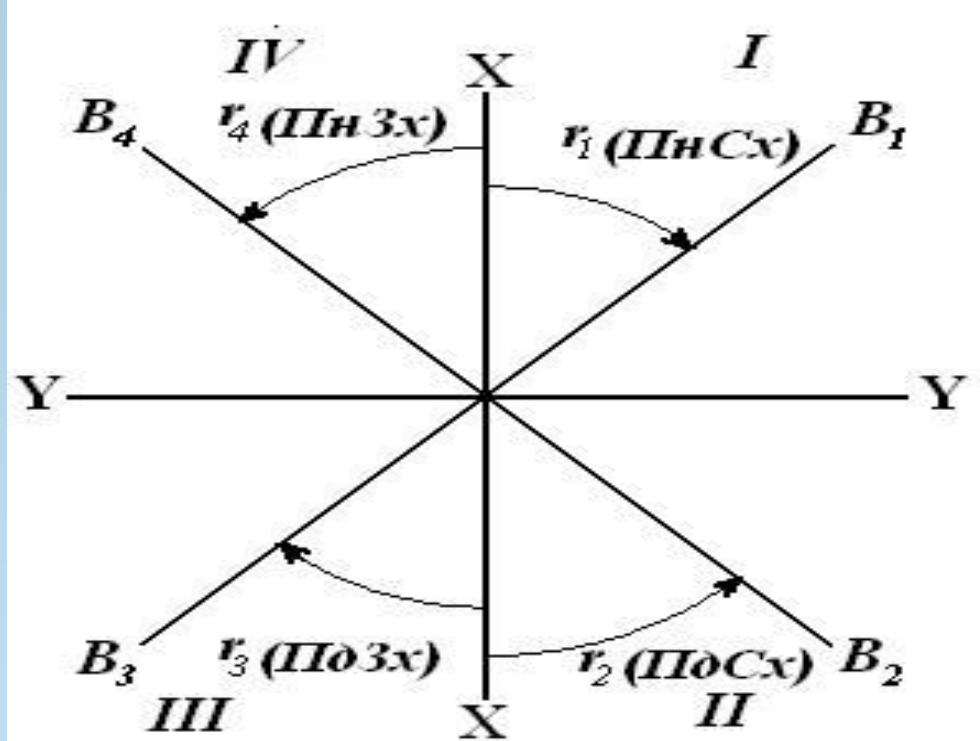


Рис. 3.2. Румби ліній у чвертях

**Румби ліній у чвертях**

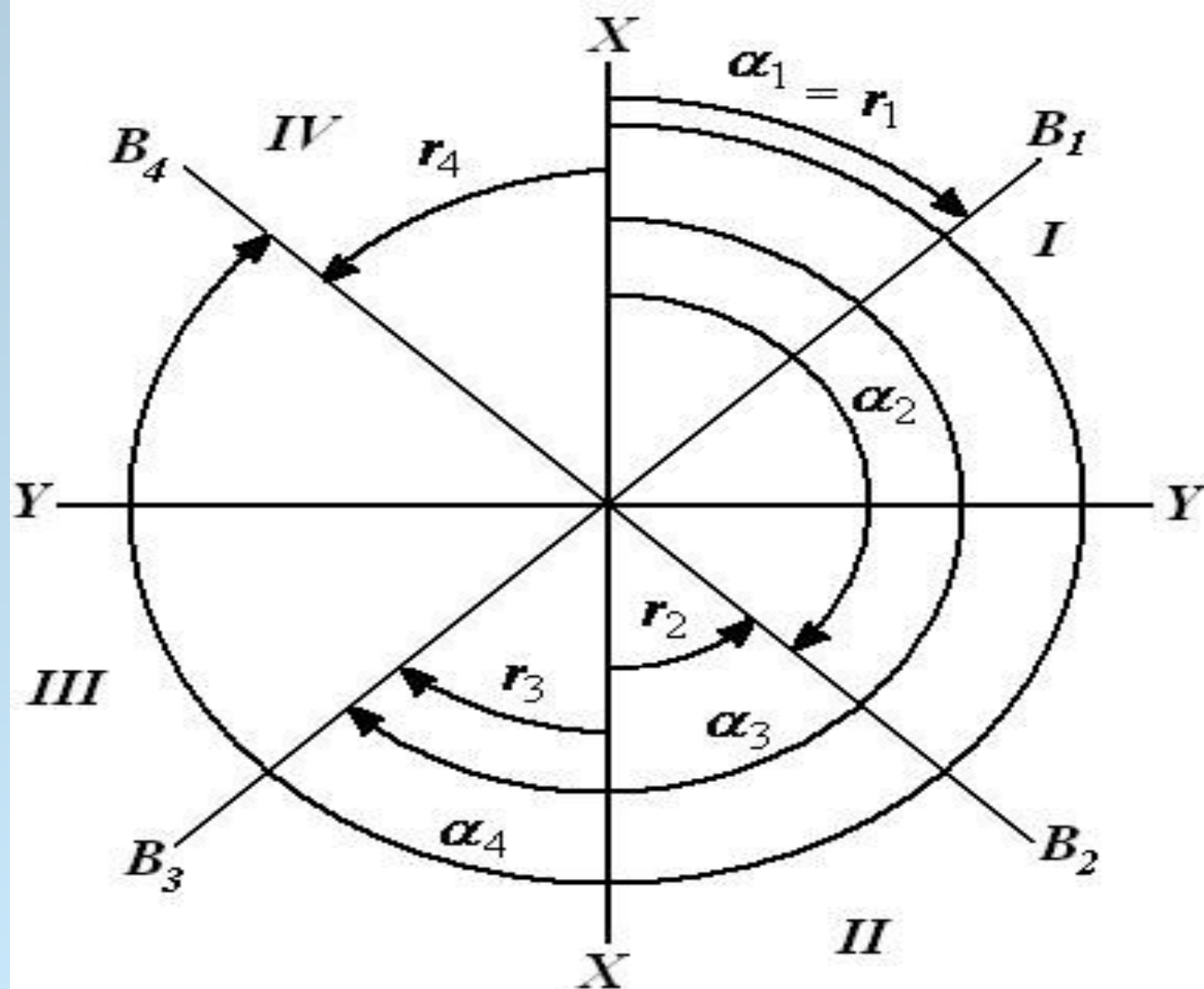
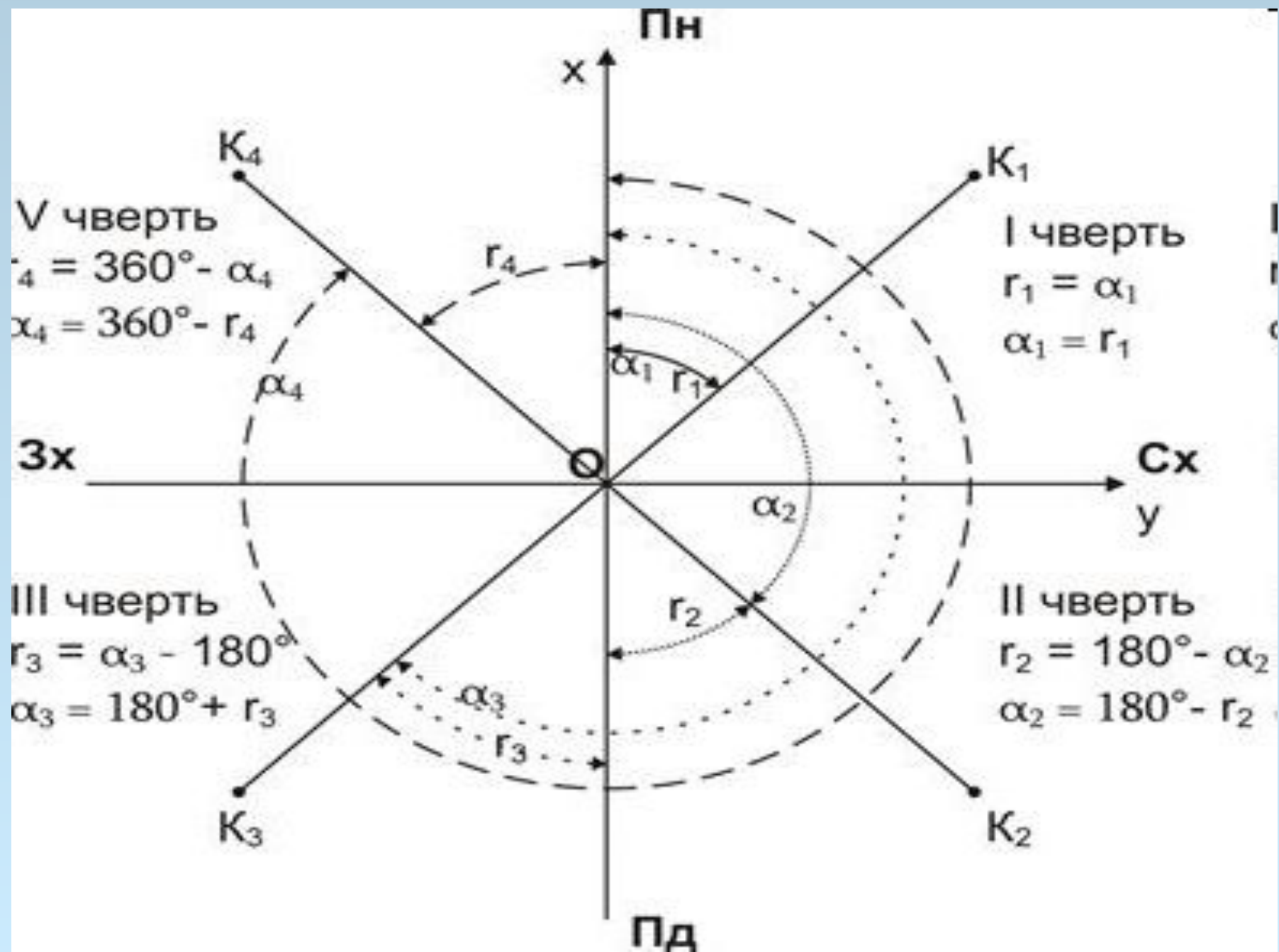
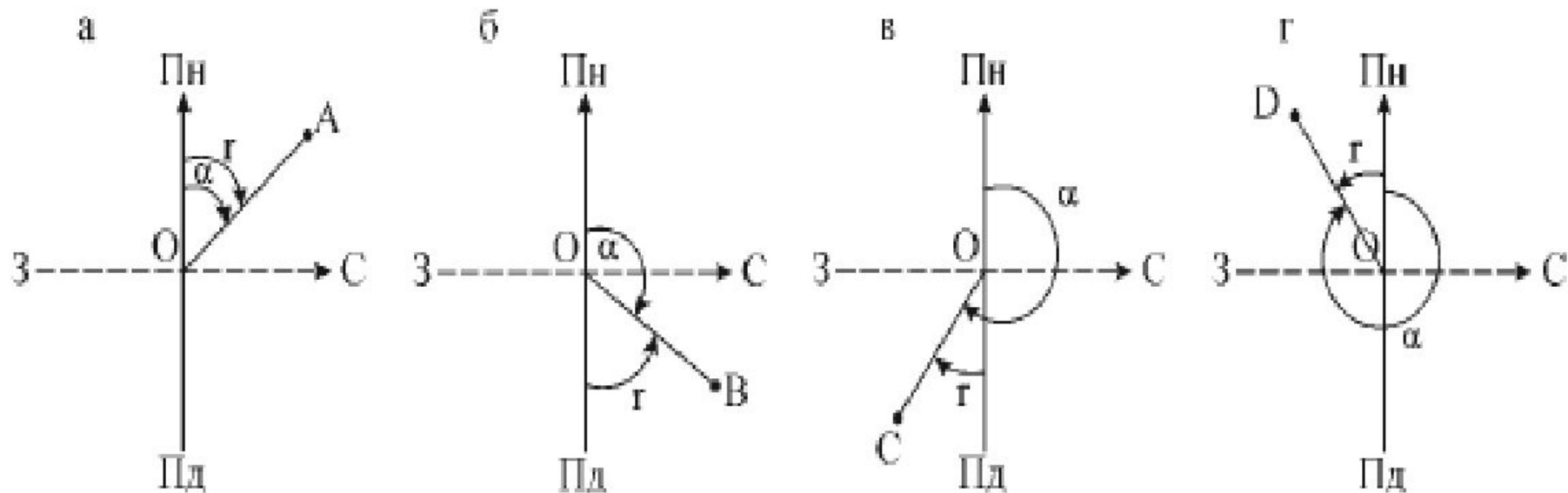


Рис. 3.3. Співвідношення між румбом і дирекційним кутом у чвертях





Чверть	Формули переходу від $\alpha$ до $r$	Формули переходу від $r$ до $\alpha$
I	$r = \alpha$ ПнС	$\alpha = r$
II	$r = 180^\circ - \alpha$ ПдС	$\alpha = 180^\circ - r$
III	$r = \alpha - 180^\circ$ ПдЗ	$\alpha = r + 180^\circ$
IV	$r = 360^\circ - \alpha$ ПнЗ	$\alpha = 360^\circ - r$



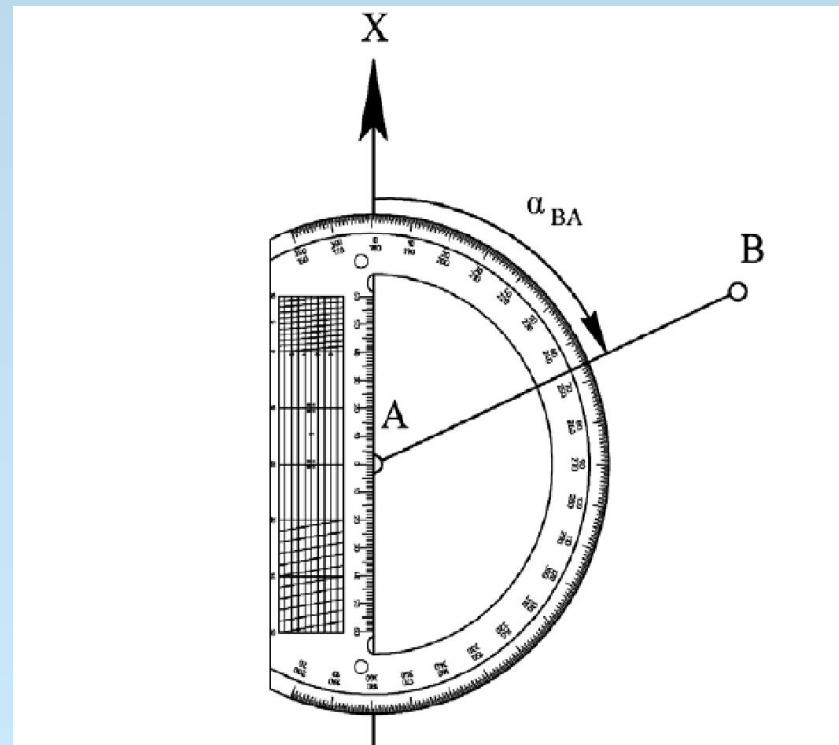
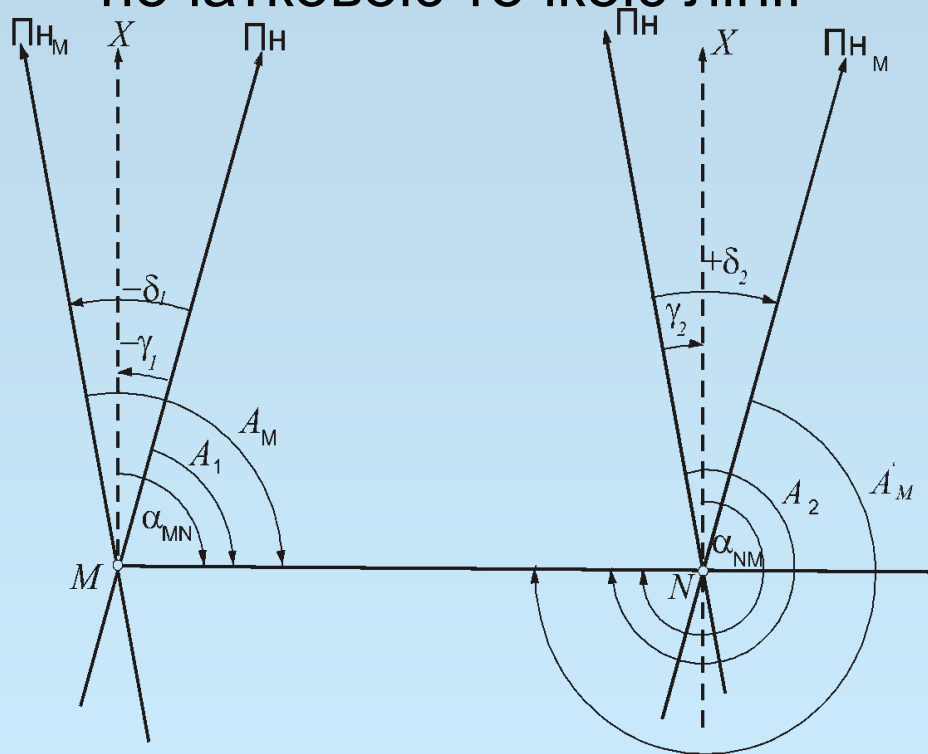
**Зв'язок між  $\alpha$  та  $r$**



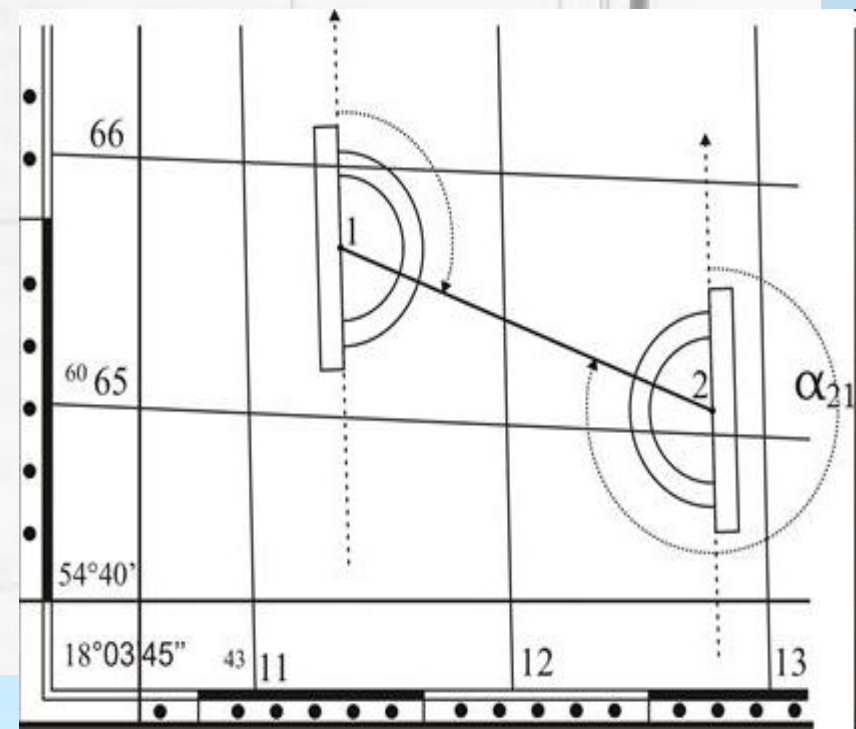
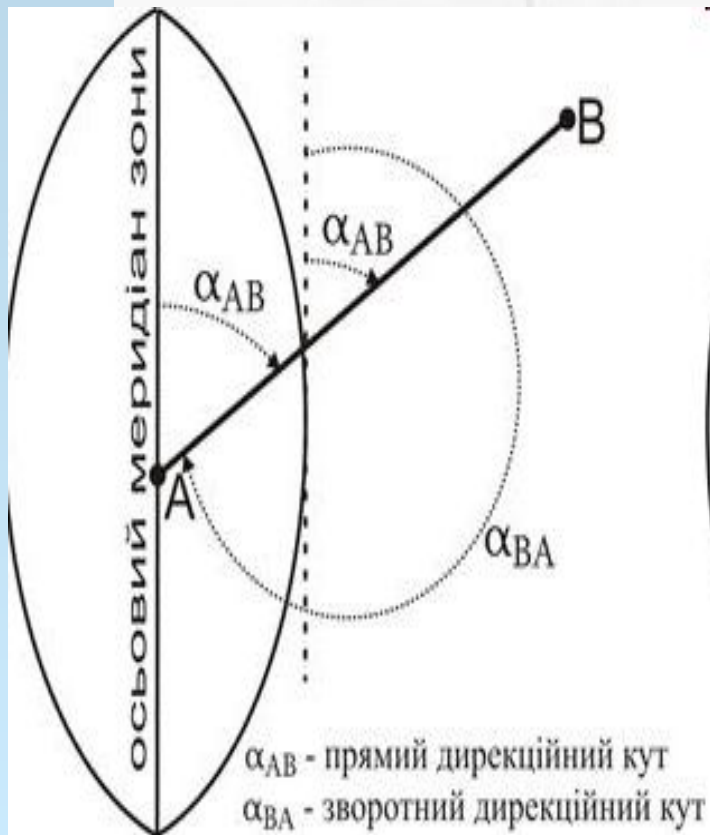
## ***5. Вимірювання дирекційних кутів***

## Вимірювання дирекційного кута

Для **вимірювання дирекційного кута** лінії через її початкову точку проводять пряму, паралельну до осі абсцис. Вимірюють дирекційний кут геодезичним транспортиром за годинниковою стрілкою від північного напрямку осі абсцис до напрямку заданої лінії. При цьому центральну позначку транспортира суміщають з початковою точкою лінії



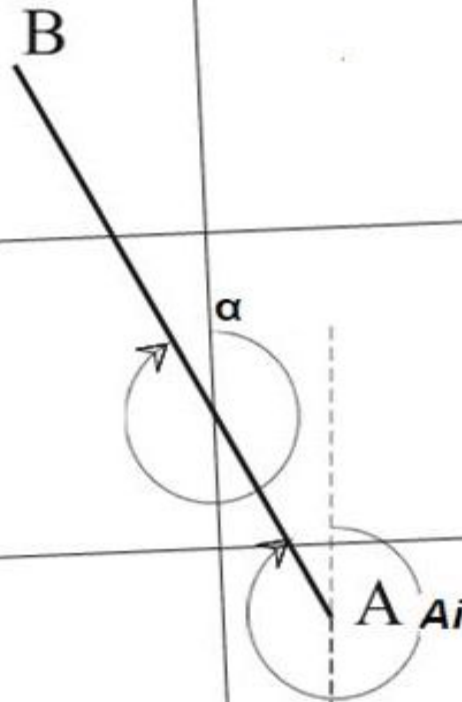
# Вимірювання дирекційного кута на карті

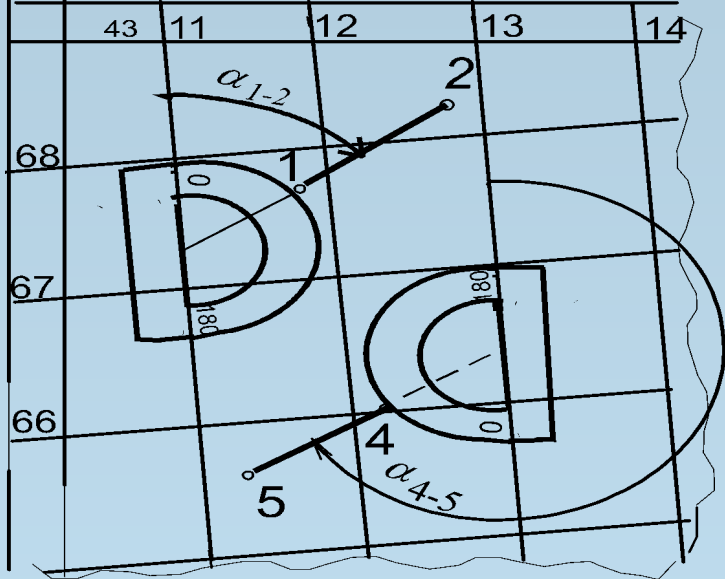


Рішення.  
Орієнтирні  
кути лінії АВ  
дорівнюють:

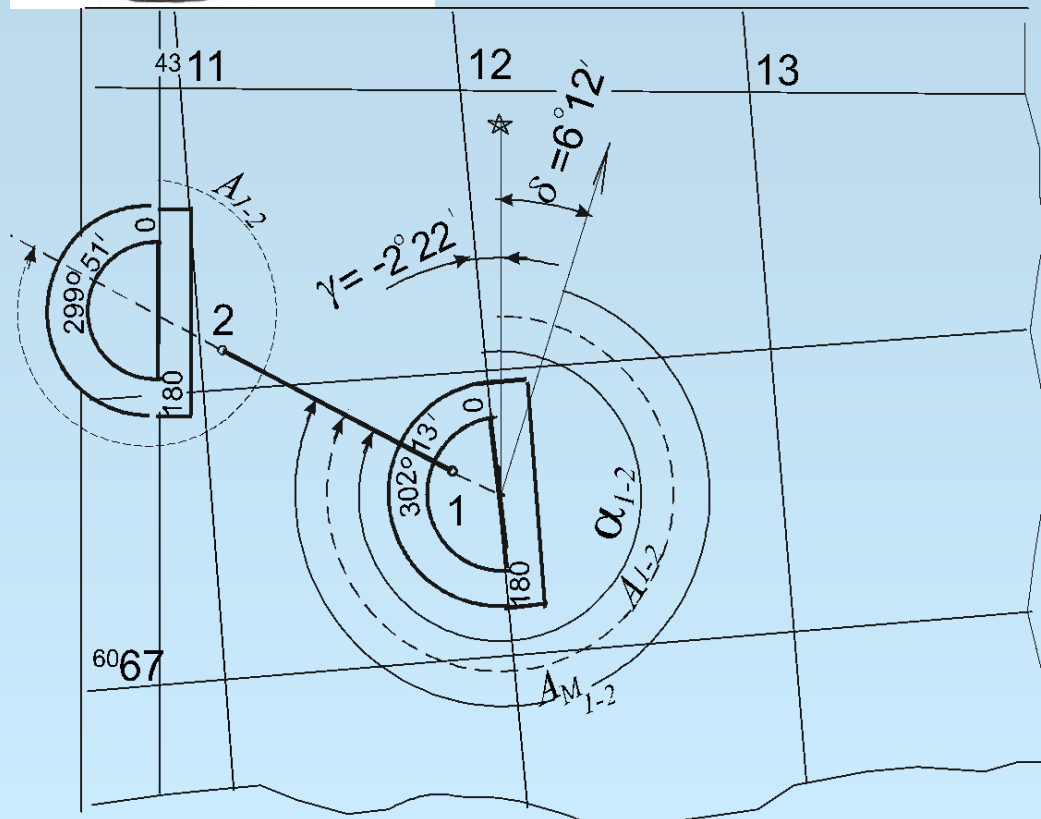
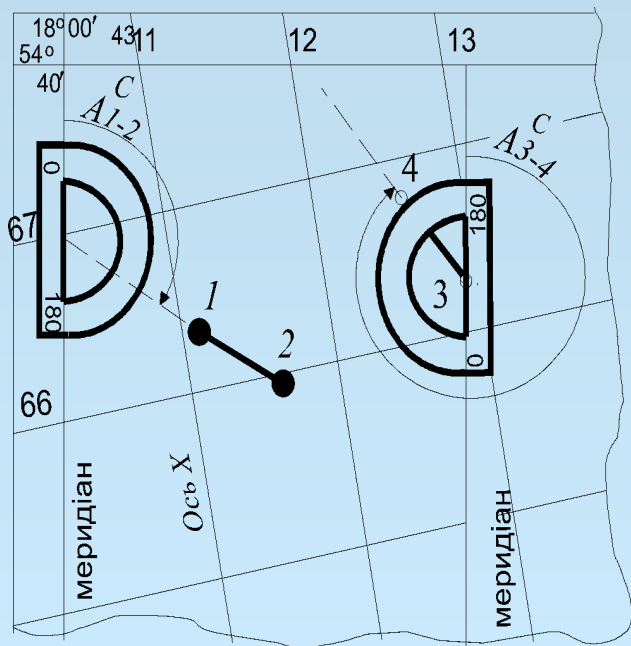
$$a=316^{\circ} 10'$$

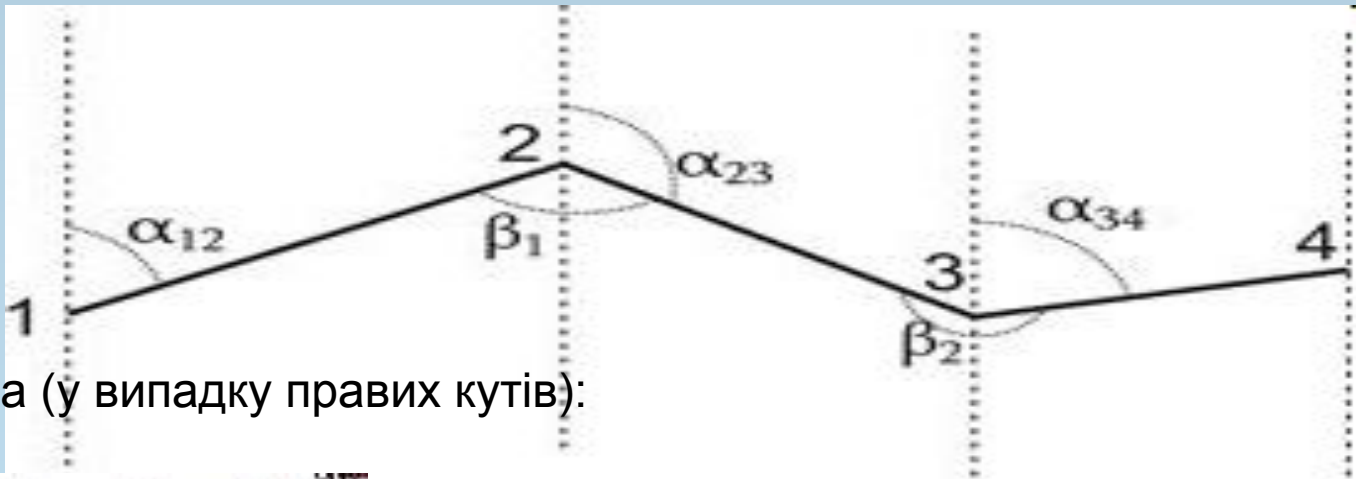
$$A_i=313^{\circ} 40'$$





Визначення по карті  
дирекційного,  
розміщення орієнтирних  
напрямів  
істинного і магнітного  
азимутів

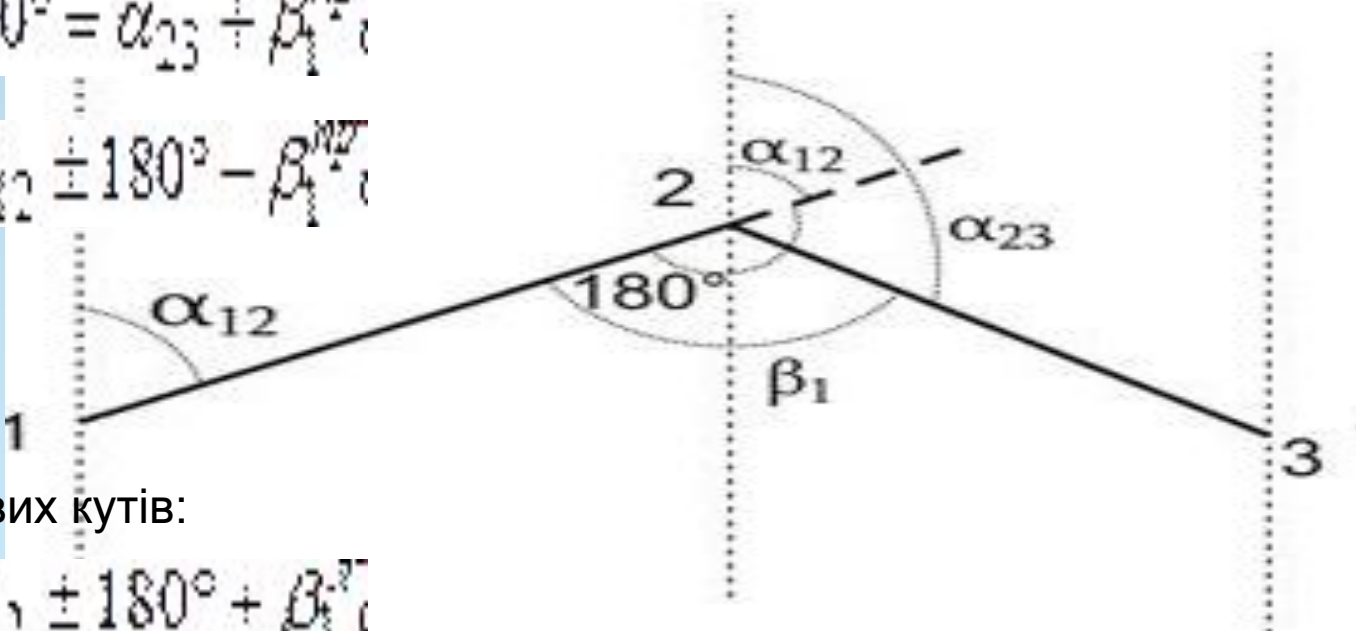




відно з рисунка (у випадку правих кутів):

$$\alpha_{12} \pm 180^\circ = \alpha_{23} + \beta_1^{пр}$$

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} \pm 180^\circ - \beta_1^{пр}$$



у випадку лівих кутів:

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} \pm 180^\circ + \beta_1^{лів}$$

Передача дирекційного кута на наступну лінію ходу

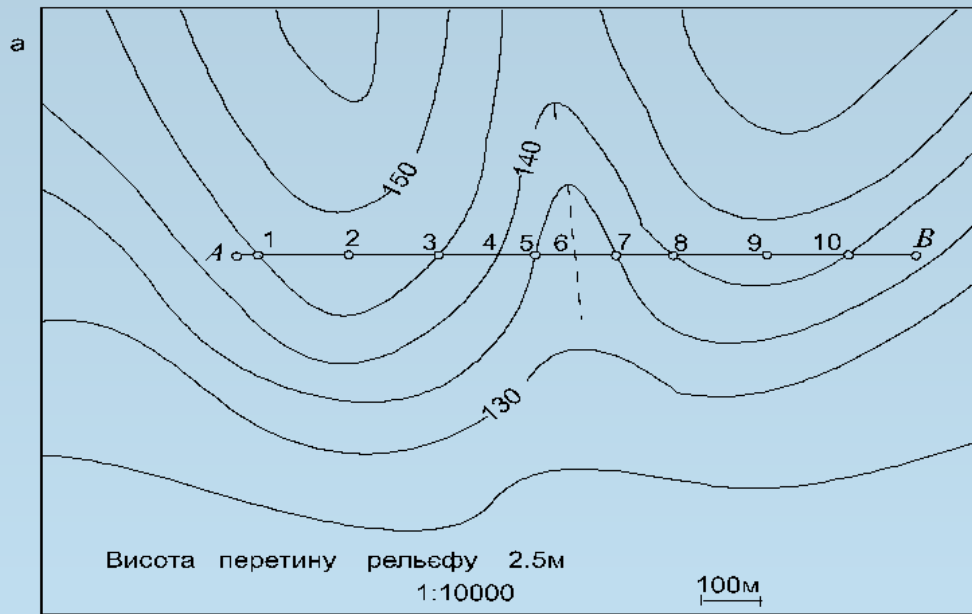
***6. Побудова профілю місцевості за  
горизонталями***

## ***Побудова профілю місцевості за горизонталями***

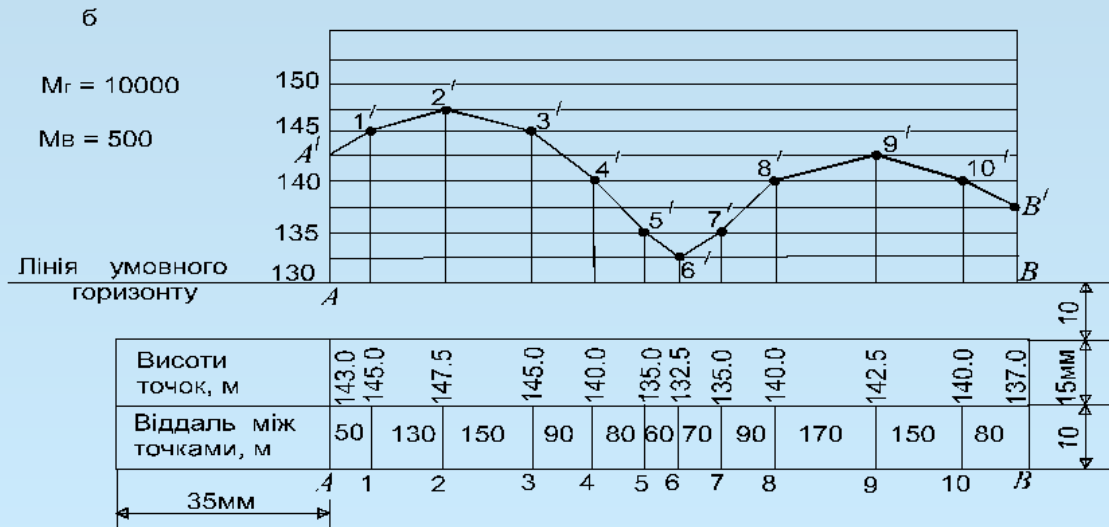
Лінія, вздовж якої необхідно побудувати профіль місцевості, називається ***профільною лінією*** (на рис. це лінія АВ). На профільну лінію накладають смугу міліметрового паперу, і на ній позначають виходи всіх горизонталей і їх відмітки.

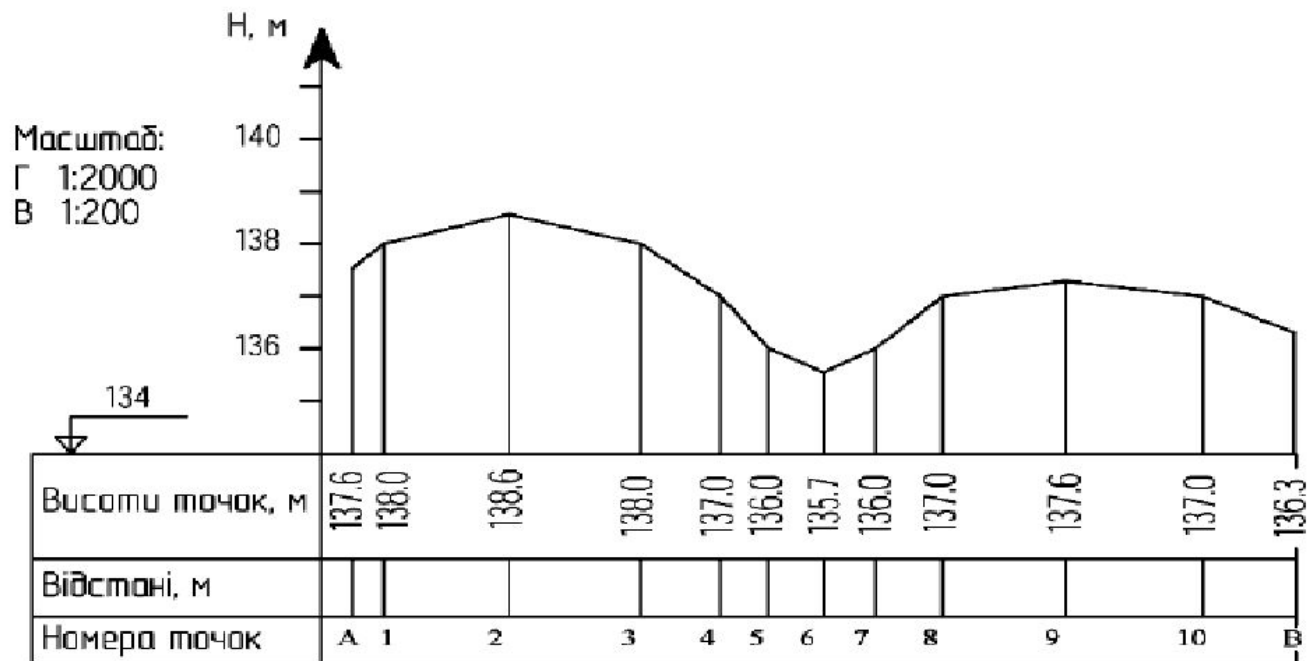
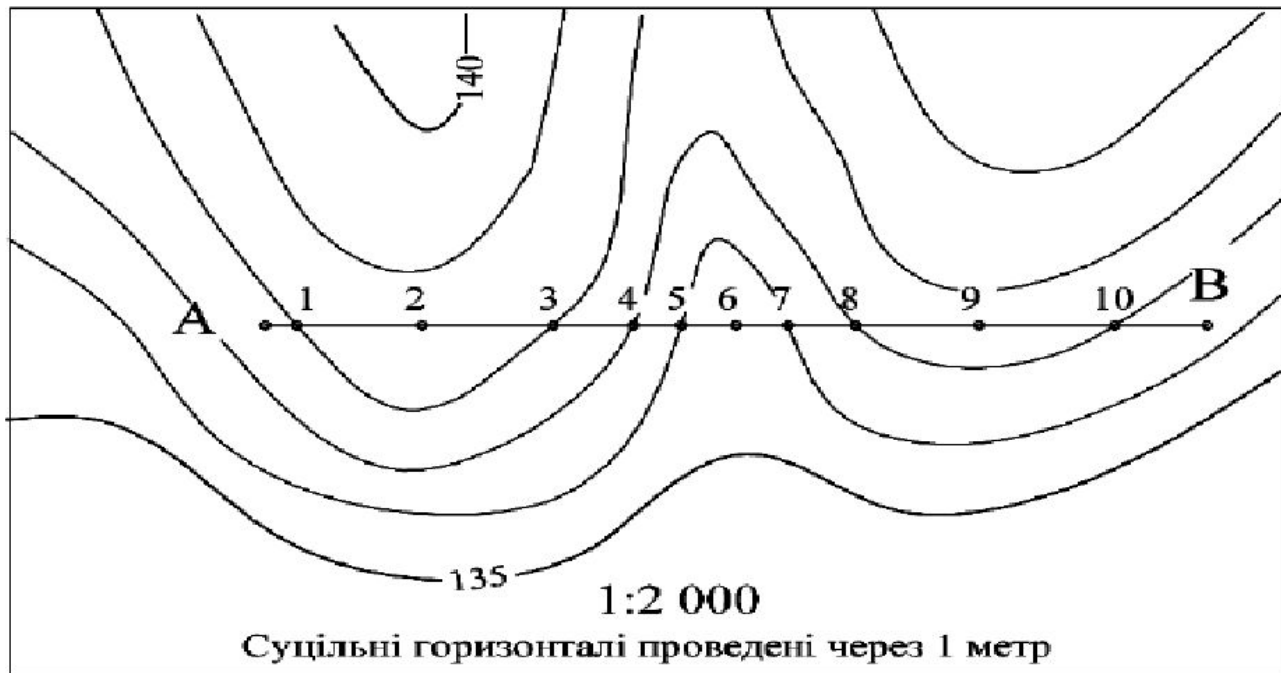
Потім цю смугу переносять на сітку профілю, підписують відмітки горизонталей і проводять перпендикуляри з усіх точок. В масштабі профілю відкладають висоти точок на відповідних перпендикулярах. Кінці перпендикулярів з'єднують ламаною лінією, яка є зображенням профілю місцевості. Для кращого сприйняття і підвищення точності вертикальний масштаб беруть в 10 разів крупніший за горизонтальний.

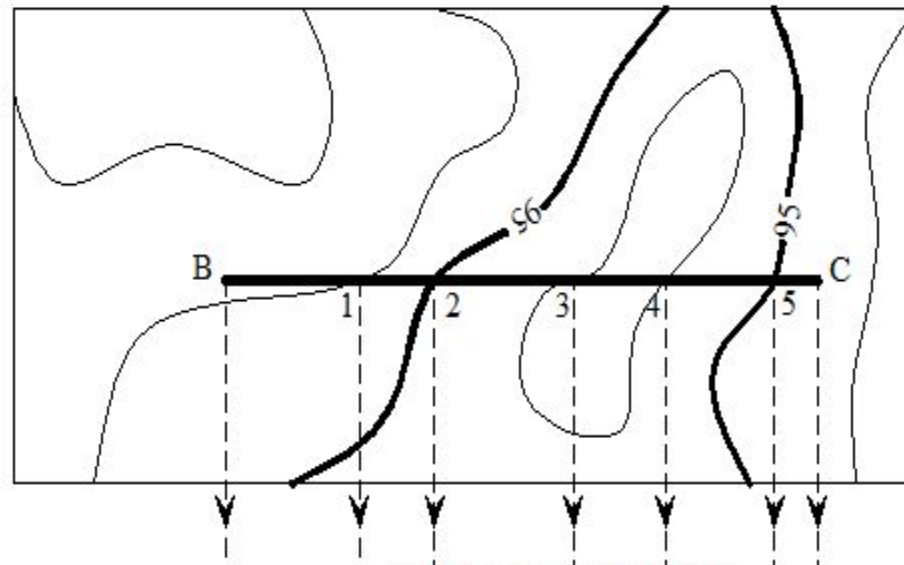




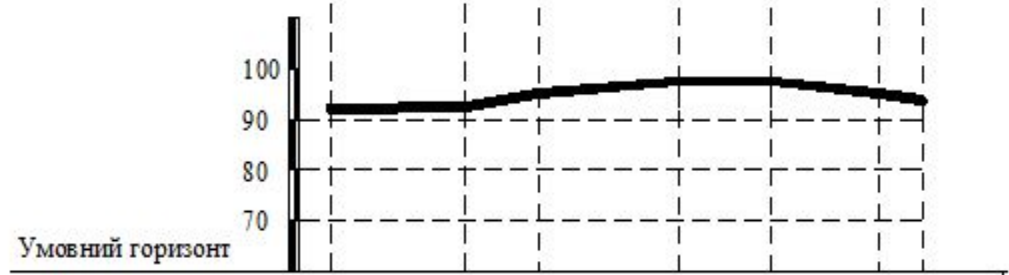
Побудова профілю місцевості за заданим напрямком *AB*







ПРОФІЛЬ ПО ЛІНІ ВС  
 Масштаби гориз. 1:10 000  
 вертикал. 1:1000



Позначки землі (м)	92,1	92,5	95	97,5	97,5	95	93,6	10	15	10
Відстані (м)		294	163	305	203	238	94	10	10	10
№ точок	B	1	2	3	4	5	C	10	15	10

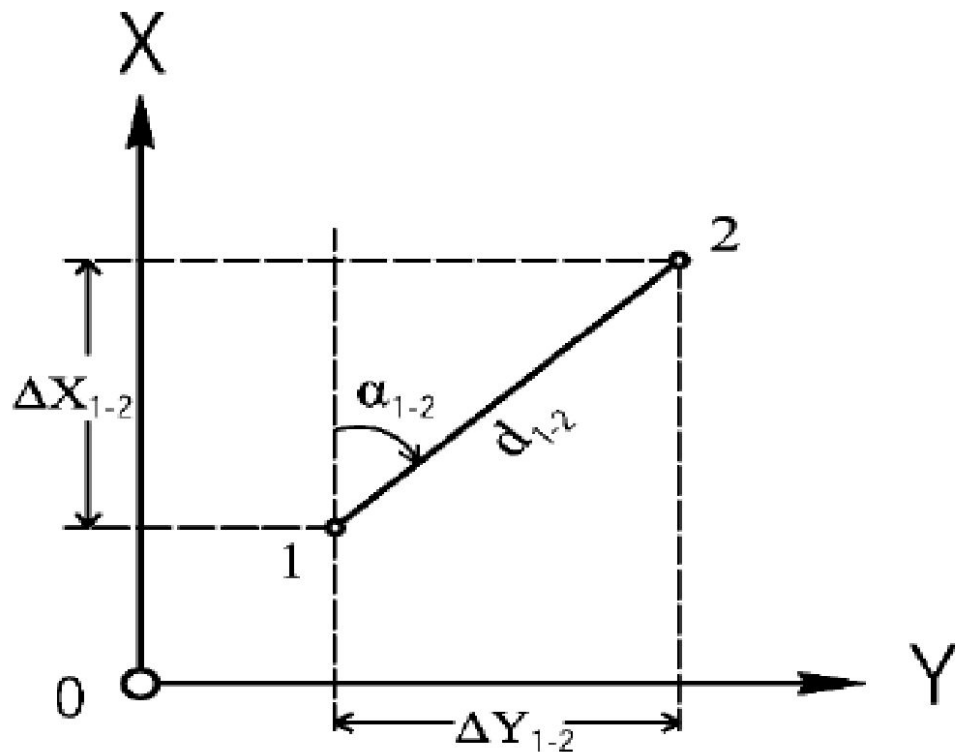
## ***7. Розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач***

Сутність **прямої геодезичної задачі** полягає у визначенні прямокутних координат кінцевої точки лінії за відомими координатами початкової точки, дирекційним кутом лінії і горизонтальним прокладенням.

Координати точки 2 можна обчислити за формулами

$$X_2 = X_1 + \Delta X_{1-2},$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{1-2}.$$



Прирости координат  $\Delta X$  та  $\Delta Y$ , визначають за формулами:

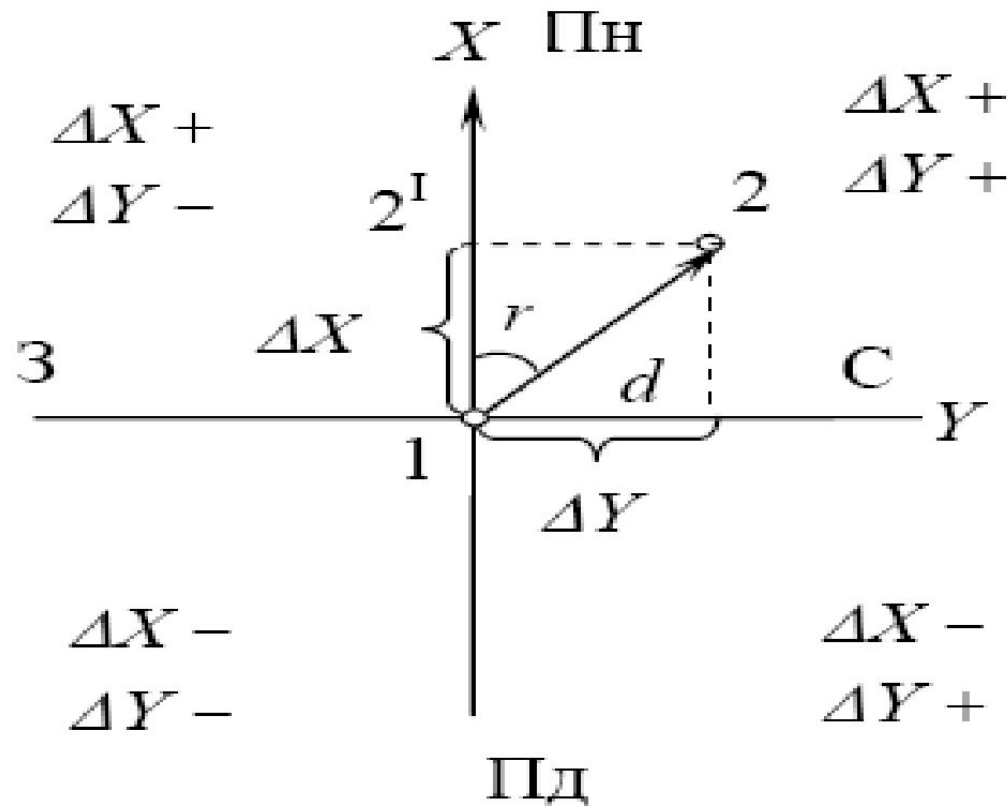
$$\Delta X_{1-2} = d_{1-2} \cdot \cos \alpha_{1-2},$$

$$\Delta Y_{1-2} = d_{1-2} \cdot \sin \alpha_{1-2}.$$

Під час винесення проекту забудови на місцевість виникає необхідність розв'язання **оберненої геодезичної задачі**. Її сутність полягає у визначенні довжини лінії і її дирекційного кута за відомими координатами початкової і кінцевої точок лінії. Спочатку обчислюють румб лінії за формулою:

$$r = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{1-2}}{\Delta X_{1-2}} = \operatorname{arctg} \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}.$$

Далі за знаками приростів визначають чверть, в якій знаходиться румб, і за формулами обчислюють дирекційний кут



Довжину лінії обчислюють за теоремою Піфагора:

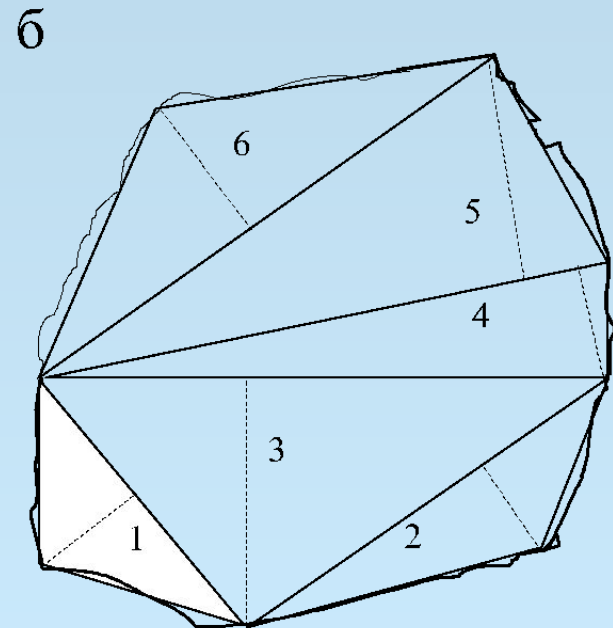
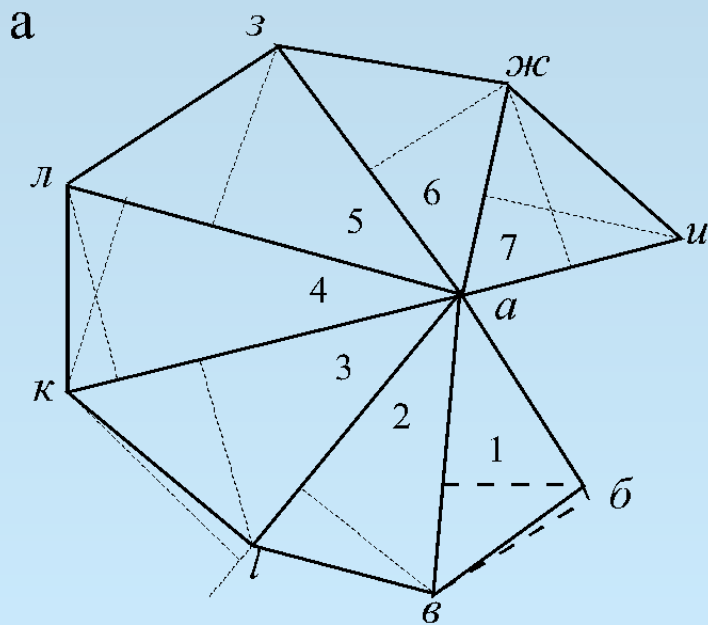
$$d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2},$$

## ***8. Визначення площ по топографічній карті***



# Способи визначення площ на топографічних планах і картах

**Графічний спосіб.** Використовується при визначенні площ невеликих ділянок на плані або на карті з розбивкою ділянки на геометричні фігури, або за допомогою палеток.

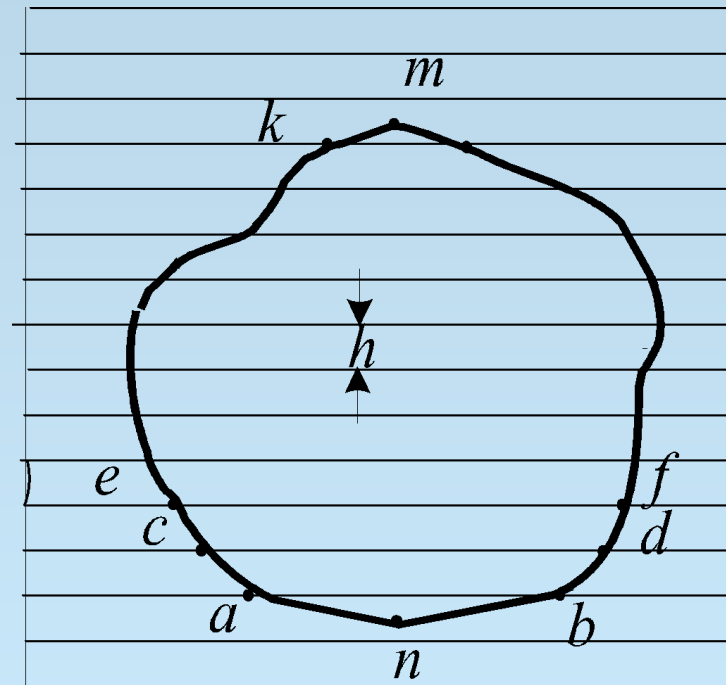
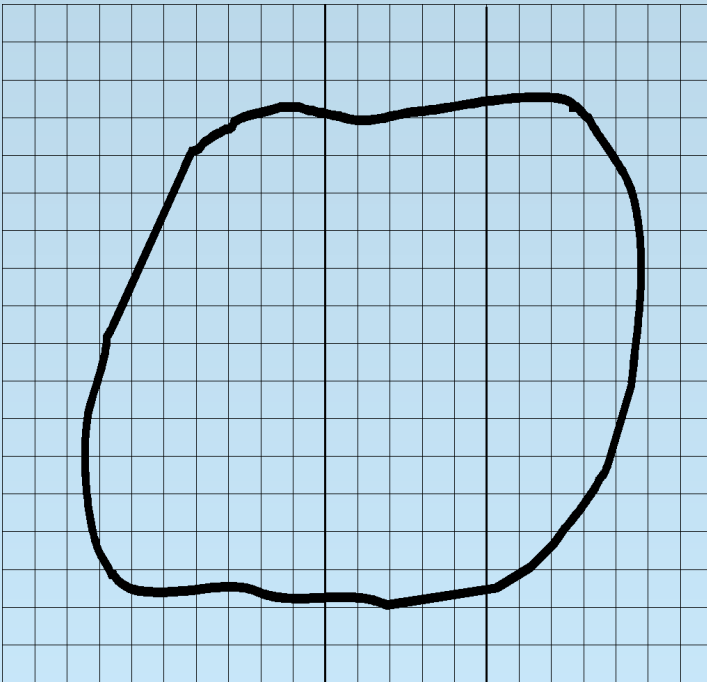


----- Лінії висот трикутників

Швидше і точніше можна визначити площу фігури, яка має криволінійний обрис, за допомогою **квадратної** або **лінійної палетки**

$S = S_{KB} N,$   
де  $N = n_1 + n_2,$   
 $S_{KB}$  - площа квадрата палетки.

$$S = h ( ab + cd + \dots + kl )$$



**Квадратна палетка 1.** Ділянку з плану переносять на палетку так, щоби її найдовша сторона була розміщена по лінії палетки; 2. Підраховують кількість повних квадратів в середині ділянки 3. Рахують кількість неповних квадратів в середині ділянки 4. Неповні квадрати переводять у повні (ділять на 2).  $(12 : 2 = 6)$  10 12 (нпов = 10); (ннеп = 12); 5. Визначають загальну кількість повних квадратів (нп. = 10 + 6 = 16); 6. Визначають ціну палетки - площу одного повного квадрату в масштабі плану 1:2000 в 1 см-20 м в 1 мм - 2 м в 5 мм - 10м  $C = S_{\text{кв.}} = 10 \times 10 = 100 \text{ м}^2$  7. Визначають площу ділянки в гектарах  $S = C \cdot n_{\text{ПОВ}} = 100 \times 16 = 1600 \text{ м}^2 = 0,16 \text{ га}$

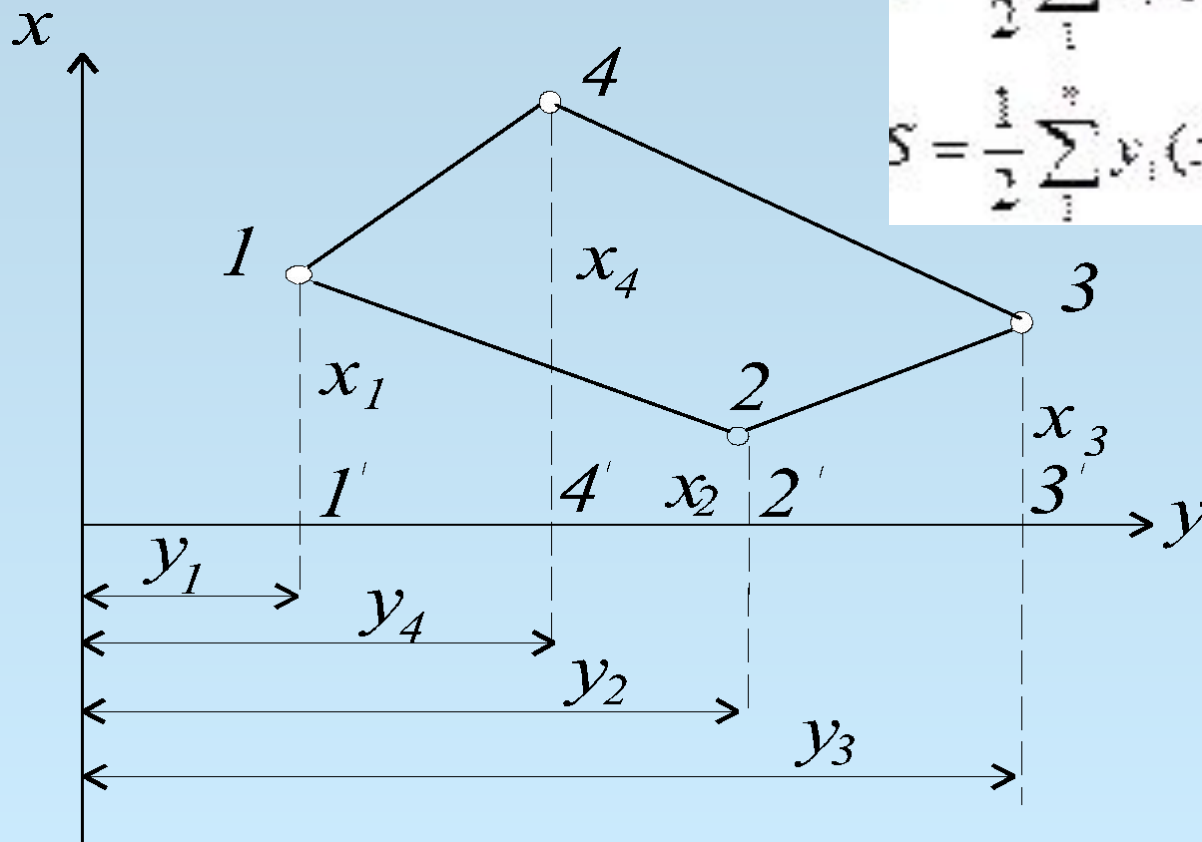
**Прямолінійна палетка А В h** Відстань між паралельними лініями палетки  $h = 5 \text{ мм}$ . Ділянку накладають на палетку так, щоби її крайні точки А і В розміщувалися посередині між лініями палетки. 2. Відкладають усі лінії палетки, що знаходяться всередині ділянки, на довільній прямій циркулем-вимірником. 3. Отриману суму довжин ліній КМ вимірюють у см і переводять у метри через масштаб плану.  $K M \square D, \text{ м}$

А В h Площа ділянки дорівнює добутку суми довжин усіх ліній палетки в середині ділянки (у метрах) на відстань між лініями палетки  $h$  (теж в метрах). Похибка визначення площі квадратною і прямолінійною палетками 1/50 або  $\pm 2\%$ .  $K M S = \square D \cdot h \square D$

**Аналітичний спосіб** визначення площ ділянок застосовується у випадку, коли ділянка обмежена ламаною лінією і відомі прямокутні координати  $x$  та  $y$  її вершин.

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1}),$$

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i (x_{i+1} - x_{i-1}),$$



де 1, 2, 3, ...,  
i, ..., n –  
вершини  
ділянки.

**Механічний спосіб** визначення площ заснований на застосуванні *планіметра* - приладу, котрий дозволяє порівняно швидко і точно вимірювати площі ділянок будь-якої конфігурації. Найширше розповсюдження отримали полярні планіметри

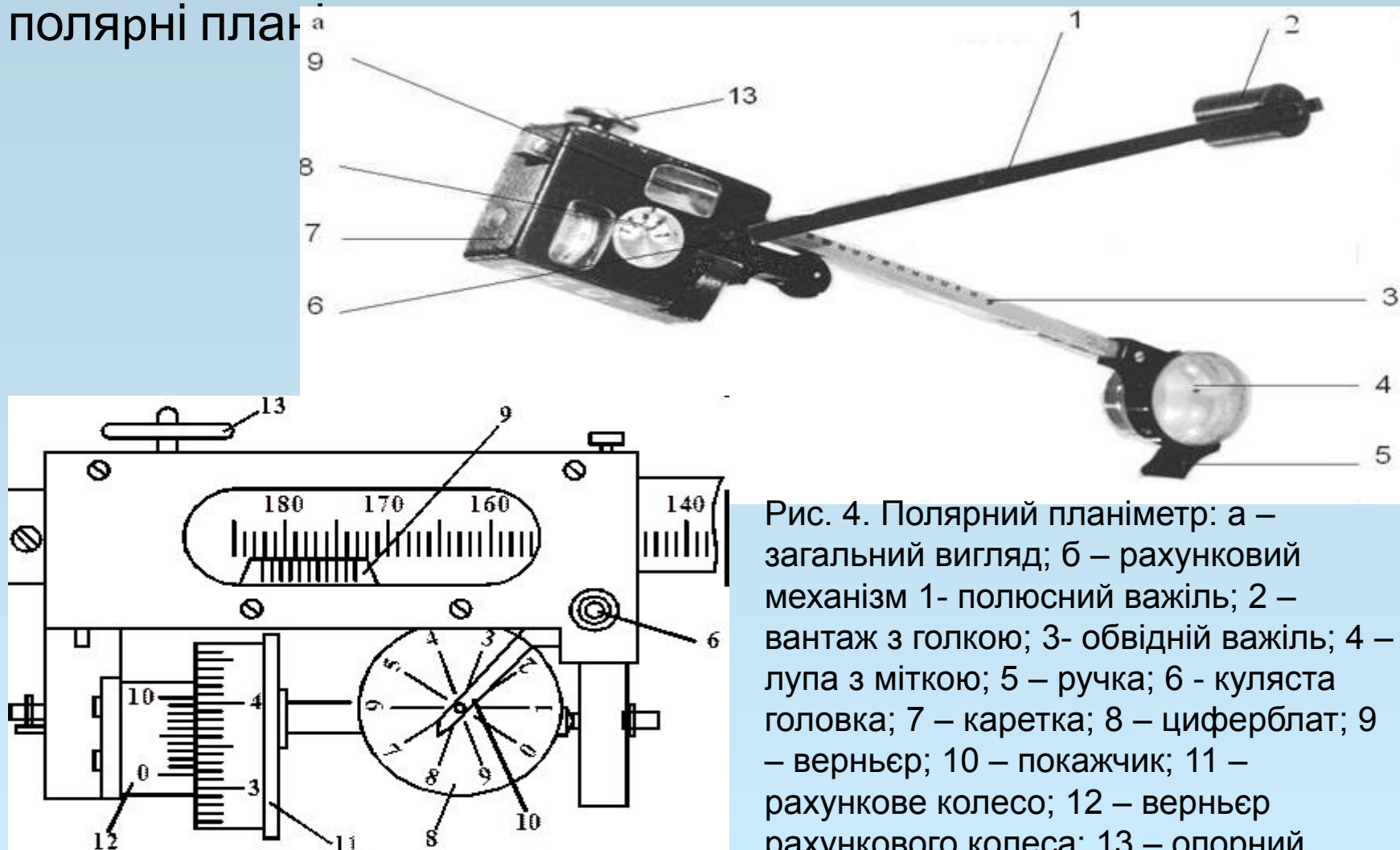
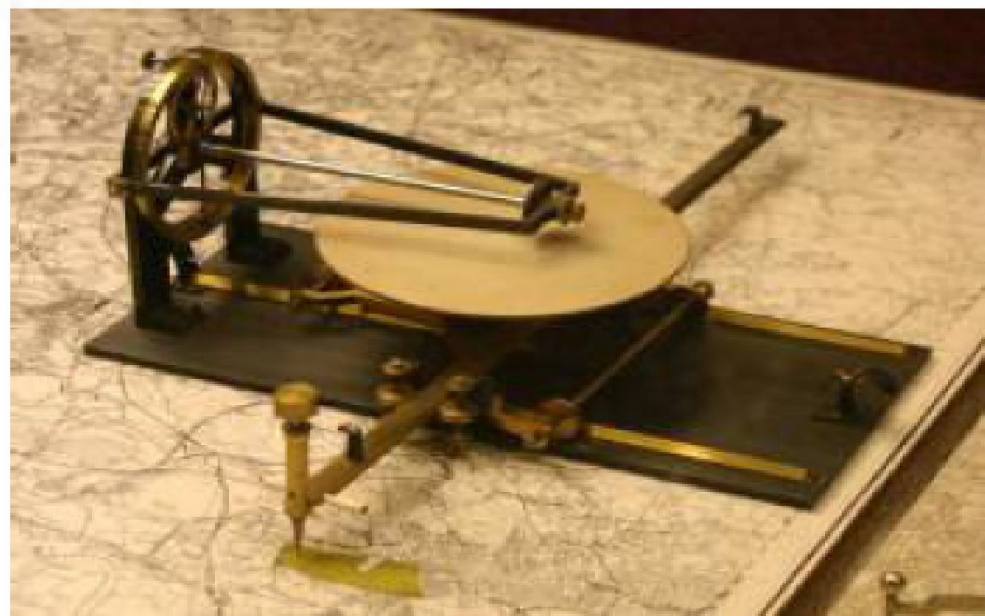


Рис. 4. Полярний планіметр: а – загальний вигляд; б – рахунковий механізм 1- полюсний важіль; 2 – вантаж з голкою; 3- обвідний важіль; 4 – лупа з міткою; 5 – ручка; 6 - куляста головка; 7 – каретка; 8 – циферблат; 9 – верньєр; 10 – покажчик; 11 – рахункове колесо; 12 – верньєр рахункового колеса; 13 – опорний ролик.

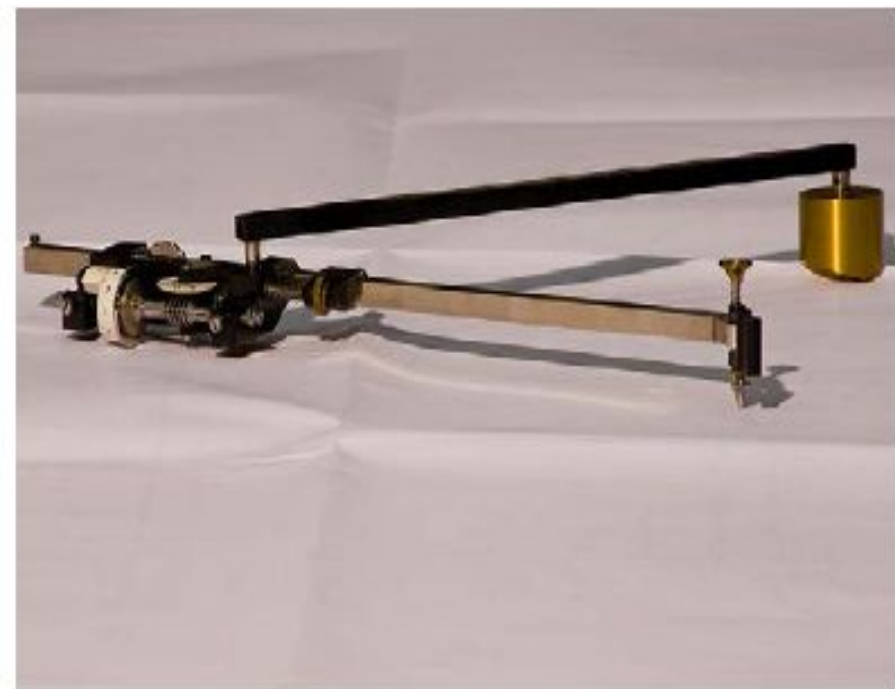


Планиметр Оппикофера

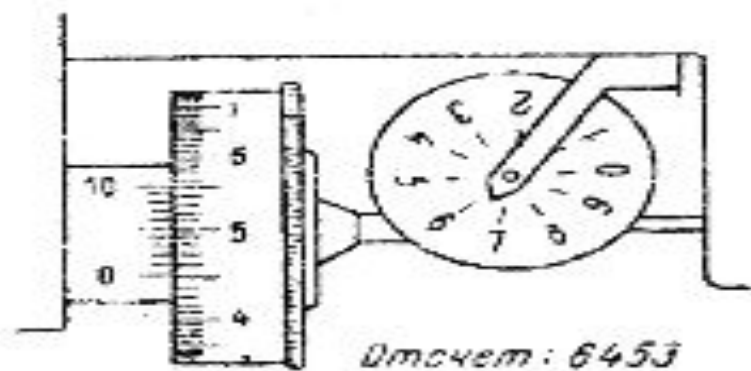
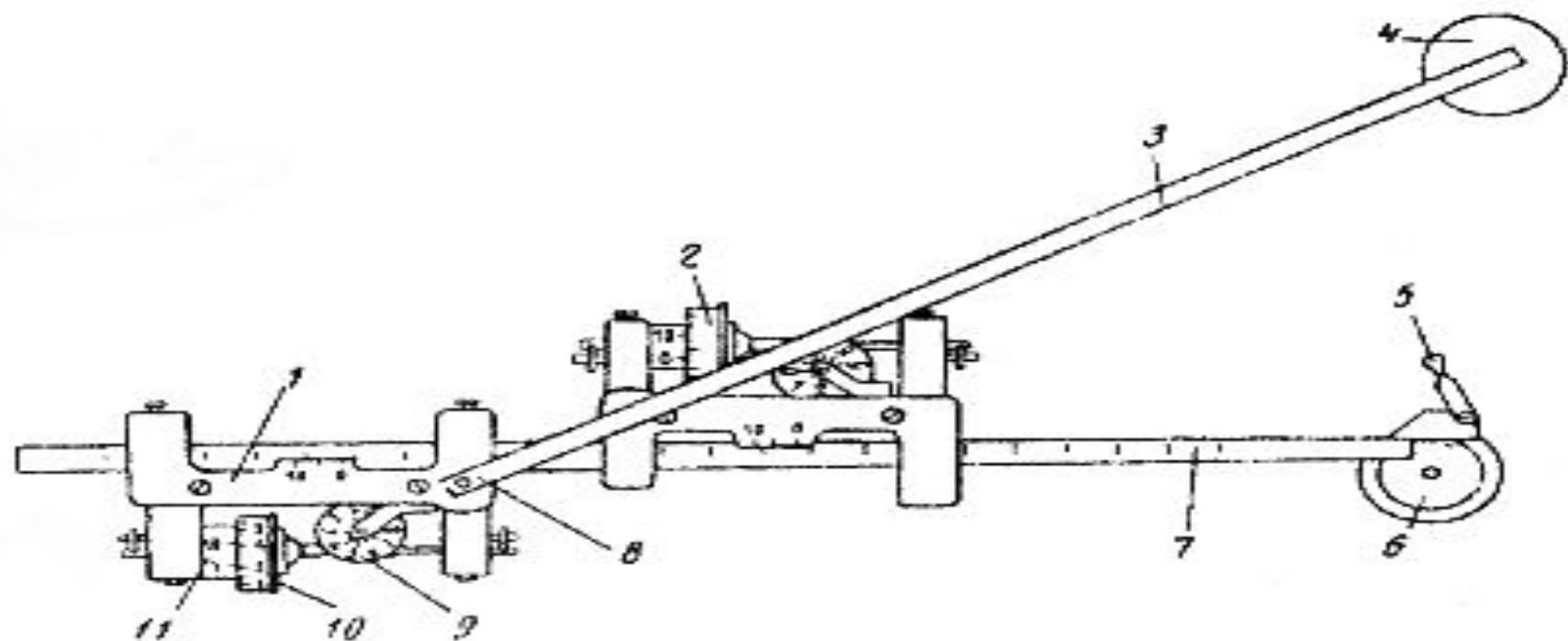


Планиметр Ветли

Интеграф









**Корневой планиметр**

Механический планиметр ГИ полярного типа



Электронный планиметр PLANIX-5 полярного типа



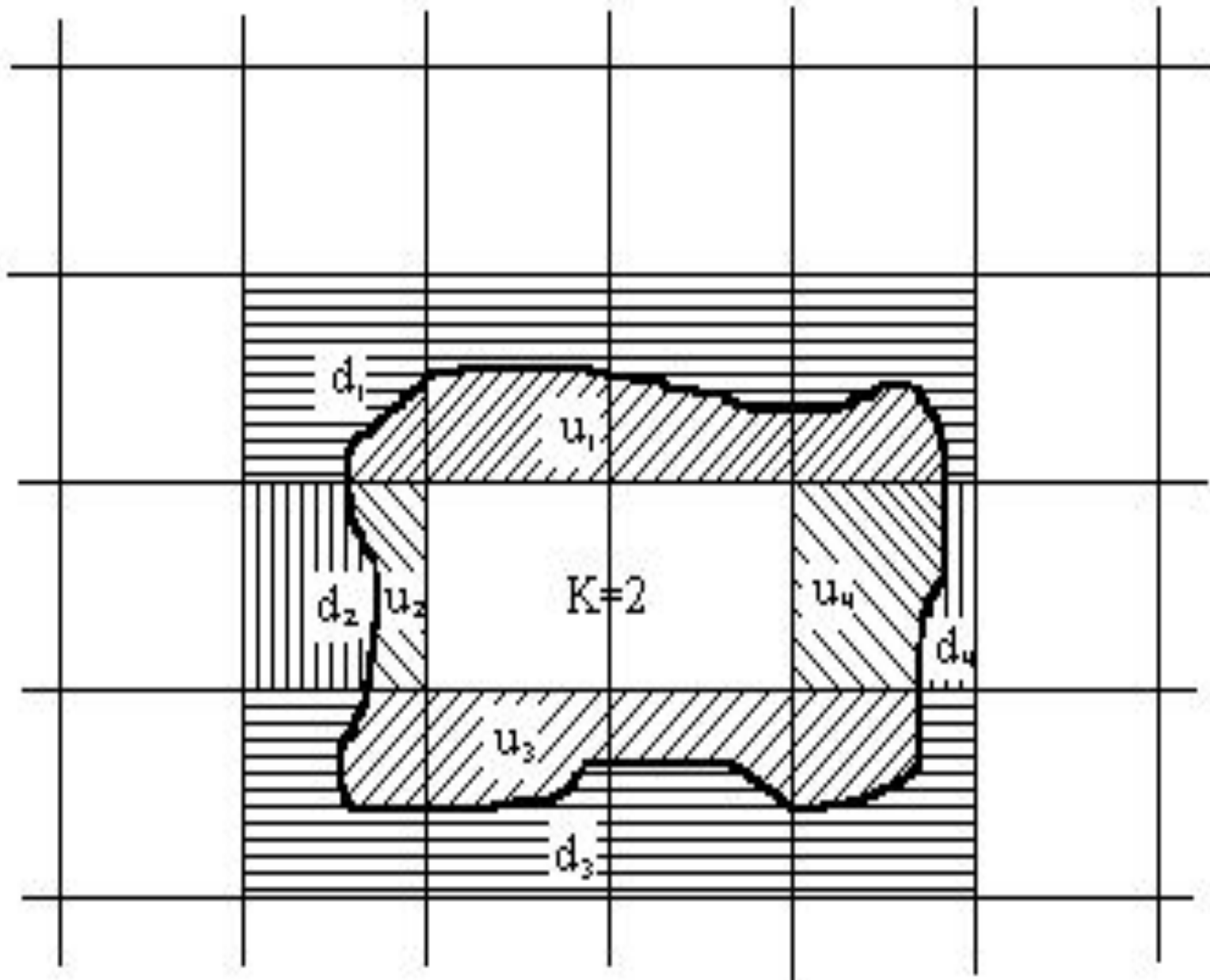
Электронный планиметр PLANIX-7 роликового типа







**Пропорційний планіметр**



**Спосіб Н. А. Сави́ча**

**Дякую за увагу!**

