Модели эндогенного роста часть 2

Матершева В.В.

Воронеж 2013

Критика модели Солоу.

- экзогенность задания ключевых параметров экономического роста (норма сбережений, темп роста технологического прогресса, который Солоу задает через темп роста эффективности единицы труда);

- непостижимость феномена НТП;

- сомнительную адекватность модели при проверке ее выводов.

Пусть экономика описывается производственной функцией Кобба-Дугласа вида:

$$Y = AK^{\alpha} L^{(1-\alpha)}, \text{ где } (0 < \alpha < 1)$$

У неоклассиков реальная ставка процента – это разница между предельной производительностью капитала и нормой амортизации:

$$r = MPK - \delta = \alpha A \left(\frac{K}{L} \right)^{-(1-\alpha)} - \delta$$

1950 г.
ВВП США
в 5 раз больше
ВВП Японии

$$\frac{Y_{США}}{Y_{Япония}} = \frac{K_{США}^{\alpha}}{K_{Япония}^{\alpha}} = 5$$

где Y-выпуск, а K-запас капитала

Отсюда

$$K_{США} = 5^{(\frac{1}{\alpha})} K_{Япония}$$

Отсюда

Таким образом

$$\frac{r_{Япония} + \delta}{r_{США} + \delta} = \frac{K_{США}^{(1-\alpha)}}{K_{Япония}^{(1-\alpha)}} = 5^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}}$$

$$r_{Япония} = 5^{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}} \left(r_{США} + \delta\right) - \delta$$

При расчетных значениях α=0,3 и δ=0,1 с исторической ставкой в США $r_{США}$=6,5%, оценка $r_{Япония}$=400% далека от реальности

Направления развития моделей.

Расширение понятия капитала и увеличение параметра α.

Эндогенизация НТП, т.е. определение g.

Модель АК (Лукаса).

Включение ЧК в понятие «капитал». Модель АК и процессы конвергенции

Пусть выпуск описывается функцией Кобба-Дугласа вида:

$$Y = \overline{A} K_t^{\alpha} (LH_t)^{(1-\alpha)}, \text{ где } (0 < \alpha < 1)$$

$$\overline{A} > 0$$

H_t - технологический параметр,

– уровень человеческого капитала, которым обладает типичный представитель рабочей силы в момент времени *t*.

По аналогии с моделью Солоу эффективность труда измеряется уровнем человеческого капитала.

Инвестиции в момент t.

$$I_t = I_t^k + I_t^h$$

$$\Delta K = I^k - \delta K$$

$$\Delta H = I^h - \delta H$$

Производственная функция модели Лукаса.

MPK = MPH

$$\alpha\overline{A}\left(\frac{LH_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} = (1-\alpha)\overline{A}\left(\frac{K_t}{LH_t}\right)^{\alpha} L$$

Отсюда $\dfrac{H_t}{K_t} = \dfrac{1-\alpha}{\alpha}$

Тогда производственная функция имеет вид: $Y = AK$

где

$$A = \overline{A}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{1-\alpha} L^{1-\alpha}$$

Допущения модели.

1. постоянная предельная производительность капитала

2. выпуск на душу населения можно представить в виде:

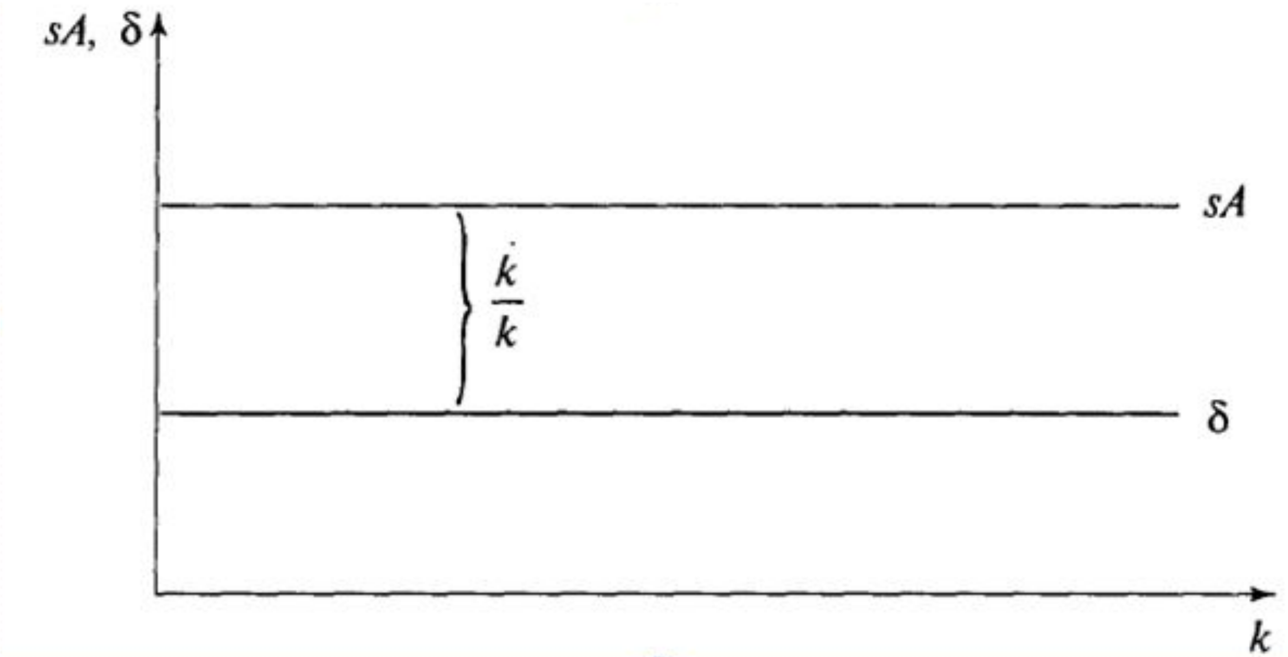
$$\mathrm{k} = \mathrm{i} - \delta\mathrm{k} = \mathrm{sAk} - \delta\mathrm{k}$$

3. темп роста капиталовооруженности равен:

$$\frac{\Delta k}{k} = s\,\frac{f(k)}{k} - \delta = sA - \delta$$

4. не рассматриваются темпы роста технологического прогресса и роста населения.

Темпы роста капиталовооруженности в модели АК.



Модель АК.

Поскольку $Y = Ak$, а потребление $c = (1 - s)\, y$, то, очевидно, что темпы роста производительности труда, потребления на одного работающего и капиталовооруженности совпадают.

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta k}{k} = sA - \delta$$

Условие означает, что если та часть капиталоотдачи, которая идет на накопление капитала, превышает норму выбытия, то в экономике будет наблюдаться устойчивый экономический рост.

Модифицированная модель АК.

$$Y = F(K, L) = AK + BK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

где выполняется условие

$$\frac{\Delta k}{k} = s\frac{f(k)}{k} - \delta = sA + s\frac{B}{k^{1-\alpha}} - \delta$$

в расчете на душу населения:

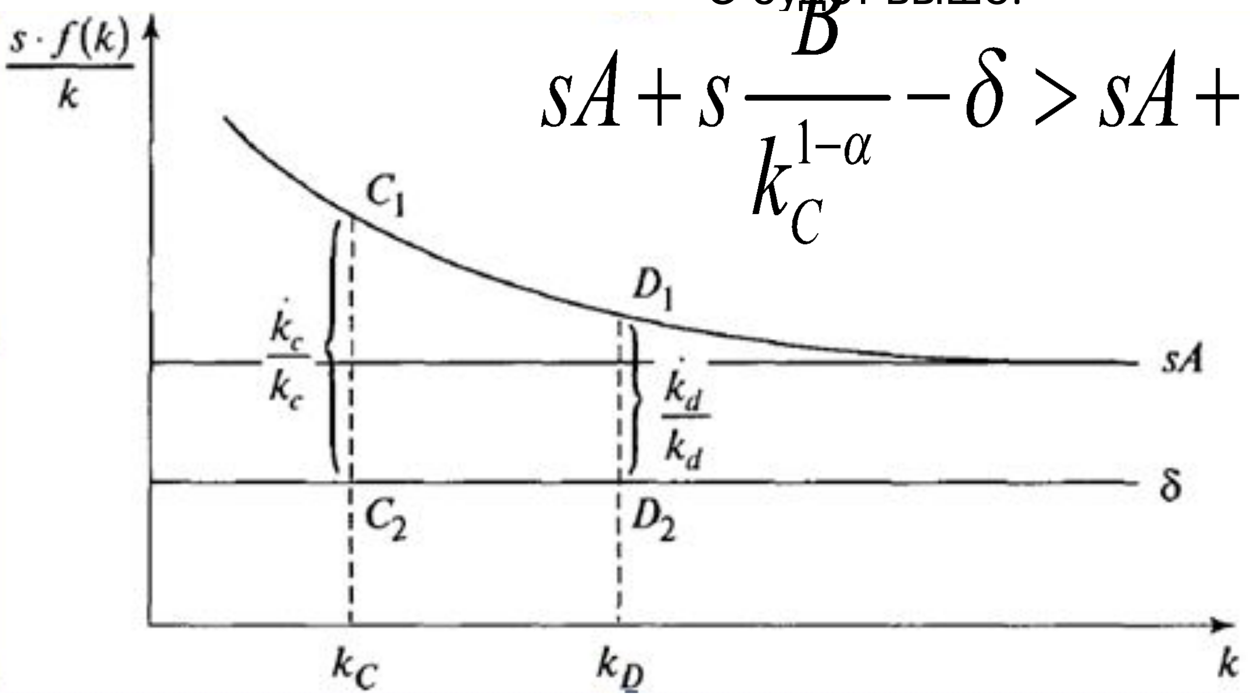
$$y = f(k) = Ak + Bk^{\alpha}$$

Темпы роста капиталовооруженности в модифицированной модели АК в двух странах.

Пусть в двух странах *C* и *D* производственная функция и все параметры совпадают, но в стране *C* первоначальный уровень капиталовооруженности ниже $(k_C < k_D)$.

По мере накопления капитала темпы роста падают, и в конце концов страны приближаются к одинаковому устойчивому уровню. Однако первоначально темп роста в *C* будет выше:

$$sA + s\frac{B}{k_C^{1-\alpha}} - \delta > sA + s\frac{B}{k_D^{1-\alpha}} - \delta$$



Модель Ромера.

Включение: а) продукта исследований и разработок и б) результата обучения на опыте в понятие «капитал»

Производственная функция в модели Ромера.

$$\tilde{Y}_t = \tilde{K}_t^{\alpha} \tilde{L}_t^{1-\alpha} \tilde{A}_t^{\beta}$$

$0 < \alpha < 1 \qquad \beta > 0$

где $\tilde{Y}, \tilde{K}, \tilde{L}$ - соответственно выпуск, капитал и трудовые ресурсы репрезентативной фирмы в момент времени *t*

А - уровень технологии в экономике, растет с ростом общего уровня знаний

Модель Ромера.

$$K_t = \tilde{N}K_t \quad L_t = \tilde{N}L_t$$

Пусть в экономике N подобных фирм. Тогда ,

.

$$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} K_t^{\beta}$$

Тогда выпуск описывается производственной функцией:

$$0 < \alpha < 1 \quad \beta > 0$$

где ,

$$\alpha + (1-\alpha) + \beta = 1 + \beta > 1$$

Т.к. ,

в экономике наблюдается возрастающая отдача от масштаба

Модель Ромера.

В результате аналитических выводов получим, что в устойчивом состоянии темп роста капитала равен:

$$\frac{\Delta K}{K}=\frac{(1-\alpha)n}{1-\alpha-\beta}$$

Рост будет экзогенный, если числитель и знаменатель в правой части не равны 0. Тогда в устойчивом состоянии рост обеспечивается за счет роста населения. Темпы роста будут стремиться к бесконечности при $\alpha+\beta>1$ и $n>0$, а также при $\beta=1-\alpha$.

Единственная возможность для эндогенного роста остается в случае, если $n=0$ и $\beta=1-\alpha$.

Тогда темпы постоянного роста зависят от нормы сбережений и постоянной численности населения:

$$\frac{\Delta K}{K}=\frac{sK^{\alpha}L^{1-\alpha}-\delta K}{K}=sL^{1-\alpha}-\delta$$

Модели, объясняющие НТП

Модель растущего разнообразия товаров.

Производственная функция имеет вид:

$$Y_t = A\left[\int_0^{m_t} \left(x_t^i\right)^\alpha di\right] L^{1-\alpha}$$

где $0 < \alpha < 1$.

x_t^i - затраты *i*-го промежуточного продукта в момент времени *t*

m_t - количество затрачиваемых промежуточных продуктов для производства выпуска в момент времени *t*

A - уровень технологии

Или вид: $$Y_t = \overline{A} m_t L$$

где $$\overline{A} = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha^2}{\gamma}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

γ - издержки на единицы товара

Инвестиции в модели.

$$I_t = sY_t$$

$$I_t = (m_{t+1} - m_t)\varphi + \gamma x m_t$$

Темп экономического роста.

$$\frac{Y_{t+1}}{Y} = \frac{m_{t+1}}{m_t} = 1 + \frac{\overline{AL}}{\varphi}(s - \alpha^2)$$

Темпы роста в экономике совпадают с темпом роста количества промежуточных продуктов

Откуда темп экономического роста равен:

$$\frac{\overline{AL}}{\varphi}(s - \alpha^2)$$

В случае $s > \alpha^2$ наблюдается устойчивый экономический рост. Темп роста тем выше, чем выше норма сбережений, чем ниже уровень издержек φ, необходимых для осуществления исследований и разработок по вводу нового продукта, а также чем ниже издержки производства уже существующих γ.

Модели, объясняющие НТП

Модель ступенек качества.

Производственная функция: $$Y_t = A\left[\int_0^1 \lambda_{ti}^{1-\alpha}(x_t^i)di\right]L^{1-\alpha}$$

где $\lambda_{ti}^{1-\alpha}$ - уровень качества *i*-го товара в момент времени *t*

Если предположить, что качество всех товаров стремится к одному уровню производственная функция примет вид:

$$Y_t = \overline{A}\lambda_t L$$

где $$\overline{A} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{\alpha^2}{\gamma}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Инвестиции в модели.

$$I_t = sY_t$$

$$I_t = I_{tr} + \gamma x$$

где I_{tr} - ресурсы, необходимые для изобретения и производства *i*-го товара.

Темп экономического роста.

Темпы экономического роста равны темпам роста качества товаров и совпадают с темпами роста выпуска в модели растущего разнообразия товаров:

$$\frac{Y_{t+1}}{Y} = \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} = 1 + \frac{\overline{A}L}{\varphi}(s - \alpha^2)$$

Откуда темп экономического роста равен:

$$\frac{\overline{A}L}{\varphi}(s - \alpha^2)$$

Модели, объясняющие НТП

Модель заимствования технологий.

Производственная функция:

$$Y_t = A\left[\int_0^{m_t} \left(x_t^i\right)^{\alpha} di\right] L^{1-\alpha}$$

Если предположить, что все промежуточные продукты импортируются по одинаковой цене *p*.

Производственная функция примет вид:

$$Y_t = \overline{A} m_t L p^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

где

$$\overline{A} = \cdot A^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Инвестиции в модели.

$$I_t = (m_{t+1} - m_t)\varphi L$$

φ - издержки обучения одного работника

$$m_{t+1} = m_t + \frac{I_t}{\varphi L}$$

I_t - инвестиции, связанные с заимствованием технологии

Темп экономического роста.

Если сберегается постоянная часть выпуска *s*, то темп роста выпуска будет:

$$\frac{Y_{t+1}}{Y} = \frac{m_{t+1}}{m_t} = 1 + \frac{s\bar{A}p^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\varphi}$$

Откуда темп экономического роста равен:

$$\frac{s\bar{A}p^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\varphi}$$

Достоинство моделей.

Выделены новые детерминанты роста, связанные с решениями фирм по поводу нововведений.

Это, прежде всего:

1. издержки, связанные с производством единицы промежуточного продукта,
2. издержки ресурсов в процессе НИОКР,
3. издержки обучения работника использованию в процессе производства нового товара,
4. цены на импортируемые промежуточные продукты