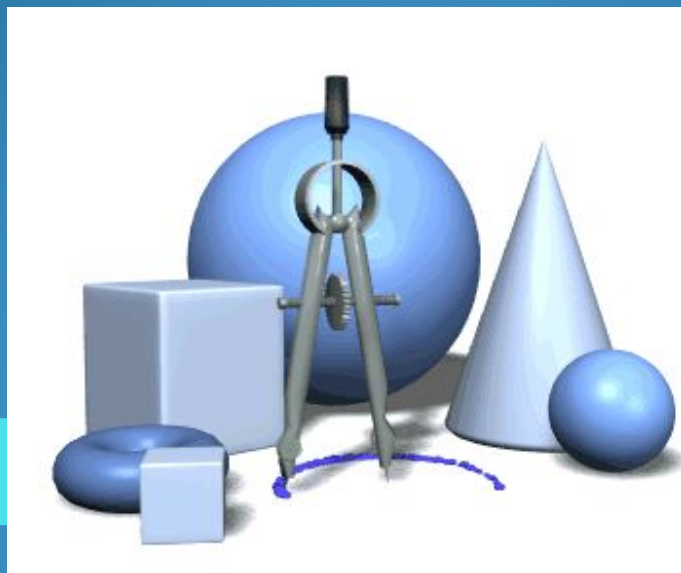


ГБПОУ КК «Новокубанский аграрно-политехнический техникум»



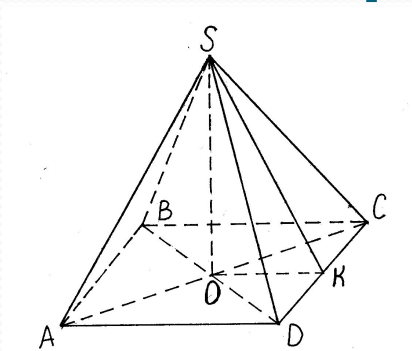
МН

НИК

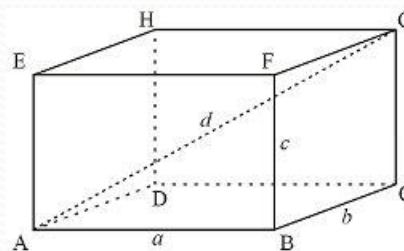
И

Выполнила
преподаватель
Математики
Галстян Тамара
Ашотовна

Многогранник-поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело



Тетраэдр



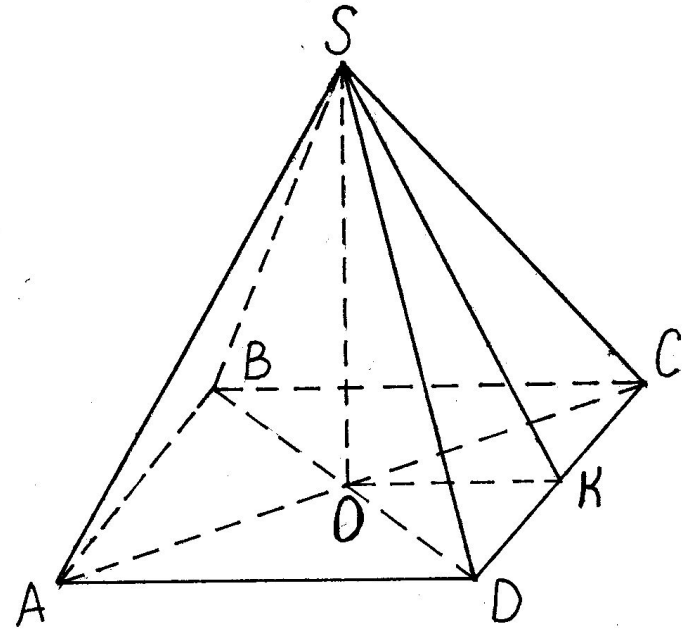
Параллелепипед

Основные элементы многогранников

- Грани – это многоугольники, составляющие многогранник.
- Ребра – это стороны граней.
- Вершины – это концы ребер.

Например:

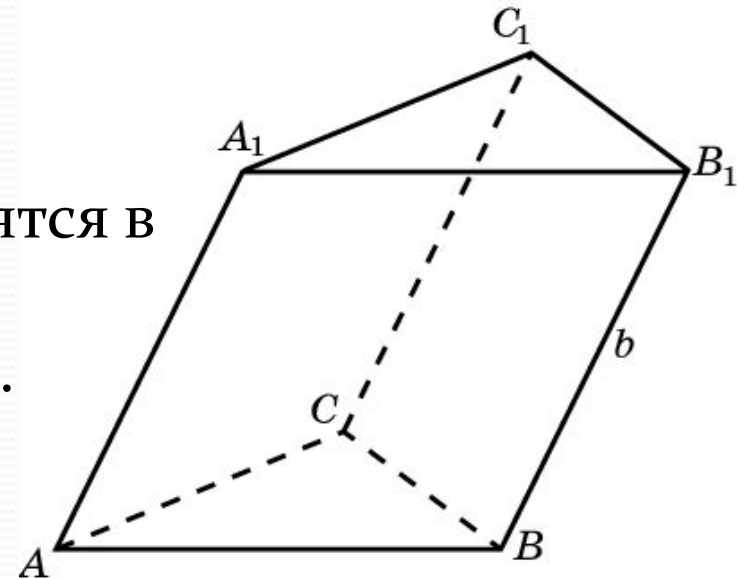
- грани тетраэдра: ASD , DSC ;
- ребра: AS, AD, SD ;
- вершины: A, B, C, D .



Треугольная призма

Частным случаем многогранника является треугольная призма.

- Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ находятся в параллельных плоскостях.
- Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны.
- Ребра AA_1, BB_1, CC_1 параллельны.

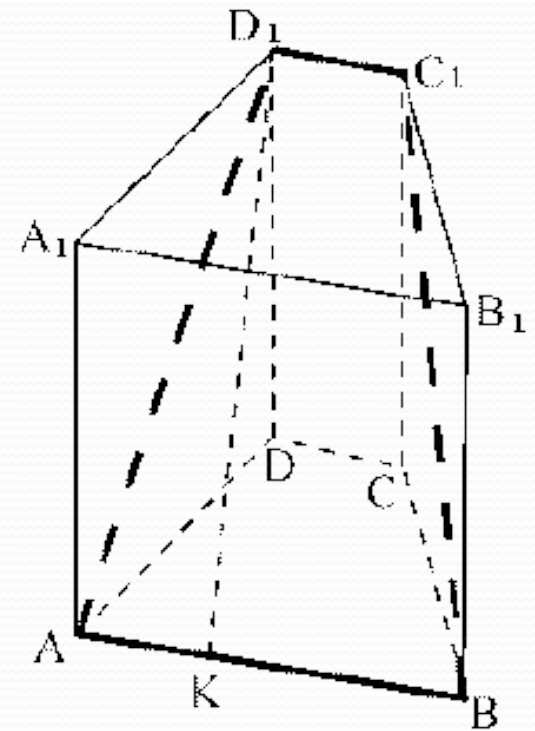


Если боковые ребра перпендикулярны основанию, то призма называется прямой, а в данном случае – наклонной.

Четырехугольная призма

- Четырехугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ находятся в параллельных плоскостях.
- Четырехугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ равны.
- Ребра AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 параллельны.

Диагональ призмы – это отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани. A_1C



Параллелепипед

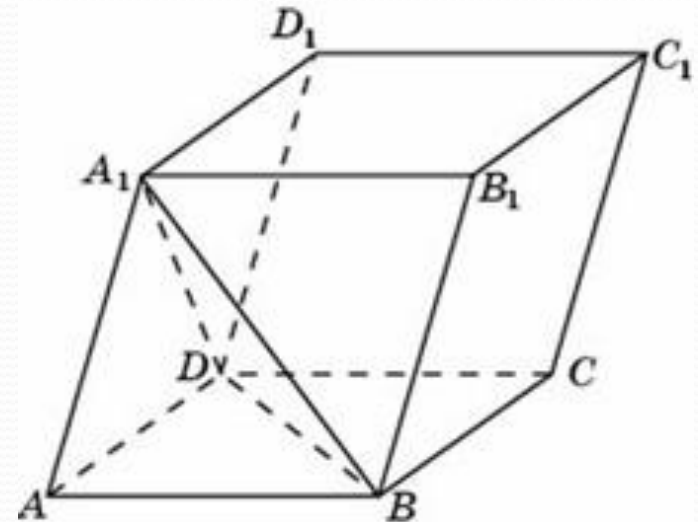
Частным случаем четырёхугольной призмы является параллелепипед.

- В основании лежат равные и параллельные друг другу параллелограммы.

$ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$

- Боковые ребра параллельны.

AA_1, BB_1, CC_1, DD_1



Шестиугольная призма

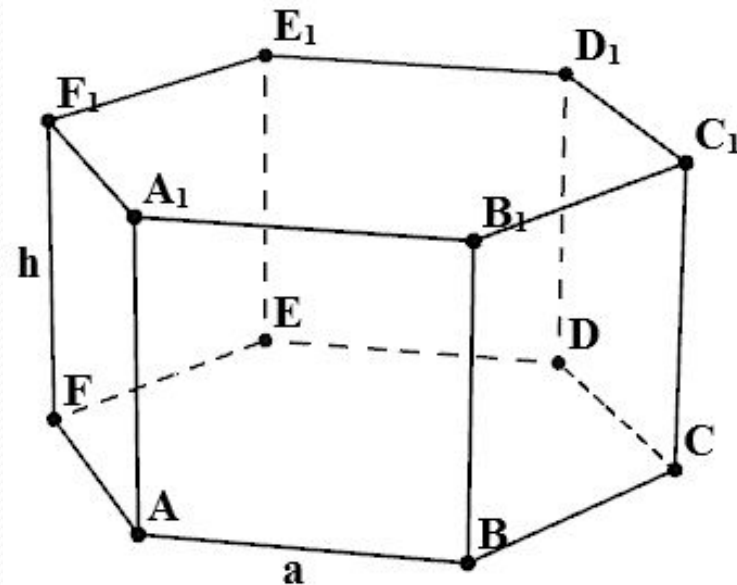
- В основании лежат равные шестиугольники.

$$ABCDEF = A_1B_1C_1D_1E_1F_1$$

- Шестиугольники лежат в параллельных плоскостях.

- Ребра $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1, FF_1$ параллельны.

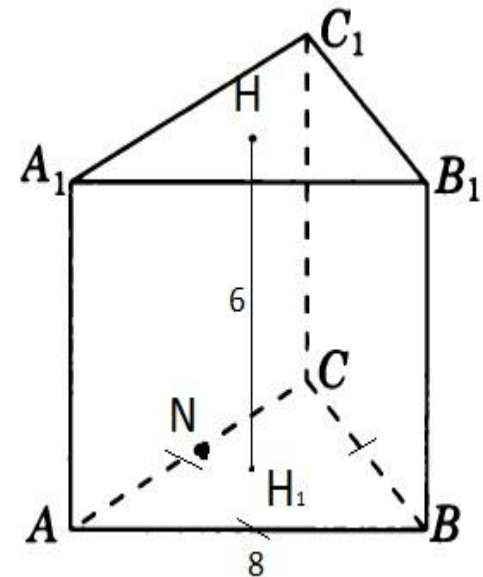
Если какое-нибудь боковое ребро перпендикулярно плоскости основания, то такая шестиугольная призма называется прямой.



Правильная призма

Прямая призма называется правильной, если её основания – правильные многоугольники.

- Треугольник ABC – правильный
- Ребро AA_1 перпендикулярно основанию ABC ($AA_1 \perp ABC$).



Площадь поверхности призмы

- Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех её граней. Обозначается $S_{\text{полн}}$.
- Площадью боковой поверхности называется сумма площадей всех боковых граней. Обозначается $S_{\text{бок}}$.

Призма имеет два основания. Тогда площадь полной поверхности призмы:

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

Теорема о площади боковой поверхности призмы

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.
Доказательство проведем на примере треугольной призмы.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма, т. е. $AA_1 \perp ABC$.

$AA_1 = h$.

Доказать: $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$.

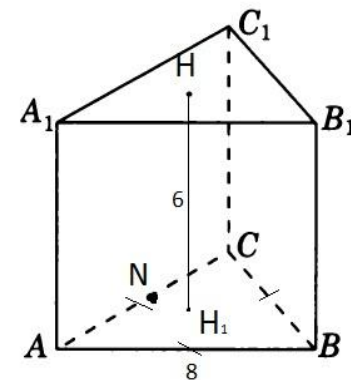
Доказательство.

Треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ – прямая, значит, AA_1B_1B , AA_1C_1C , BB_1C_1C – прямоугольники.

Найдем площадь боковой поверхности как сумму площадей прямоугольников AA_1B_1B , AA_1C_1C , BB_1C_1C :

$$S_{\text{бок}} = AB \cdot h + BC \cdot h + CA \cdot h = (AB + BC + CA) \cdot h = P_{\text{осн}} \cdot h.$$

Получаем, $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$, что и требовалось доказать.



Пример решения задачи

Условие: Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм со сторонами 3 см и 5 см. Острый угол параллелограмма равен 60° . Площадь большего диагонального сечения равна 63 см^2 .

Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

Пользуясь теоремой косинусов найдем длину диагонали AC.

$$AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120 = 49$$

$$AC = 7$$

Зная площадь диагонального сечения и длину AC, найдем высоту. $S_{\text{диаг.сеч}} = AC \cdot h$

$$7h = 63; \quad h = 9$$

Найдем площадь основания.

$$S_{\text{осн}}, \quad S = ab \cdot \sin \alpha, \quad S = (15\sqrt{3})/2$$

Найдем площадь боковых поверхностей.

$$S_{1\text{бок}} = 3 \cdot 9 = 27; \quad S_{2\text{бок}} = 5 \cdot 9 = 45$$

Найдем общую площадь.

$$S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$2S_{\text{осн}} = 15\sqrt{3}$$

$$S_{\text{бок}} = 2S_{1\text{бок}} + 2S_{2\text{бок}} = 2 \cdot 27 + 2 \cdot 45 = 144$$

$$S_{\text{полн}} = 144 + 15\sqrt{3}$$

