

МОДЕЛИРОВАНИЕ СПРОСА И ПОТРЕБЛЕНИЯ

**Целевая функция
потребления и
моделирование поведения
потребителей**

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Целевая функция потребления - функция, выражающая уровень удовлетворения материальных потребностей общества.

Целевая функция моделируется для решения задачи оптимизации.

Целевая функция показывает, как различные значения входящих в нее переменных влияют на уровень удовлетворения материальных потребностей.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Значение функции является **критерием эффективности распределения бюджетных ресурсов.**

При описании поведения индивидуального потребителя роль целевой функции играет функция полезности.

Один из подходов к моделированию поведения индивидуального потребителя (а это может быть не обязательно физическое лицо, а любой участник рынка) базируется на предположении о том, что каждый потребитель принимает решения о потреблении и покупках, исходя из своей системы предпочтений.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Формулировка этого положения в математических терминах выглядит следующим образом.

Будем считать, что имеется n различных товаров,

количество i -го товара обозначается x_i ,

тогда некоторый набор товаров обозначается $X = (x_1, \dots, x_n)$.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Будем рассматривать только неотрицательные количества товаров, так что $x_i \geq 0$ для любого $i=1, \dots, n$ или $X \geq 0$

.

Множество всех наборов товаров называется пространством товаров S .

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Далее вводится понятие бюджетного множества.

Пусть **вектор цен** есть P .

Зафиксируем какую-нибудь денежную сумму Q и назовем ее **доходом**.

Тогда множество наборов товаров стоимостью не более Q при данных ценах P **называется бюджетным множеством B** ;

множество наборов товаров стоимости ровно Q называется **границей G** этого бюджетного множества.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

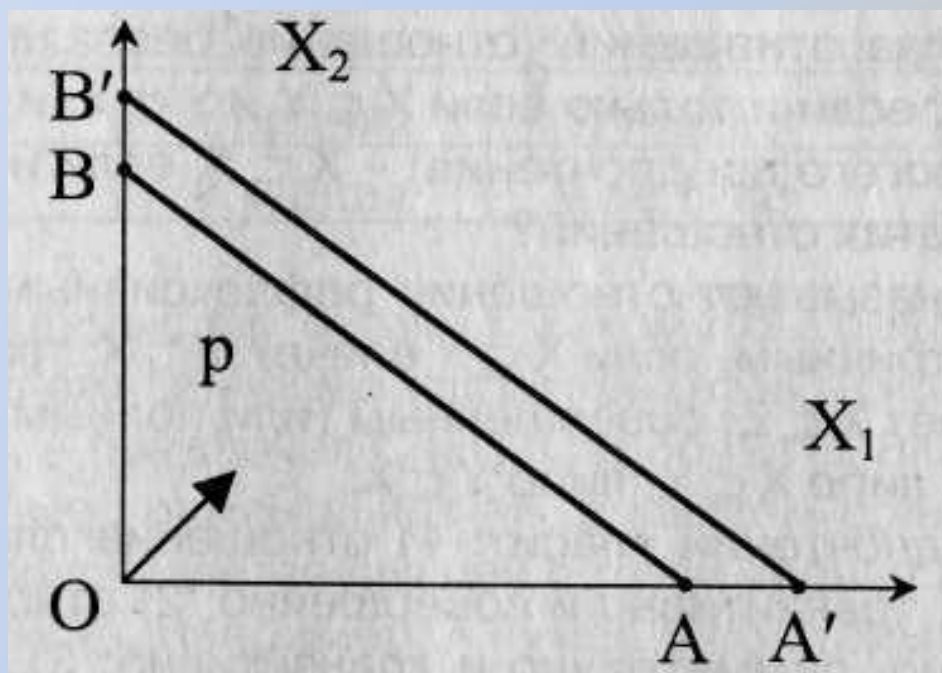
Бюджетное множество и его граница зависят от цен и дохода, так что точнее было бы их обозначить $B(P,Q)$ и $G(P,Q)$.

Бюджетное множество и его границу можно определить с помощью обычных неравенств и равенств:

$$B(P,Q) = \{(x_1, \dots, x_n) : x_1, \dots, x_n \geq 0, p_1 x_1 + \dots + p_n x_n \leq Q\};$$
$$G(P,Q) = \{(x_1, \dots, x_n) : x_1, \dots, x_n \geq 0, p_1 x_1 + \dots + p_n x_n = Q\}.$$

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Для случая двух товаров



**Бюджетное
множество**

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

При $\mathbf{P} = (2,3)$ и $Q = 30$ бюджетное множество $\mathbf{V}(\mathbf{P},Q)$ есть треугольник OAB , точка A имеет координату $Q/p_1 = 15$, точка B - $Q/p_2 = 10$.

Отрезок AB есть граница бюджетного множества, отрезок AB перпендикулярен вектору цен.

При увеличении Q граница бюджетного множества движется в направлении вектора цен.

При изменении цен об изменении бюджетного множества можно судить по движению точек

$$A(p_1) = Q/p_1, \quad B(p_1) = Q/p_2.$$

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Выбор потребителем некоторого набора товаров во многом зависит от его вкусов и желаний.

Потребитель различает наборы товаров, предпочитая один товар другому.

Пусть запись \preceq X означает, что потребитель предпочитает набор X набору Y либо не делает между ними различий. Такое отношение называется **слабым предпочтением**.

Оно формирует еще два отношения:

отношение безразличия (или равноценности) \approx X
 Y , если и только если $X \preceq Y$ и $Y \preceq X$, и

отношение предпочтения (или строгого предпочтения) - $X \succ Y$, если неверно, что $X \preceq Y$.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Аксиома предпочтений гласит:

- 1) отношение **слабого предпочтения** **рефлексивно, транзитивно и совершенно;**
- 2) отношение **равноценности** **рефлексивно, симметрично и транзитивно;**
- 3) отношение **предпочтения** транзитивно;
- 4) для любого $X \in C$ множество предпочтительности
- 5) $P_x = \{Y: X \subseteq Y\}$ выпукло;
- 6) каждый товар желателен для индивида:
если $X \subseteq Y$, то и $Y \subseteq X$,
а если к тому же $X \neq Y$ (т.е. $x_i < y_i$ для некоторого i),
то $X \subset Y$.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

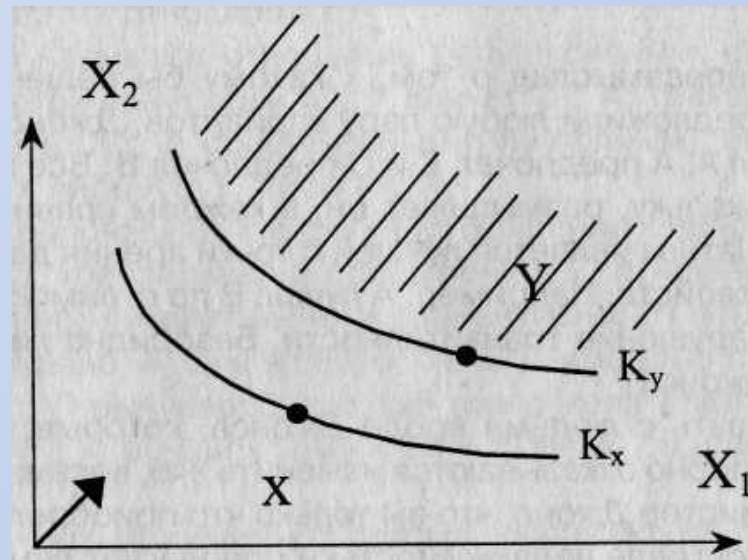
Дача	Свойство		
	Цена	Размеры	Удобства
А	Лучшая	Худшие	Средние
В	Средняя	Лучшие	Худшие
С	Худшая	Средние	Лучшие

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Кривые безразличия - уровни целевой функции потребления, изображенные на плоскости в виде кривых.

Каждый отдельный *класс равноценности* состоит из наборов товаров, одинаково привлекательных для потребителя, - он *не отдает предпочтения* ни одному из этих наборов. При этом каждый набор из пространства товаров попадает в какой-нибудь из классов равноценности, именно в тот, где собраны наборы, одинаково ценные с ним (для данного индивида).

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей



Кривые

безразличия

где K_x, K_y - классы равноценности наборов X, Y соответственно (кривые безразличия);

стрелка - указатель направления предпочтения;

заштрихованное поле - множество предпочтительности P_y

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Система предпочтений потребителя указывает, какой из двух наборов предпочтительнее для него.

$u(X) \leq u(Y)$, если и только если $X \subseteq Y$;
 $u(X) = u(Y)$, если и только если $X \sim Y$, значит и
 $u(X) < u(Y)$, если и только если $X \subset Y$.

Такая функция называется *функцией полезности*.

Видно, что функция полезности постоянна на каждом классе равноценности, так что ее наглядно и вполне правильно представить себе как функцию, "пересчитывающую" классы равноценности в сторону большего предпочтения

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

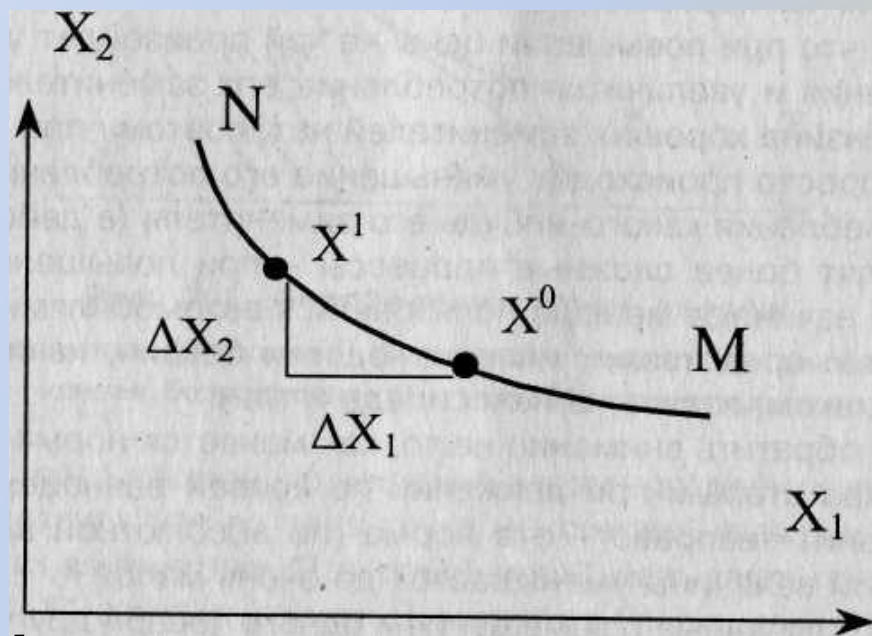


Иллюстрация процесса
замещения

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Следует обратить внимание на то, как меняется норма замещения первого товара вторым при движении по кривой равноценности слева—сверху, вниз—направо - эта норма (по абсолютной величине) от очень большой величины уменьшается до очень малой.

Целевая функция потребления и моделирование поведения потребителей

Использование предельных соотношений для анализа экономических закономерностей и поведения субъектов экономики является **сущностью маржинализма** - течения в экономической теории, зародившегося в середине XIX в.

Одним из основоположников этого течения был К. Госсен. Сейчас маржинализм не является господствующим течением, но все еще весьма популярен.

Функции покупательского спроса.

Для индивидуального потребителя может быть сформулирована задача оптимизации выбора. Потребитель, имея доход, желает его потратить и, естественно, с максимальной пользой. Польза понимается в смысле его предпочтений или его функции полезности. Это приводит к задаче математического программирования: найти набор товаров $X = (x_1, \dots, x_n)$, максимизирующий функцию полезности $u(x_1, \dots, x_n)$ при выполнении бюджетного ограничения $p_1 x_1 + \dots + p_n x_n = \leq Q$

По смыслу задачи все переменные принимают неотрицательные значения, т.е. $x_1, \dots, x_n \geq 0$

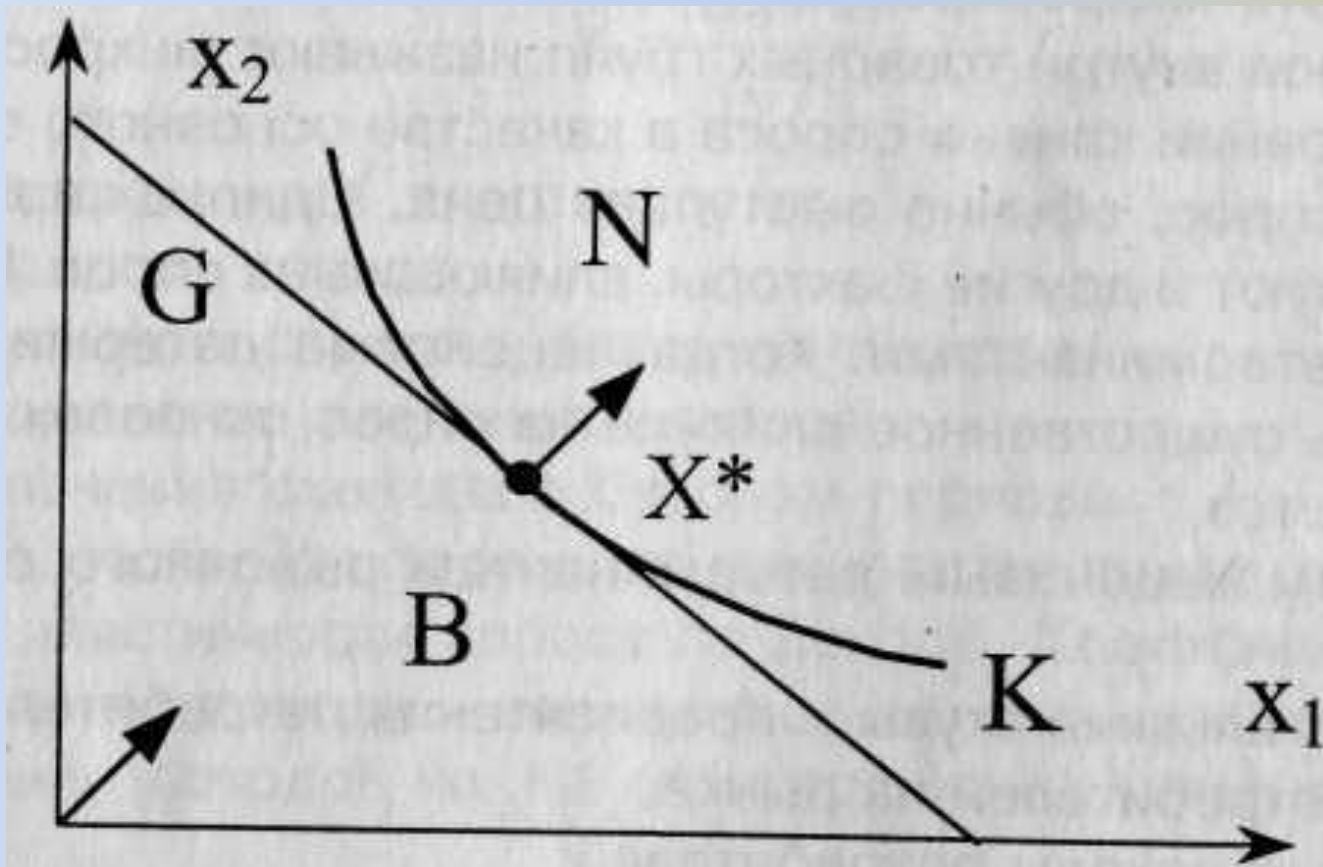
Определение точки спроса:

В - бюджетное множество;

G - граница бюджетного множества;

К - кривая безразличия;

N - направление предпочтения



функция индивидуального спроса

Если u строго вогнута, то решение задачи потребителя единственно, т.е. существует только одна точка максимума функции полезности на бюджетном множестве. Это решение X^* называют точкой спроса. Точка спроса X^* зависит от цен P и дохода Q , т.е. точка спроса есть функция цен и дохода. Эта функция в математической экономике и называется индивидуальным спросом:

$$X^* = X^*(P, Q).$$

Функции покупательского спроса

Рыночный спрос изображается в виде графика, показывающего количество продукта, которые потребители готовы и в состоянии купить по некоторой цене из возможных в течение определенного периода времени.

Спрос на потребительские товары принято называть **покупательским спросом**.

Спрос имеет количественную и качественную определенность. Его общий объем определяется той суммой денежных средств, которая может быть израсходована на покупку определенного набора товаров, способных удовлетворить определенную часть сложившихся потребностей.

Спрос на группы товаров (одежду, обувь, электротовары и т. п.) принято называть **макроспросом**.

Спрос на отдельные виды и разновидности товаров внутри товарных групп называют **микроспросом**.

Функции покупательского спроса

- При построении кривых спроса в качестве основного фактора, определяющего спрос, обычно выступает цена. Однако хорошо известно, что существуют и другие факторы, влияющие на спрос. Их называют неценовыми детерминантами. Когда, неценовые детерминанты начинают оказывать существенное влияние на спрос, то положение кривой спроса сдвигается.
- К основным неценовым детерминантам рыночного спроса относят:
 - потребительские вкусы и предпочтения потребителей;
 - число потребителей на рынке;
 - денежные доходы потребителей;
 - цены на сопряженные товары;
 - потребительские ожидания относительно будущих цен и доходов.

Функции покупательского спроса

Для того чтобы наглядно представить и проанализировать зависимость величины спроса от различных, оказывающих на него влияние факторов, строятся функции спроса.

Функция спроса - функция, отражающая зависимость объема спроса на отдельные товары и услуги от комплекса факторов, влияющих на него.

Эластичностью спроса называют его способность изменяться под влиянием доходов, цены и других экономических факторов. Показателем эластичности спроса является отношение между процентным изменением спроса и процентным изменением фактора, его формирующего. Это отношение называется *коэффициентом эластичности*.

Процентные изменения фактора вычисляются путем деления величины изменения в факторе (например, в цене) на первоначальное значение фактора и умножением на 100%; процентные изменения спроса вычисляются путем деления величины изменения спроса на первоначальное значение спроса и умножением на 100%; 100% сокращаются,

- поэтому формула может быть представлена в виде

$$E = \frac{\Delta x / x}{\Delta y / y},$$

- где **E** - коэффициент эластичности;
- **Δx** - прирост спроса;
- **x** - размеры спроса в базовом периоде;
- **Δy** - изменение значения фактора;
- **y** - значение фактора в базовом периоде.

- Если в качестве фактора рассматривается доход, то вычисляют коэффициент эластичности спроса по доходу. **Коэффициент эластичности спроса по доходу** - величина относительного изменения спроса при изменении доходов на 1% (при прочих не изменяющихся факторах):

$$E_q = \frac{\Delta x / x}{\Delta q / q},$$

- Где:
- E_q - коэффициент эластичности;
- Δx - прирост спроса;
- x - размеры спроса в базовом периоде;
- Δy - изменение значения фактора;
- y - значение фактора в базовом периоде.

- Если анализируется изменение спроса при изменении цены, то вычисляют коэффициент эластичности спроса по цене.
- **Коэффициент эластичности спроса по цене** - величина изменения спроса в процентах при изменении цены на 1%:

$$E_p = \frac{\Delta x / x}{\Delta p / p},$$

- Где:
- E_p - коэффициент эластичности по цене;
- Δx - прирост спроса;
- x - размеры спроса в базовом периоде;
- Δy - изменение цены;
- y – первоначальная цена.

- Нисходящая кривая спроса демонстрирует обратную зависимость, существующую между ценой и объемом спроса. Это означает, что ценовой коэффициент эластичности будет иметь отрицательное значение. Как правило, если цена снижается, то количество покупаемой продукции растет. Тем самым числитель в формуле будет положительным, а знаменатель - отрицательным, давая в результате отрицательный коэффициент.
- Напротив, в случае увеличения цены числитель будет отрицательным, а знаменатель - положительным, что опять дает отрицательный коэффициент.
- Во избежание недоразумений существует правило игнорировать отрицательный знак, отмечая лишь абсолютную величину коэффициента эластичности.

- Спрос считается эластичным, если процентное изменение цены ведет к большему процентному изменению спроса на товар.
- Например, если снижение цены на 2% вызывает рост спроса на 4%, спрос является эластичным.
- При эластичном спросе коэффициент эластичности больше 1. При неэластичном спросе коэффициент эластичности будет меньше 1.
- Вводится также термин "совершенно неэластичный спрос", когда изменение цены не приводит вообще ни к какому изменению спроса.
- Обратный случай совершенно эластичного спроса связывают с крайней ситуацией, когда самое незначительное снижение цены побуждает покупателей увеличивать покупки от нуля до предела своих возможностей.

- Использование коэффициента эластичности - один из методов прогнозирования покупательского спроса. При прогнозировании покупательского спроса используются методы экономического прогнозирования, такие как экстраполяция рядов динамики, метод нормативных расчетов, метод экспертных оценок, построение многофакторных математических моделей.
- В практике прогнозирования потребительского спроса главным фактором, определяющим выбор метода прогнозирования, чаще всего является информационная обеспеченность.