Тема 3. Радиационный теплообмен

Лекции 12, 13

§ 5. Зональный метод расчета радиационного теплообмена

При фундаментальной постановке задачи для всех зон известны T_i и ε_i и требуется найти $q_i^{РЕЗ}$ или $q_i^{ПАД}$.

При смешанной постановке – для n_1 зон заданы T_i и ε_i и требуется найти $q_i^{РЕЗ}$ или $q_i^{ПАД}$, а для $n_2 = n - n_1$ зон заданы $q_i^{РЕЗ}$ и ε_i и требуется найти T_i.

Рассмотрим фундаментальную постановку задачи. На i-тую зону падает поток излучения

$$Q_i^{ПАД} = \sum_{k=1}^{n} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki} ,$$

где k=1,2,…,n.

Здесь $Q_i^{ПАД}$ и $Q_k^{ЭФ}$ неизвестны.

Представим $Q_i^{ЭФ}$ как

$$Q_i^{ЭФ} = Q_i^{СОБ} + Q_i^{ОТР} = Q_i^{СОБ} + R_i \cdot Q_i^{ПАД} =$$

$$= Q_i^{СОБ} + R_i \cdot \sum_{k=1}^{n} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki} \cdot$$

Придавая i значения 1,2,…,n, получим систему n уравнений с n неизвестными $Q_i^{ЭФ}$:

$$Q_i^{ЭФ} - R_i \cdot \sum_{k=1}^{n} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki} = Q_i^{СОБ},$$

где i и k = 1,2,…,n,

так как известны величины

$$Q_i^{СОБ} = \varepsilon_i \cdot \sigma_0 \cdot T_i^4 \cdot F_i \cdot$$

Найдем теперь $Q^{РЕЗ}$.

$$Q_i^{ЭФ} = Q_i^{СОБ} + R_i \cdot Q_i^{ПАД} \Rightarrow Q_i^{ПАД} = \frac{1}{R_i} \cdot \left(Q_i^{ЭФ} - Q_i^{СОБ} \right).$$

Подставим это выражение в $Q^{РЕЗ}$:

$$Q_i^{РЕЗ} = Q_i^{ПАД} - Q_i^{ЭФ} = \frac{1}{R_i} \cdot \left(Q_i^{ЭФ} - Q_i^{СОБ} \right) - Q_i^{ЭФ} =$$

(считаем, что объекты непрозрачны, то есть $A_i + R_i = 1$)

$$= \frac{1 - R_i}{R_i} \cdot Q_i^{ЭФ} - \frac{1}{R_i} \cdot Q_i^{СОБ} = \frac{A_i}{1 - A_i} \cdot Q_i^{ЭФ} - \frac{1}{1 - A_i} \cdot Q_i^{СОБ} =$$

(учитываем, что для серых тел $\varepsilon = A$ и $Q_i^{СОБ} = \varepsilon_i \cdot Q_i^0$)

$$= \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} \cdot \left(Q_i^{ЭФ} - Q_i^0 \right),$$

где $Q_i^0 = \sigma_0 \cdot T_i^4 \cdot F_i$ – поток излучения а.ч.т.

Определив $Q_i^{ЭФ}$ из системы слайда 3, по формуле слайда 4 можно найти $Q_i^{РЕЗ}$.

Из последнего выражения следует, что

$$Q_i^{ЭФ} = \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \cdot Q_i^{РЕЗ} + Q_i^{0} \,. \qquad (*)$$

Камерные печи компании НАКАЛ для обжига керамики и фарфора

Рассмотрим смешанную постановку задачи. Для n_1 зон, для которых заданы T_i , решение то же; для $n_2 = n - n_1$ поверхностей, для которых заданы $Q_i^{РЕЗ}$, находим $Q_i^{ЭФ}$ из уравнения

$$Q_i^{РЕЗ} = Q_i^{ПАД} - Q_i^{ЭФ} \Rightarrow Q_i^{ЭФ} = -Q_i^{РЕЗ} + \sum_{k=1}^{n_2} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki} \ ,$$

где $n_1 + 1 \le i \le n$, – имеем систему уравнений.

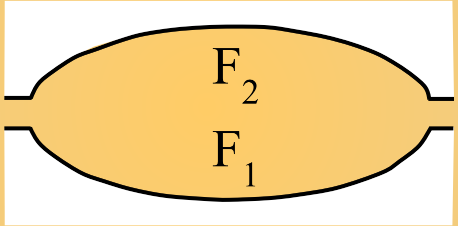
Определив отсюда $Q_i^{ЭФ}$, по уравнению (*) найдем T_i :

$$T_i = \sqrt[4]{\frac{1}{\sigma_0 \cdot F_i} \cdot \left(Q_i^{ЭФ} - \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \cdot Q_i^{РЕЗ} \right)}.$$

§ 6. Радиационный теплообмен в системах с диатермической средой

А. Замкнутая система из 2 серых тел

Рассмотрим фундаментальную постановку задачи:



T_2, $\varepsilon_2 = A_2$

T_1, $\varepsilon_1 = A_1$

Схема соответствует задаче расчета теплообмена в плавильных пламенных печах. Неизвестными величинами являются $Q_1^{РЕЗ}$ и $Q_2^{РЕЗ}$.

Будем считать, что имеет место стационарный теплообмен. Тогда

$$Q_1^{РЕЗ} + Q_2^{РЕЗ} = 0\,.$$

$$Q_1^{РЕЗ} = Q_1^{ПАД} - Q_1^{ЭФ} =$$

(воспользуемся формулой $Q_i^{ПАД} = \sum_{k=1}^{n} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki}$

и учтем, что $Q_1^{ПАД} = Q_1^{ЭФ} \cdot \varphi_{11} + Q_2^{ЭФ} \cdot \varphi_{21}$)

$$= Q_2^{ЭФ} \cdot \varphi_{21} - Q_1^{ЭФ} \cdot (1 - \varphi_{11}) =$$

(по свойству замкнутости, $\phi_{12} = 1 - \phi_{11}$)

$$= Q_2^{ЭФ} \cdot \varphi_{21} - Q_1^{ЭФ} \cdot \varphi_{12} =$$

(воспользуемся формулой (*): $Q_i^{ЭФ} = \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \cdot Q_i^{РЕЗ} + Q_i^0$)

$$= \left(\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \cdot Q_2^{РЕЗ} + Q_2^0 \right) \cdot \varphi_{21} - \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} \cdot Q_1^{РЕЗ} + Q_1^0 \right) \cdot \varphi_{12} =$$

(учтем, что $Q_1^0 = \sigma_0 \cdot T_1^4 \cdot F_1$; $Q_2^0 = \sigma_0 \cdot T_2^4 \cdot F_2$;

$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} - 1$ и $Q_2^{РЕЗ} = -Q_1^{РЕЗ}$)

$$= -\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \varphi_{21} \cdot Q_1^{РЕЗ} + \sigma_0 \cdot T_2^4 \cdot F_2 \cdot \varphi_{21} -$$

$$-\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \varphi_{12} \cdot Q_1^{РЕЗ} - \sigma_0 \cdot T_1^4 \cdot F_1 \cdot \varphi_{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1^{РЕЗ} = \frac{\sigma_0 \cdot T_2^4 \cdot F_2 \cdot \varphi_{21} - \sigma_0 \cdot T_1^4 \cdot F_1 \cdot \varphi_{12}}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \varphi_{21} + 1} .$$

По свойству взаимности, $F_2 \cdot \phi_{21} = F_1 \cdot \phi_{12}$.

Окончательно получим

$$Q_1^{РЕЗ} = \frac{\sigma_0 \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) \cdot F_1 \cdot \varphi_{12}}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \varphi_{21} + 1}.$$

$$q_1^{РЕЗ} = \frac{Q_1^{РЕЗ}}{F_1} = \sigma_0 \cdot \varepsilon_{ПР} \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) \cdot \varphi_{12},$$

где $\varepsilon_{ПР} = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \varphi_{12} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \varphi_{21} + 1}$ – приведенная степень черноты.

Для примера А) § 10 (система из 2 параллельных бесконечных пластин) $\phi_{12} = \phi_{21} = 1$ и

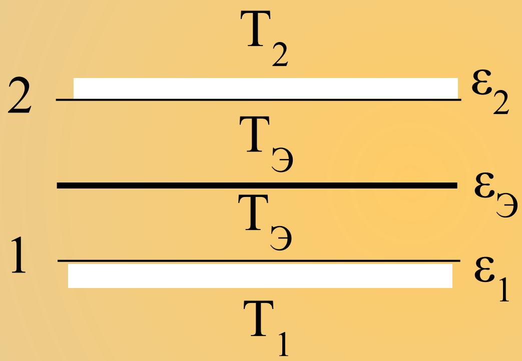
$$\varepsilon_{\text{ПР}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

Для примера Б) § 10 (система из 2 концентрических сфер или внутренняя поверхность сферического сегмента и его основание) $\phi_{12} = 1$ и $\varphi_{21} = \dfrac{F_1}{F_2}$. Следовательно

$$\varepsilon_{\text{ПР}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \dfrac{F_1}{F_2}}.$$

Б. Действие экранной теплоизоляции

Рассмотрим стационарный РТО в системе из 2 бесконечных серых пластин, между которыми установлен непрозрачный высокотеплопроводный тонкий экран.



$T_2 > T_1$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_Э = \varepsilon_1 = \varepsilon$

При отсутствии экрана, по формуле из предыдущего примера,

$$q_1^{РЕЗ'} = \frac{\sigma_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot \left(T_2^4 - T_1^4 \right).$$

При наличии экрана, плотность результирующего теплопотока на экране, обусловленного его теплообменом с пластиной 2,

$$q_Э^{РЕЗ} = \frac{\sigma_0}{\frac{2}{\varepsilon} - 1} \cdot \left(T_2^4 - T_Э^4 \right).$$

Рассматривая РТО между экраном и пластиной 1, аналогично можно записать:

$$q_1^{РЕЗ} = \frac{\sigma_0}{\frac{2}{\varepsilon} - 1} \cdot \left(T_Э^4 - T_1^4 \right).$$

Поскольку экран не накапливает теплоту,

$$\left| q_Э^{РЕЗ} \right| = \left| q_1^{РЕЗ} \right| \Rightarrow T_Э^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}.$$

Подставив последнее выражение в предыдущую формулу, найдем величину плотности результирующего теплопотока

в системе 2 бесконечных пластин при наличии между ними экрана:

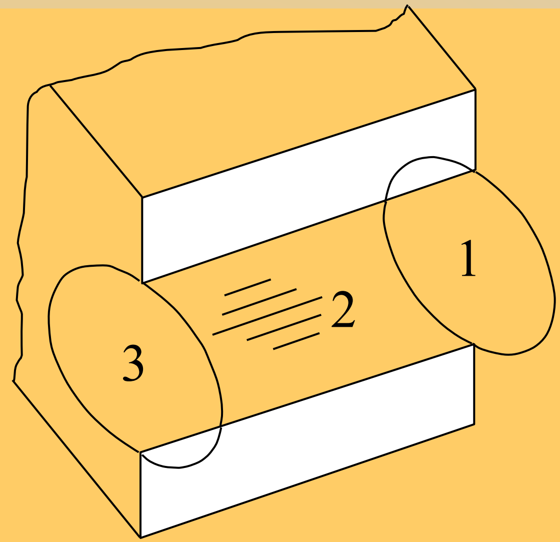
$$q_1^{\text{РЕЗ}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_0}{\frac{2}{\varepsilon} - 1} \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) = \frac{1}{2} \cdot q_1^{\text{РЕЗ}'}.$$

В случае установки n экранов

$$q_1^{\text{РЕЗ}} = \frac{\sigma_0}{(n+1) \cdot \left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)} \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right).$$

Пожарные используют передвижной теплозащитный экран, снабженный колесами для его перемещения

В. Излучение через окна печи



Система состоит из трех зон: 1 и 3 –а.ч.т. ($T_1 = T_П$ – температура печи, $T_3 = T_{ОС}$ – температура окружающей среды), соединенные адиабатной серой поверхностью 2 ($Q_2^{РЕЗ} = 0$).

Имеет место смешанная постановка задачи, при которой искомой величиной является поток результирующего излучения зоны 3 (наружная поверхность окна):

$$Q_3^{РЕЗ} = ?$$

Для рассматриваемых условий справедлива следующая система уравнений

(при записи $Q_2^{ЭФ}$ воспользуемся формулой из решения смешанной постановки задачи РТО со слайда 6:

$$Q_i^{ЭФ} = -Q_i^{РЕЗ} + \sum_{k=1}^{n} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki} \quad):$$

$$\begin{cases} Q_1^{ЭФ} = Q_1^0, \\ Q_2^{ЭФ} = Q_1^{ЭФ} \cdot \varphi_{12} + Q_2^{ЭФ} \cdot \varphi_{22} + Q_3^{ЭФ} \cdot \varphi_{32}, \\ Q_3^{ЭФ} = Q_3^0. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Q_2^{ЭФ} \cdot (1-\varphi_{22}) = Q_1^0 \cdot \varphi_{12} + Q_3^0 \cdot \varphi_{32}.$$

По свойству замкнутости $\phi_{21} + \phi_{22} + \phi_{23} = 1$, а из-за симметричности системы $\phi_{21} = \phi_{23}$, следовательно, $1 - \phi_{22} = 2 \cdot \phi_{23}$.

Тогда

$$Q_2^{ЭФ} = Q_1^0 \cdot \frac{\varphi_{12}}{2 \cdot \varphi_{23}} + Q_3^0 \cdot \frac{\varphi_{32}}{2 \cdot \varphi_{23}} .$$

Помня, что $Q^{РЕЗ} = Q^{ПАД} - Q^{ЭФ}$, и $Q_i^{ПАД} = \sum_{k=1}^{n} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{ki}$, искомую величину $Q_3^{РЕЗ}$ представим как

$$Q_3^{РЕЗ} = \sum_{k=1}^{3} Q_k^{ЭФ} \cdot \varphi_{k3} - Q_3^{ЭФ} =$$

(подставляем выражения для $Q_i^{ЭФ}$)

$$= Q_1^0 \cdot \varphi_{13} + Q_1^0 \cdot \frac{\varphi_{12}}{2 \cdot \varphi_{23}} \cdot \varphi_{23} + Q_3^0 \cdot \frac{\varphi_{32}}{2 \cdot \varphi_{23}} \cdot \varphi_{23} - Q_3^0 =$$

$$= Q_1^0 \cdot \frac{2 \cdot \varphi_{13} + \varphi_{12}}{2} - Q_3^0 \cdot \frac{2 - \varphi_{32}}{2}$$

Для рассматриваемой системы $\phi_{12} = 1 - \phi_{13}$, $\phi_{32} = 1 - \phi_{31}$, а из-за симметричности системы $\phi_{31} = \phi_{13}$.

Тогда

$$\frac{2\cdot\varphi_{13}+\varphi_{12}}{2}=\frac{2\cdot\varphi_{13}+1-\varphi_{13}}{2}=\frac{1+\varphi_{13}}{2},$$

$$\frac{2-\varphi_{32}}{2}=\frac{2-1+\varphi_{31}}{2}=\frac{1+\varphi_{13}}{2}.$$

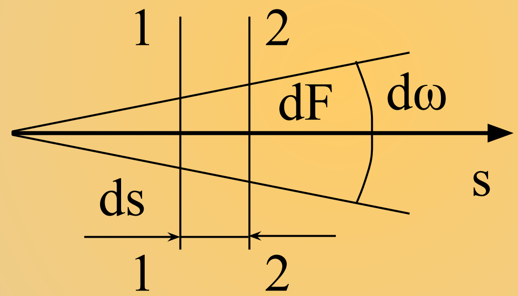
Следовательно, считая, что $F_1 = F_3$, получим:

$$Q_3^{\text{РЕЗ}}=\sigma_0\cdot\left(T_1^4-T_3^4\right)\cdot F_1\cdot\frac{1+\varphi_{13}}{2}=\sigma_0\cdot\left(T_1^4-T_3^4\right)\cdot F_1\cdot \Phi,$$

где Ф – коэффициент диафрагмирования.

§ 7. Радиационный теплообмен в системе серых тел, заполненных поглощающе-излучающей средой

Рассмотрим изменение потока излучения, распространяющегося в поглощающей, рассеивающей и излучающей среде в пределах элементарного пространственного угла $d\omega$:



$$dF_1 = dF_2 = dF$$

В сечении 1-1

$$Q_1 = B \cdot d\omega \cdot dF ,$$

а в сечении 2-2, расположенном на достаточно малом расстоянии,

$$Q_2 = (B + dB) \cdot d\omega \cdot dF .$$

Изменение яркости излучения обусловлено как поглощением и рассеиванием энергии, что вызывает ослабление энергии излучения

$$\Delta Q^{\text{осл}} = k \cdot B \cdot d\omega \cdot dF \cdot ds\,,$$

где $k = \kappa + \beta$ – коэффициент ослабления, м$^{-1}$;

κ – коэффициент поглощения, м$^{-1}$;

β – коэффициент рассеяния, м$^{-1}$,

так и собственным излучением среды, вызывающим

$$\Delta Q^{\text{СОБ}} = \frac{1}{4\cdot\pi}\cdot\eta^{\text{СОБ}}\cdot d\omega\cdot dF\cdot ds\,,$$

где $\eta^{\text{СОБ}}$ – плотность потока объемного излучения, Вт/м^3.

По закону сохранения энергии

$$Q_2 = Q_1 - \Delta Q^{\text{осл}} + \Delta Q^{\text{соб}},$$

или

$$(B + dB)\cdot d\omega \cdot dF = B \cdot d\omega \cdot dF - k \cdot B \cdot d\omega \cdot dF \cdot ds + \frac{\eta^{\text{соб}}}{4\cdot\pi}\cdot d\omega \cdot dF \cdot ds.$$

Приведя подобные и сократив на $d\omega \cdot dF \cdot ds$, получим:

$$\frac{dB}{ds} = -k \cdot B + \frac{\eta^{\text{соб}}}{4\cdot\pi} \; -$$

уравнение переноса энергии в поглощающей и излучающей среде.

Когда среда является чисто ослабляющей, то

$$\frac{dB}{B} = -k \cdot ds \; -$$

закон Бугера.

Пьер Бугер (1698–1758) – французский физик и астроном, один из основателей фотометрии. Используя единственно доступный ему источник сравнения – калиброванные свечи, Бугер нашел способ сопоставления освещения от небесных светил, сделав некоторые ранние измерения в области фотометрии.
Он обнаружил, что свет полной Луны в 300 тысяч раз слабее света Солнца при одинаковой их высоте над горизонтом.

В 1729 году опубликовал работу «Опыт о градации света», целью которой было определение количество света, теряющегося при прохождении заданного расстояния в атмосфере.
Он первым из известных ученых написал об основополагающем законе фотометрии, носящем сейчас его имя.

Найдем поглощательную способность слоя (объема) среды, считая ее чисто поглощающей. Для этого проинтегрируем предыдущее выражение от 0 до l:

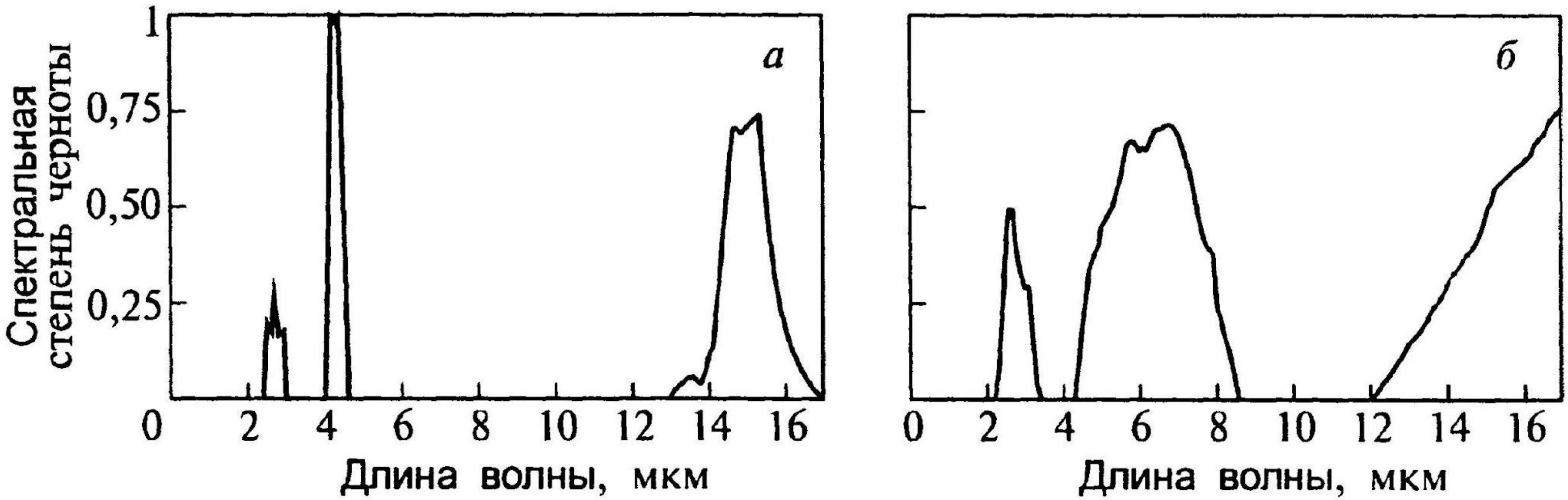
$$\ln B = -\kappa \cdot l + c\,.$$

Потенцируя и определяя константу c из начальных условий, получим:

$$B = B_{НАЧ} \cdot \exp(-\kappa \cdot l)\,.$$

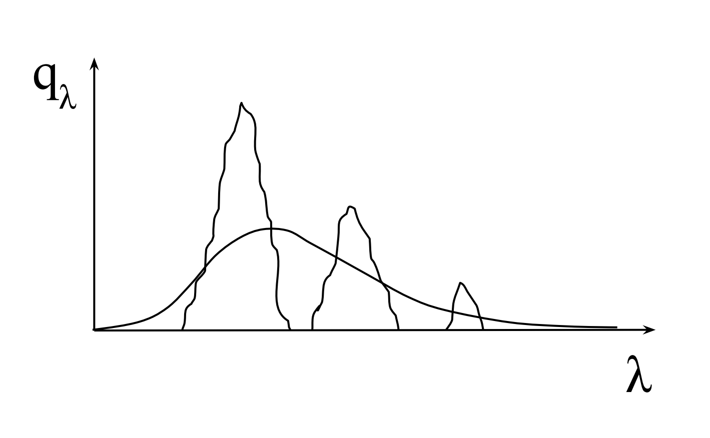
Тогда

$$A = \frac{B_{НАЧ} - B}{B_{НАЧ}} = 1 - \exp(-\kappa \cdot l)\,.$$



Основные полосы поглощения углекислого газа (а) и водяного пара (б)

Для упрощения расчетов излучение газов принимают серым, причем площадь под кривой распределения плотности излучения «серого» газа (штриховая кривая) равна сумме площадей полос излучения реального газа.



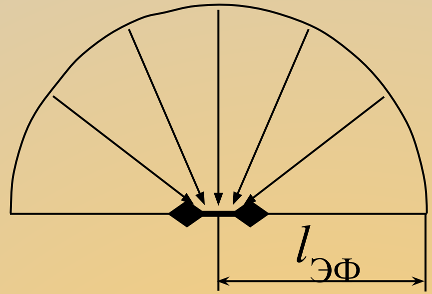
Плотность потока собственного «серого» излучения CO_2 и H_2O рассчитывают по формулам:

$$q_{CO_2} = 3{,}5 \cdot \left(p_{CO_2} \cdot l_{ЭФ} \right)^{0{,}33} \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^{3{,}5},$$

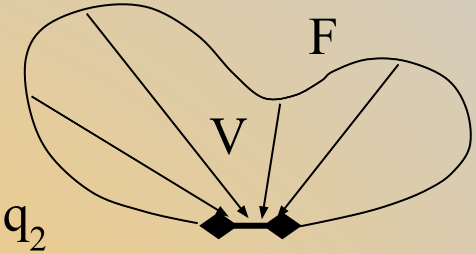
$$q_{H_2O} = 3{,}5 \cdot p_{H_2O}^{\;0{,}8} \cdot l_{ЭФ}^{\;0{,}6} \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^{3},$$

где p_{CO_2}, p_{H_2O} – парциальное давление CO_2 и H_2O, Па – вклад этих компонентов в общее давление;

$l_{ЭФ}$ – эффективная длина луча, м.



$q_1 = q_2$



Излучение газовой полусферы, приходящее на единичную площадку в центре ее основания

Излучение газового объема сложной формы

$$l_{ЭФ} = 3{,}6 \cdot \frac{V}{F} \; -$$

формула А.С. Невского.

Степень черноты CO_2 и H_2O меньше суммы степеней черноты чистых газов:

$$\Delta\varepsilon = \; \varepsilon_{CO_2} + \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon \,,$$

где $\Delta\varepsilon$ – поправка, учитывающая взаимное поглощение излучений CO_2 и H_2O в объеме и зависящая от температуры смеси, концентрации компонентов, давления и средней длины луча.