Государственное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №252
Красносельского района
Санкт-Петербург

Производная в военном деле

Работу выполнили ученики 11А класса:
Васильев Алексей А, Горчаков Николай

Руководитель:

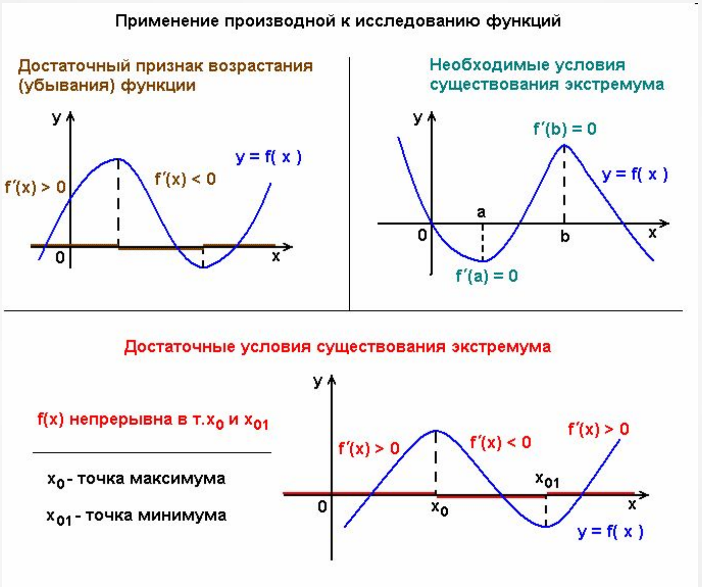
Векслер Елена Валентиновна,

учитель математики

Санкт-Петербург
2017

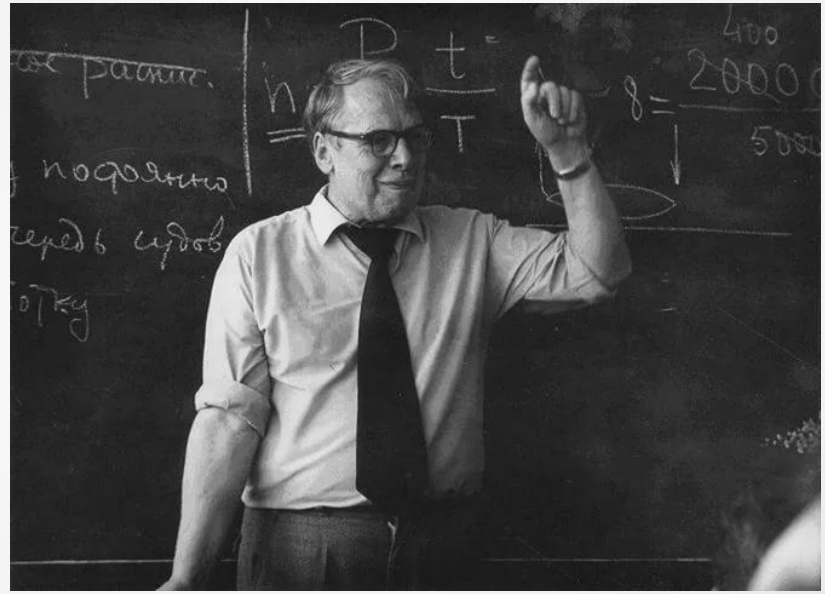
План

Вступление

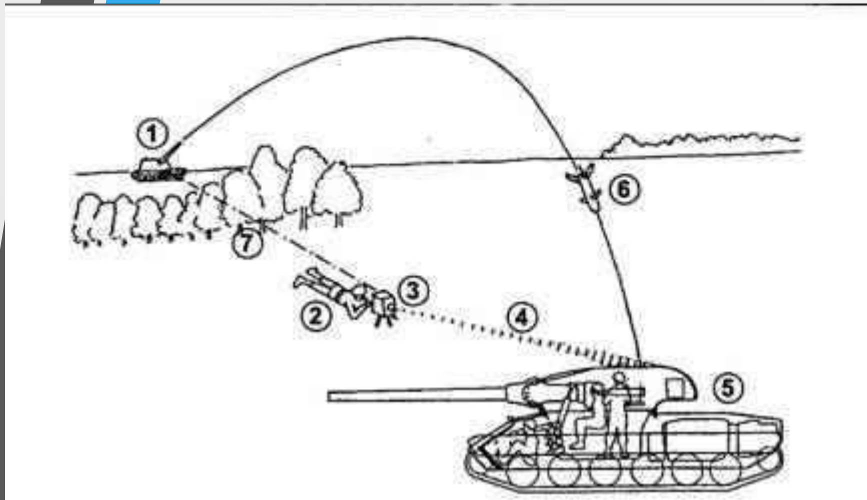


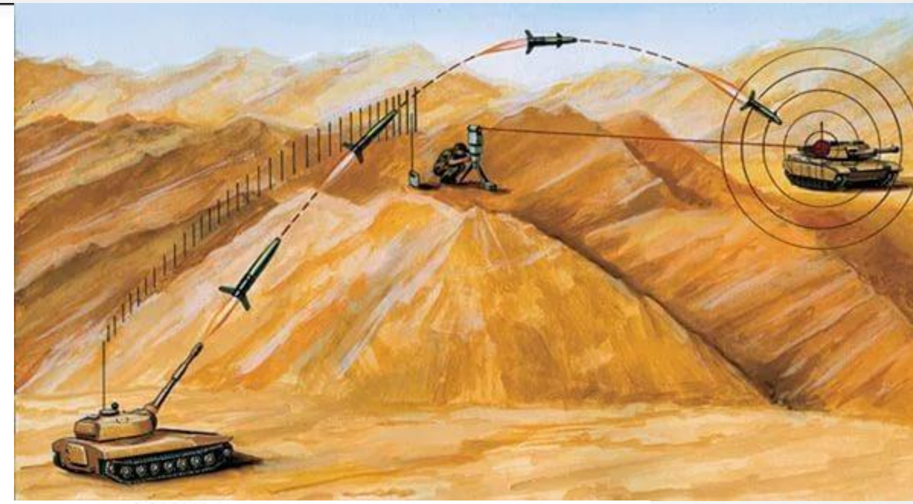
- В 10 классе мы приступили к изучению раздела математики, который называется «Алгебра и начала математического анализа». И одним из важнейших понятий этого раздела математики является понятия «производная и интеграл». Они очень тесно связаны с проблемами исследования функций, движения и изменения характеристик процессов, описываемых данными функциями. Все это опирается на понятие предела и производной функции.

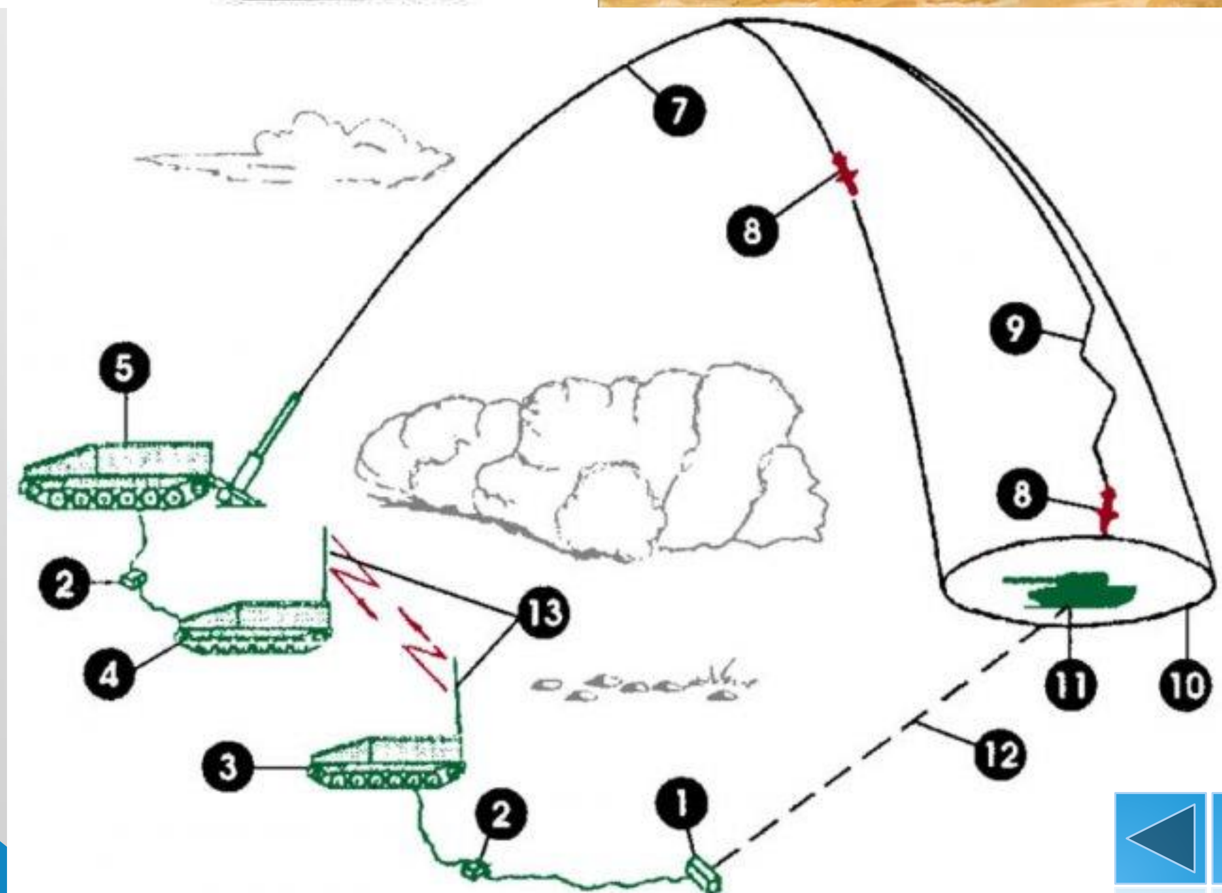
По мнению Б. В. Гнеденко



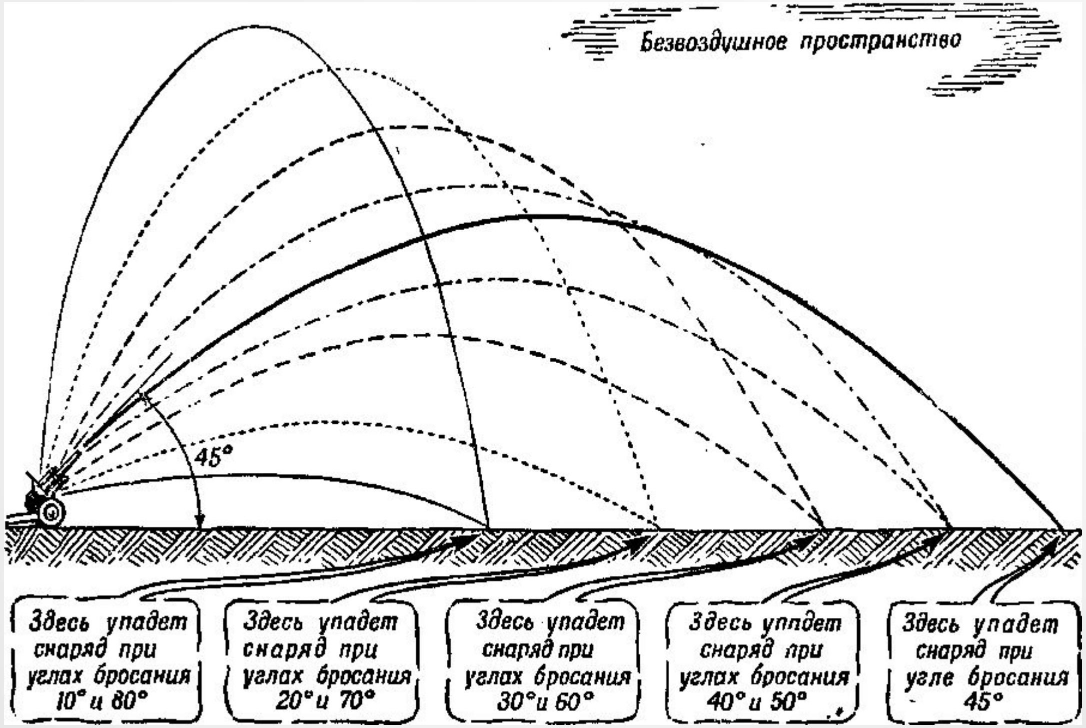
- «Появление дифференциального и интегрального исчислений, а вместе с ними и теории дифференциальных уравнений привело к резкому увеличению роли математики как при изучении процессов природы, так и в инженерном деле. Математический анализ стал языком науки XVIII – XX веков, а вместе с тем и мощным оружием инженерных исследований»


1
2
3
4
5
6
7




1
2
3
4
5
7
8
9
10
11
12
13

Задачи данного исследования:

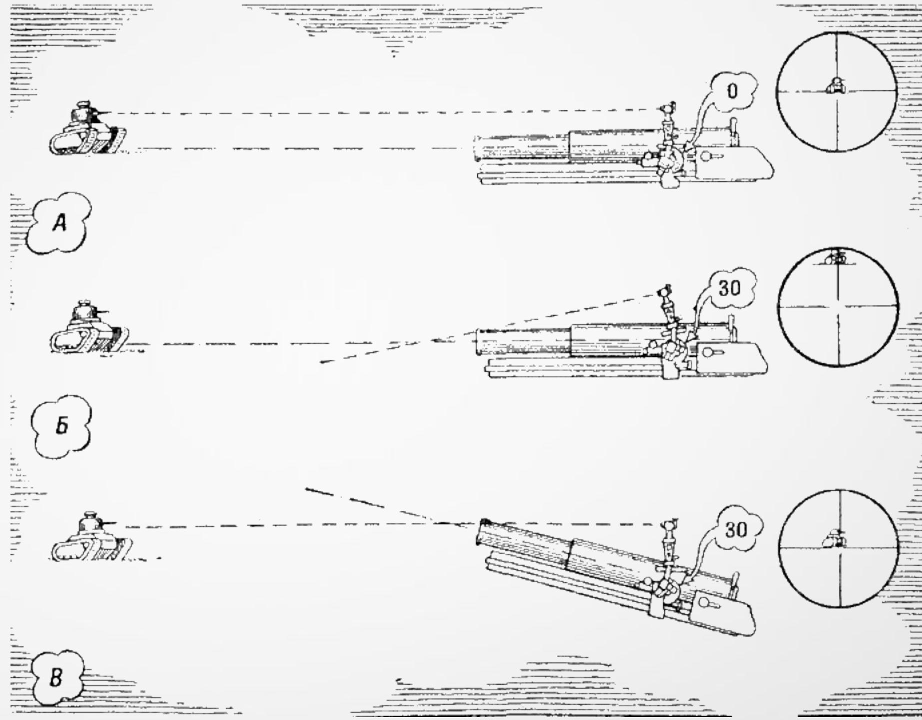


- Познакомиться с понятием «Производная».
- Изучить применение производной в процессе наведения боевых ракет на цель поражения.
- Провести отбор литературы, сайтов, видеоматериалов и аудиоматериалов по данной тематике.

Методы исследования

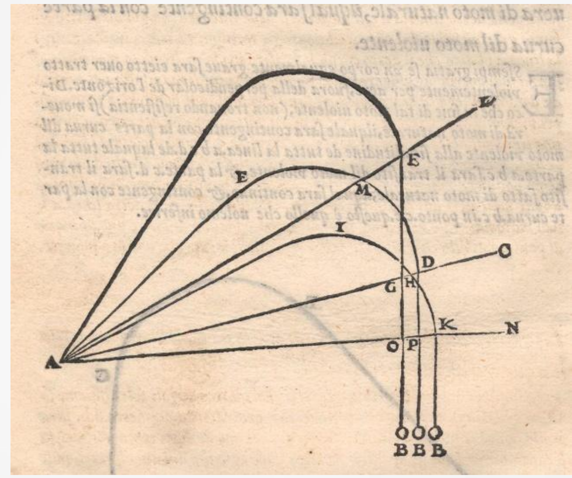
- Работа с учебной и научно – популярной литературой, ресурсами сети Интернет;
- Наблюдение, сравнение, анализ, аналогия.

Военное дело



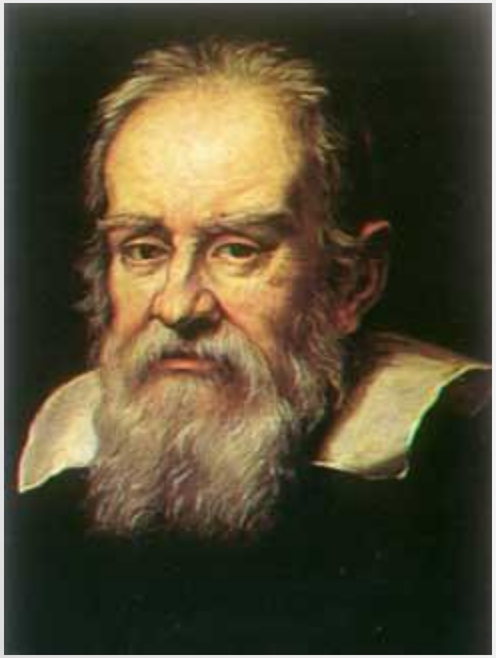
- **Военное дело** — собирательный термин, охватывающий теоретические и практические вопросы, связанные со строительством, подготовкой и действиями вооружённых сил государства в мирное и военное время, а также подготовкой гражданского населения на случай войны.
- В узком смысле — система знаний, умений и навыков, необходимых военнослужащим и военнообязанным для успешного выполнения своего воинского долга.

Первые исследователи вопросов артиллерии



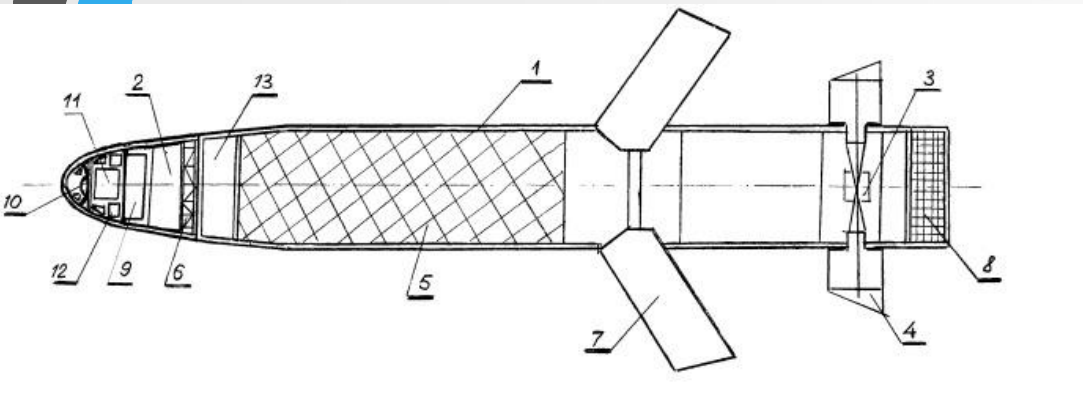
- Первые исследования относительно формы кривого полета снаряда (из огнестрельного оружия) сделал в 1546 г. Тарталья. В оставленных Тартальей сочинениях он рассматривает не только вопросы математики, но и некоторые вопросы практической механики, баллистики и топографии. Так, в первом из его сочинений, «Nuova scienza» (1537 г.), он впервые рассматривает вопрос о траектории выпущенного снаряда, причём утверждает, что траектория эта на всём её протяжении есть кривая линия, между тем как до него учили, что траектория снаряда состоит из двух прямых, соединённых кривой линией; тут же он показывает, что наибольшая дальность полёта соответствует углу в 45°; кроме того, в этой книге рассматриваются различные вопросы об измерении поверхности полей.

Первые исследователи вопросов артиллерии



- Галилей установил с помощью законов тяжести свою параболическую теорию, в которой не было принято во внимание влияние сопротивления воздуха на снаряды. Галилей доказал, что указанное, а также любое брошенное под углом к горизонту тело летит по параболе. В истории науки это первая решённая задача динамики. В заключение исследования Галилей доказал, что максимальная дальность полёта брошенного тела достигается для угла броска 45° (ранее это предположение высказал Тарталья, который, однако, не смог его строго обосновать). На основе своей модели Галилей (ещё в Венеции) составил первые артиллерийские таблицы.

Исследования вопросов артиллерии в наше время



1 – корпус; 2 – блок автоматического управления; 3 – блок рулевого управления; 4 – блок тормозных устройств изменяющих лобовое сопротивления снаряда на конечном участке траектории; 5 – боевая часть; 6 – комбинированное взрывательное устройство; 7 – стабилизатор; 8 – донный газогенератор; 9 – атопилот; 10 – ПРГС с широкополосным приёмником радиоизлучения и модулем настройки частоты приёмника; 11 – блок инерциальных датчиков; 12 - приёмник GPS; 13 – процессор.

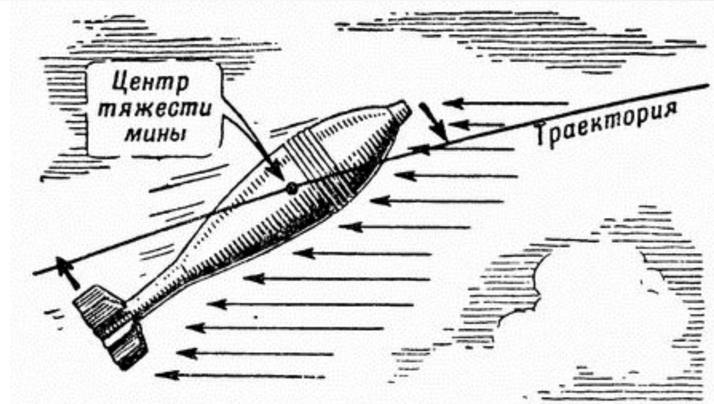
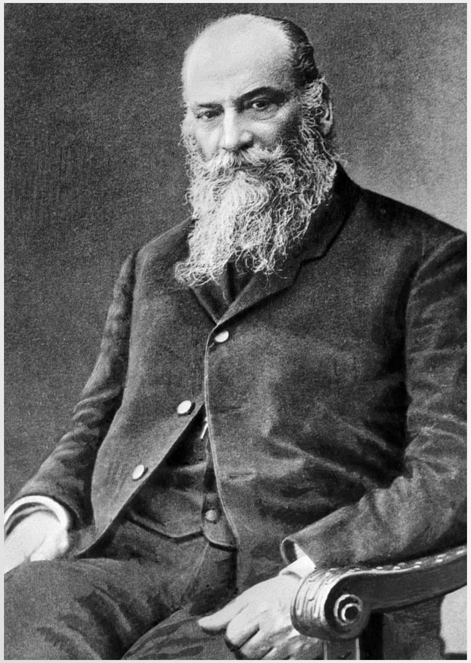
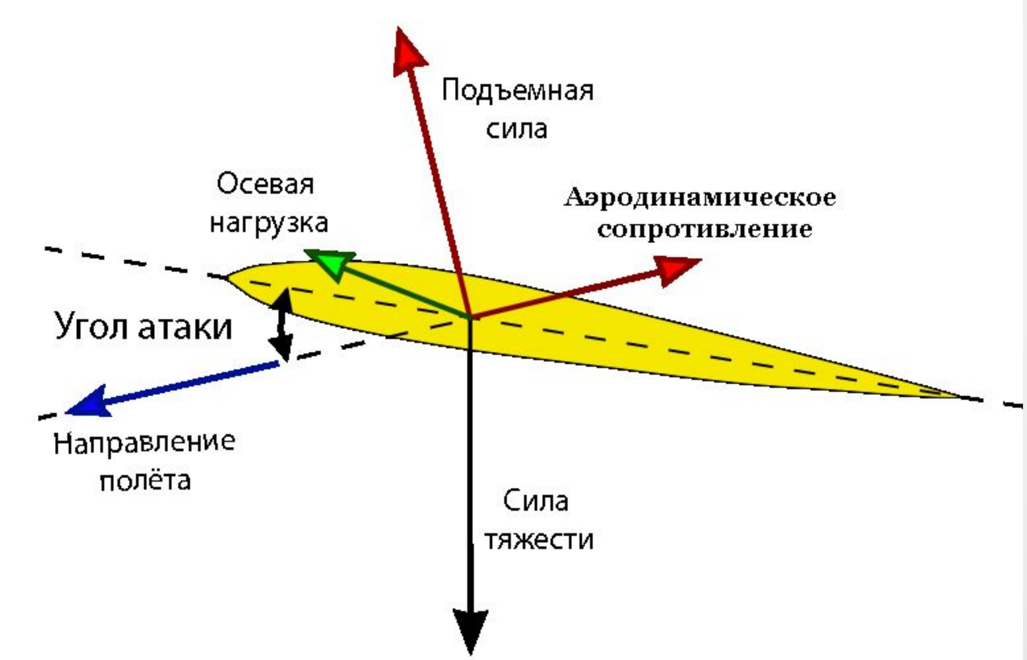


Рис. 166. Действие силы сопротивления воздуха на летящую мину: хвостовое оперение выравнивает мину на полете, заставляет ее головную часть „следить“ за траекторией и этим обеспечивает полет мины головой вперед

- Военное дело потребовало широкого привлечения ряда новых методов математики, в частности теория устойчивости движения, начало которой было положено в прошлом веке А.М. Ляпуновым (1857-1918 гг.). В дальнейшем эту работу возглавил выдающийся ученый Н.Е. Жуковский (1847-1921 гг).

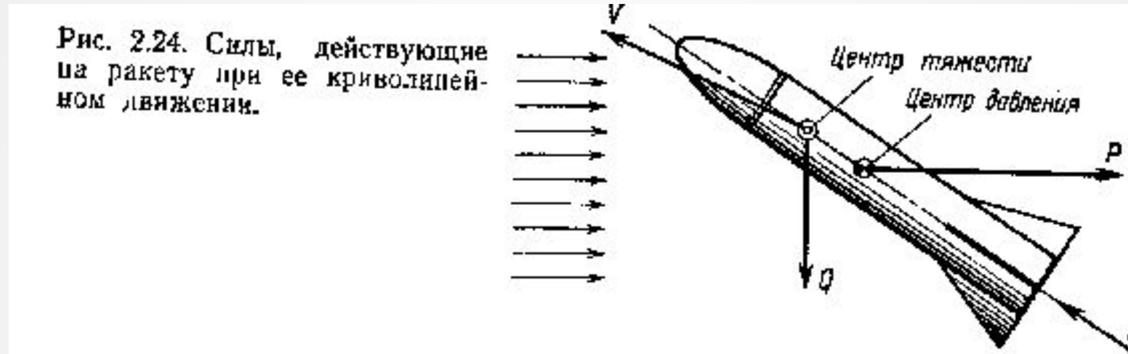
Николай Егорович Жуковский





- Работы Жуковского в области аэродинамики явились источником основных идей, на которых строится авиационная наука. Он всесторонне исследовал динамику полёта птиц, 3 ноября 1891 года сделал доклад «О парении птиц». В 1892 году сделал доклад «По поводу летательного снаряда Чернушенко»; составив основные уравнения динамики для центра тяжести планирующего тела (то есть при постоянном угле атаки), Жуковский нашёл траектории при различных условиях движения воздуха.

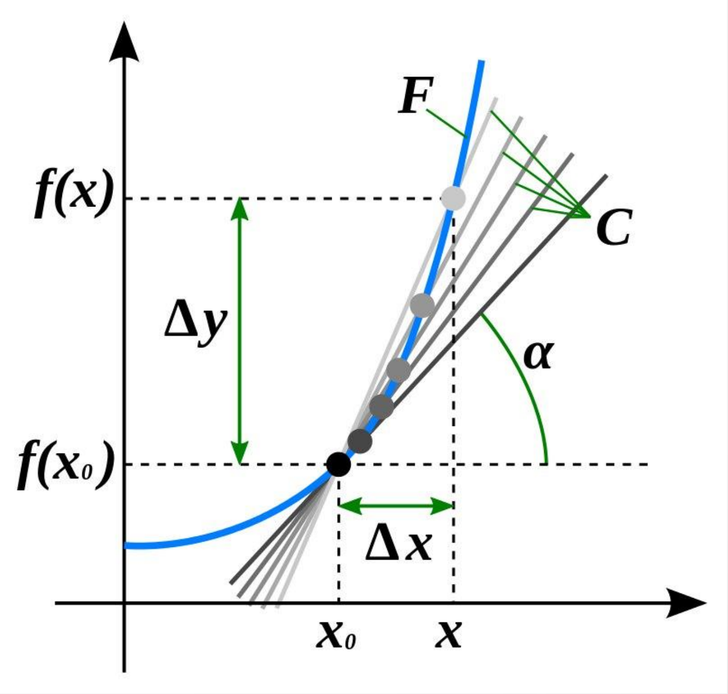
Ляпунов Александр Михайлович



- Важнейшим достижением Ляпунова стало создание теории устойчивости равновесия и движения механических систем, определяемых конечным числом параметров. Математическая сущность этой теории — исследование предельного поведения решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений при стремлении независимого переменного к бесконечности. Работы А. М. Ляпунова по теории устойчивости движения служат сегодня глубоким научным фундаментом теории разнообразных автоматических устройств и, в частности, систем управления полётом самолётов и ракет

Производная

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

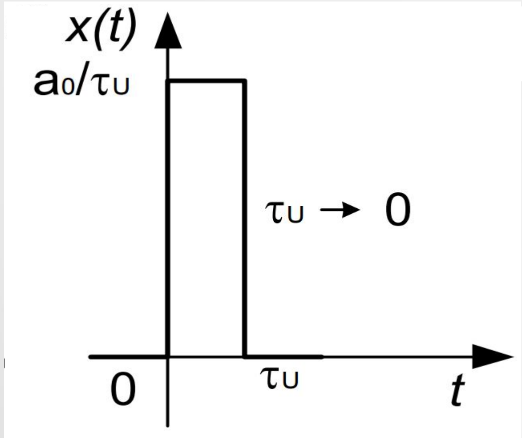


- Производная характеризует скорость изменения процесса, отнесенную к данному моменту времени или данной точке пространства. К понятию производной привело изучение Галилео Галилеем закона свободного падения тел, а в более широком смысле - задачи о мгновенной скорости неравномерного прямолинейного движения точки.

Применение производной

- В данной работе мы рассмотрели следующие моменты:
  - Решение задач с применением производной, уравнений и неравенств. Предел последовательности в автоматике управляемых снарядов.
  - Предел функции в управляемом реактивном оружии.
  - Применение физического смысла производной в противотанковом реактивном оружии .
  - Использование геометрического смысла производной – уравнения касательной в теории полета ракет.
  - Применение механического смысла производной в управлении зе… …и

Теория автоматического управления



Импульсное воздействие – одиночный импульс прямоугольной формы, имеющий достаточно большую высоту и малую длительность (по сравнению с инерционностью испытываемой системы) с площадью a_0. При математическом анализе АСУ(автоматической системы управления) используют единичное воздействие, описываемое так называемой дельта-функцией

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 0; \\ \infty \text{ при } t > 0, \end{cases}$$ причём $$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

- Последние два выражения позволяют рассматривать дельта-функцию, как импульс, имеющий бесконечно большую высоту, бесконечно малую длительность и единичную площадь. Дельта-функцию можно определить также как производную единичного ступенчатого воздействия:

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$$

Неединичное импульсное ступенчатое воздействие с площадью a_0 обозначается $x(t) = a_0\delta(t)$

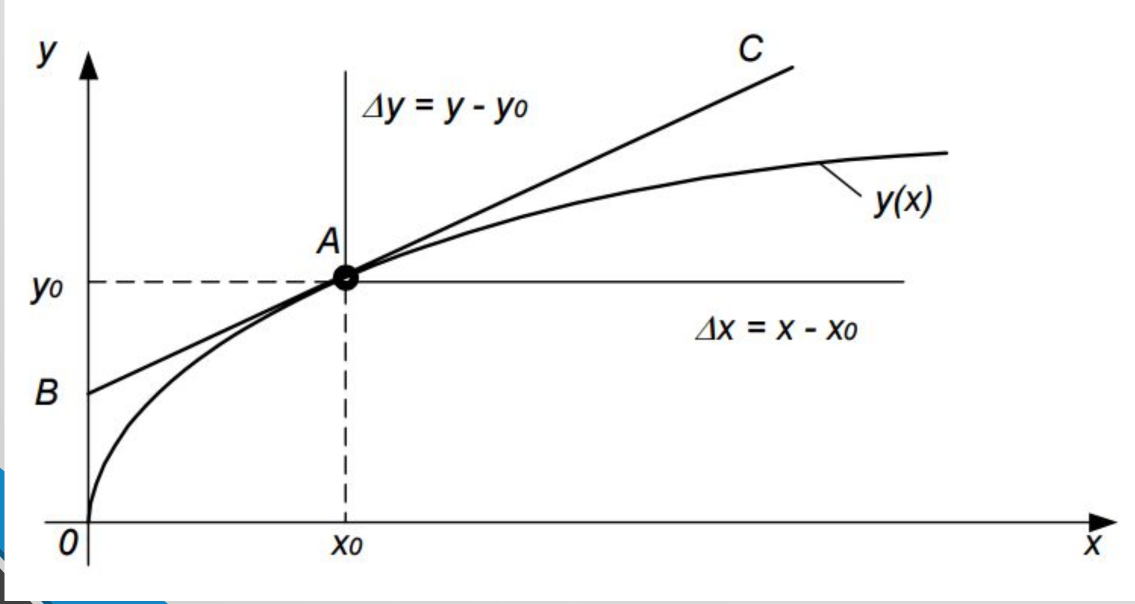
Метод касательной
Метод секущей

Линеаризация по методу касательной заключается в разложении функции y(x) в интервале вокруг некоторой точки x_0 в ряд Тейлора и в последующем учете первых двух членов этого ряда:

$$y(x) \approx y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0),$$

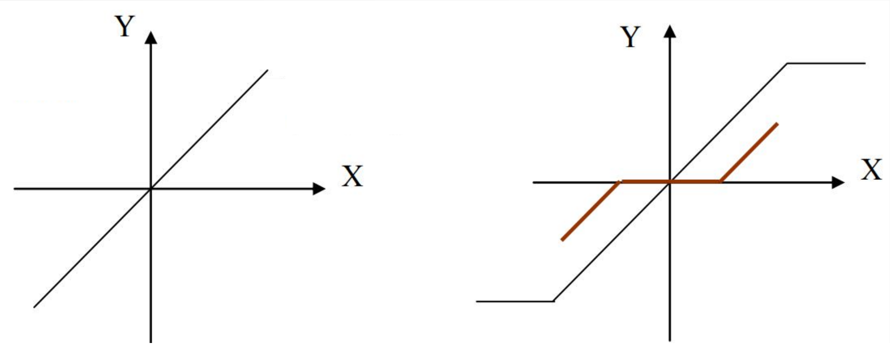
где $y'(x_0)$ – значение производной функции y(x) в заданной точке A с координатами x_0 и y_0 .

Геометрический смысл такой линеаризации заключается в замене кривой y(x) касательной BC, проведенной к кривой в точке A:

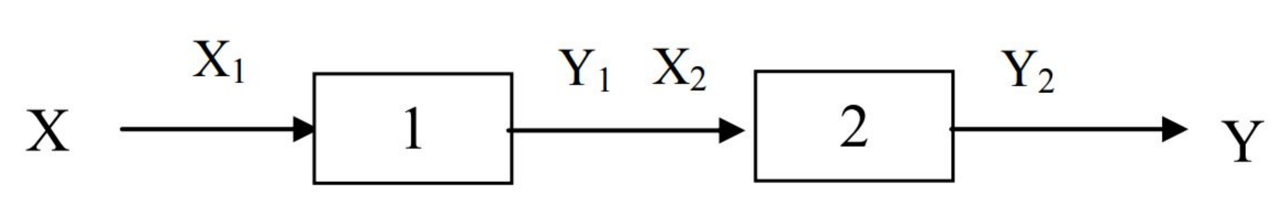


«Управление в технических системах»

$$\frac{dy}{dt} = f(x)$$



$$\frac{d^2y}{dt^2} = f(x)$$



Поведение САУ(система автоматического управления) как в динамике, так и в статике определяется поведением составляющих их звеньев. Точка приложения входной координаты - входом звена, а выходной – выходом. Порядок производной функциональной зависимости определяет порядок астатизма звена. Например, рассмотрим астатическое звено второго порядка $\frac{d^2S}{dt^2} = f(x)$ в виде перемещения. Если выходную координату примем в виде скорости, то $\frac{dV}{dt} = f(x)$ ⇒ астатизм звена понизится до первой степени.

«Управление в технических системах»

$$\dot{A} + U_1 A = U_2 W_{ц}$$

где A, $\dot{A}$ - параметр метода наведения ракеты и его первая производная соответственно;

U_1, U_2 - функции параметров относительного сближения ракеты с целью;

$W_{ц}$ - текущее значение потребного нормального ускорения ракеты, определяемого движением ЛВЦ в плоскости наведения

Способ наведения ракеты

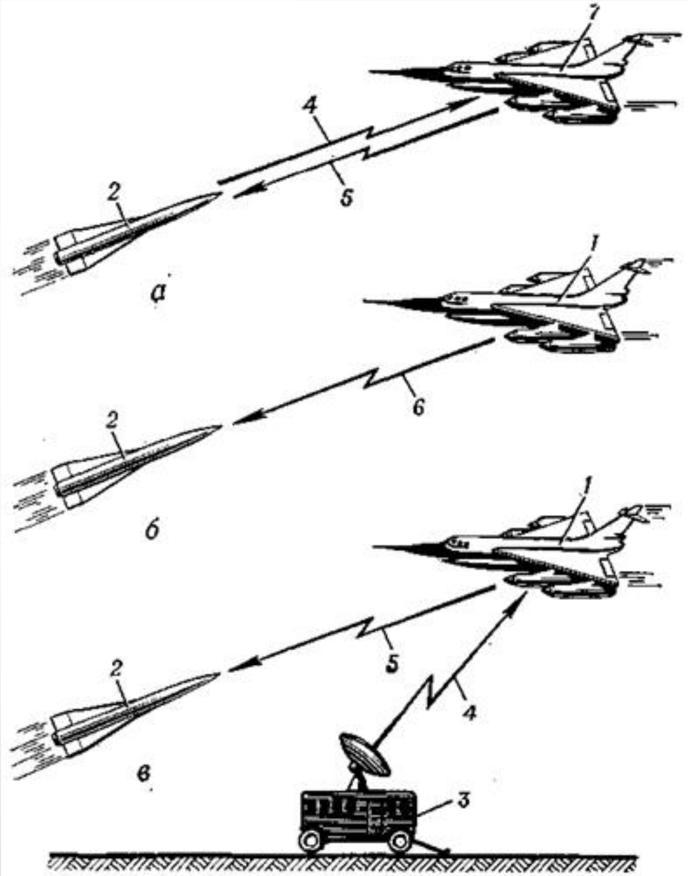
Причем текущие значения функций параметров относительного сближения ракеты с целью U_1, U_2 определяют соответственно по соотношениям

$$U_1 = \frac{\Delta\ddot{r}}{2\Delta\dot{r}} + \frac{\dot{r}_p}{r_p} - \frac{\dot{V}_p}{2V_p},\ U_2 = -\frac{1}{2\Delta\dot{r}r_p};$$

- Где $\Delta\dot{r}$ и $\Delta\ddot{r}$ - соответственно первая и вторая производные разности дальностей до цели и ракеты;

r_p и $\dot{r}_p$ - соответственно дальность до ракеты и ее первая производная;

Vp и $\dot{V}_p$- соответственно скорость ракеты и ее первая производная.



Схемы самонаведения зенитных ракет: *а* — активное; *б* — пассивное; *в* — полуактивное; *1* — цель; *2* — ракета; *3* — станция подсвета (облучения) цели; *4* — облучающая энергия; *5* — отражённая энергия; *6* — излучённая целью энергия.

Заключение

- Работая над этим проектом мы много узнали о баллистике, баллистическом движении тел, о полёте ракет, нахождении их координат в пространстве и способах корреляции движения ракет. Мы поняли, что военное дело в современном мире не может существовать без мощного математического аппарата и служащие в ракетных войсках должны обладать серьезными математическими знаниями

Литература

- Алгебра и начала математического анализа: Учебник для 10-11 кл. средней школы / [Ш.А. Алимова, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др.] М.: Просвещение, 2010.
- Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. – М.: Просвещение, 1985. – 192 с.
- Дорофеев Г.В. Применение производных для решения задач в школьном курсе математики// Математика в школе, 1980.№5.с.12-21.
- Военное дело
- Никколо Фонтана Тарталья
- Бори́с Влади́мирович Гнеде́нко
- Галиле́о Галиле́й
- Рабочая программа элективного курса "Математика в военном деле"
- Теория автоматического управления
- Управление в технических системах
- Способ наведения ракеты
- Николай Егорович Жуковский
- Ляпунов Александр Михайлович

Терминология

Функции	Дифференциальные уравнения
1. $y=\sin x-1+Ce^{-\sin x}$.	$\frac{dy}{dx}+y\cos x=\frac{1}{2}\sin 2x$.
2. $y=Cx+C-C^2$.	$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-\frac{dy}{dx}-x\frac{dy}{dx}+y=0$.
3. $y^2=2Cx+C^2$.	$y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+2x\frac{dy}{dx}-y=0$.
4. $y^2=Cx^2-\frac{a^2C}{1+C}$.	$xy\left[1-\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]=(x^2-y^2-a^2)\frac{dy}{dx}$.
5. $y=C_1x+\frac{C_2}{x}+C_3$.	$\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{3}{x}\frac{d^2y}{dx^2}=0$.
6. $y=(C_1+C_2x)e^{kx}+\frac{e^x}{(k-1)^2}$.	$\frac{d^2y}{dx^2}-2k\frac{dy}{dx}+k^2y=e^x$.
7. $y=C_1e^{a\arcsin x}+C_2e^{-a\arcsin x}$.	$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-a^2y=0$.
8. $y=\frac{C_1}{x}+C_2$.	$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{2}{x}\frac{dy}{dx}=0$.

1. $\int 1\cdot dx=\int dx=x+C$,
2. $\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ (\alpha\neq-1)$,
3. $\int\frac{1}{x}dx=\int\frac{dx}{x}=\ln|x|+C$,
4. $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C\ (a>0)$,
5. $\int e^x dx=e^x+C$,
6. $\int\cos x dx=\sin x+C$,
7. $\int\sin x dx=-\cos x+C$,
8. $\int\frac{dx}{\cos^2 x}=\operatorname{tg}x+C$,
9. $\int\frac{dx}{\sin^2 x}=-\operatorname{ctg}x+C$,
10. $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+C=-\arccos x+C$,
11. $\int\frac{dx}{1+x^2}=\operatorname{arctg}x+C=-\operatorname{arcctg}x+C_1$,
12. $\int\operatorname{sh}x dx=\operatorname{ch}x+C$,
13. $\int\operatorname{ch}x=\operatorname{sh}x+C$,
14. $\int\frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x}=\operatorname{th}x+C$,
15. $\int\frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x}=-\operatorname{cth}x+C$.

- **Дифференциальное уравнение** — уравнение, связывающее значение производной функции с самой функцией, значениями независимой переменной, числами (параметрами).
- **Интеграл** — одно из важнейших понятий математического анализа, которое возникает при решении задач о нахождении площади под кривой, пройденного пути при неравномерном движении, массы неоднородного тела, и т. п., а также в задаче о восстановлении функции по её производной (*неопределённый интеграл*).

Терминология

- Линеаризация — (от лат. linearis — линейный), один из методов приближённого представления замкнутых нелинейных систем, при котором исследование нелинейной системы заменяется анализом линейной системы, в некотором смысле эквивалентной исходной.

- Ряд Те́йлора — разложение функции в бесконечную сумму степенных функций.

Терминология

- САУ – система автоматического управления, которая обеспечивает изменение регулируемой величины объекта управления согласно технологическим требованиям и с учетом возмущающих воздействий.
- Звено автоматического устройства – это условно выделенная часть его, функционирующая по определенному алгоритму. Звенья САУ взаимодействуют по средствам связи. Связь – это условно выделенная часть системы, автоматически отражающая направление взаимодействия между звеньями, т.о. любая САУ может быть представлена в виде звеньев и связей между ними, такая схема системы называется структурной схемой.
- Идеальное интегрируемое звено (астатическое звено) – это звено, которое реализует закон $X_{\text{вых}} = \mathcal{E} \int X_{\text{вх}} dt$, где $\mathcal{E}$ - коэффициент передачи интегрируемого звена.

Терминология

- ***Линией прицеливания (визирования)*** называется линия, идущая от глаза наводчика через оптическую ось прицела в точку наводки. При стрельбе прямой наводкой, когда линия прицеливания направлена в цель, линия прицеливания совпадает с линией цели.

- Кинематическая траектория (КТ) определяет движение снаряда С при наведении на цель Ц в предположении, что снаряд, командный пункт КП и цель являются геометрическими точками.