

Сочетания и их свойства.



Мы уже говорили о том, что различают 3 вида соединений: **размещения, перестановки и сочетания.**



Это зависит от того, входят ли в соединения все элементы данного множества или только часть их, играет ли роль порядок элементов или не играет.

Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
Из n элементов по n элементов	Из n элементов по k элементов	Из n элементов по k элементов
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Задача: Сколькими способами можно распределить три путевки в один санаторий между пятью желающими?

Так как путевки предоставлены в один санаторий, то варианты распределения отличаются друг от друга хотя бы одним желающим. Поэтому число способов распределения

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

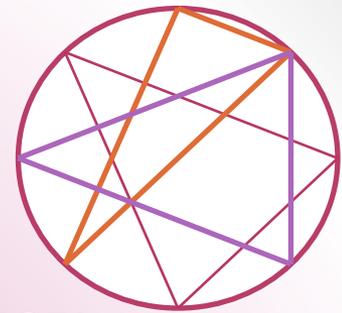
Задача: В цехе работают 12 человек: 5 женщин и 7 мужчин. Сколькими способами можно сформировать бригаду из 7 человек, чтобы в ней было 3 женщины?

Из пяти женщин необходимо выбирать по три, поэтому число способов отбора C_5^3 .

Так как требуется отобрать четырех мужчин из семи, то число способов отбора мужчин C_7^4

$$\begin{aligned} C_5^3 * C_7^4 &= \frac{5!}{3! * 2!} * \frac{7!}{4! * 3!} = \frac{3! * 4 * 5 * 4! * 5 * 6 * 7}{3! * 1 * 2 * 4! * 1 * 2 * 3} = \\ &= \frac{4 * 5 * 5 * 6 * 7}{2 * 2 * 3} = 2 * 25 * 7 = 350 \end{aligned}$$

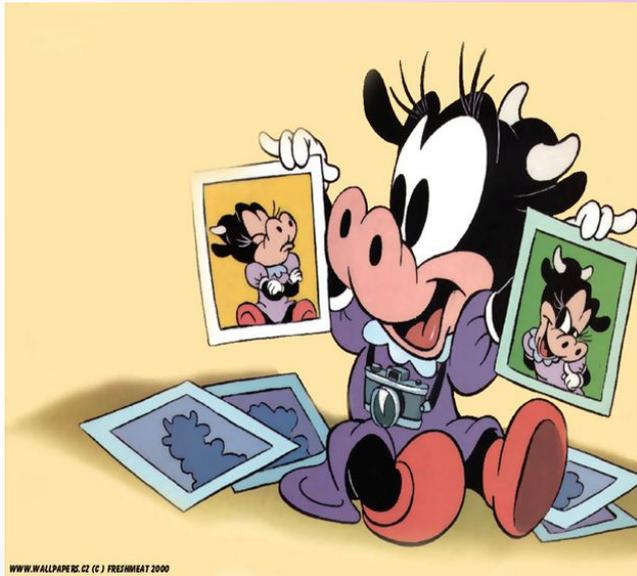
Задачи



1. На окружности отмечены 10 точек. Сколько разных треугольников с вершинами в этих точках можно получить?

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{\overset{4}{8} \cdot \overset{3}{9} \cdot 10}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 120$$

2. Из 12 фотографий необходимо выбрать четыре для участия в конкурсе. Сколькими способами можно сделать этот выбор?



$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{12}^4 = \frac{12!}{4!8!} = 495$$

Ответ: 495 способа

3. Из четырёх мальчиков и семи девочек девятого класса для участия в викторине необходимо выбрать двух мальчиков и трёх девочек. Сколькими способами это можно сделать?

$$C_4^2 \cdot C_7^3 = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{7!}{3!4!} = 6 \cdot 35 = 210$$

Ответ: 210 способов.



Задача

4. В отделе работают 5 ведущих и 8 старших сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и двух старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор?

$$C_5^2 \cdot C_8^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 280$$



Задача

5. У Минотавра в лабиринте томятся 25 пленников.

а) Сколькими способами он может выбрать себе трёх из них на завтрак, обед и ужин?

б) А сколько существует способов, чтобы отпустить трёх пленников на свободу?

Решение:

А) Порядок важен. $A_{25}^3 = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$

Б) Порядок не важен $C_{25}^3 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$

Задача

В партии из 50 деталей находятся 10 бракованных.

Вынимают из партии наудачу четыре детали.

Определить, какова вероятность того, что все 4 детали окажутся бракованными.

Всего исходов: $C_{50}^4 = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4900$

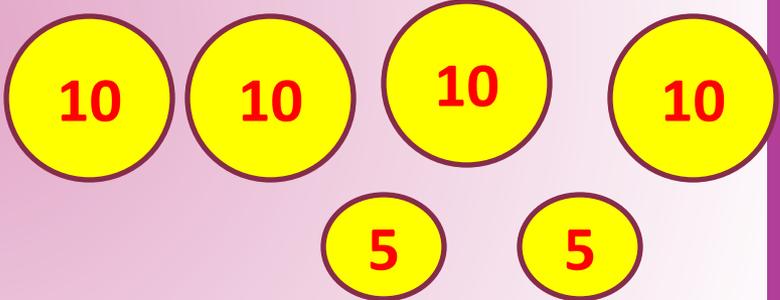
Благоприятных исходов: $C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$

Вероятность: $p = \frac{210}{4900} = \frac{3}{70}$

Задача

В Кармане У Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублёвые монеты лежат в разных карманах.

Всего исходов $C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$



The diagram illustrates the initial state of the coins. There are six yellow circles with red outlines, each containing a number. The top row consists of four circles, each containing the number '10'. The bottom row consists of two circles, each containing the number '5'.

Благоприятным событием будет ситуация, когда в одном кармане лежит 1 пятирублёвая монета с двумя какими-то 10-рублёвыми

$$C_2^1 \cdot C_4^2 = 12$$