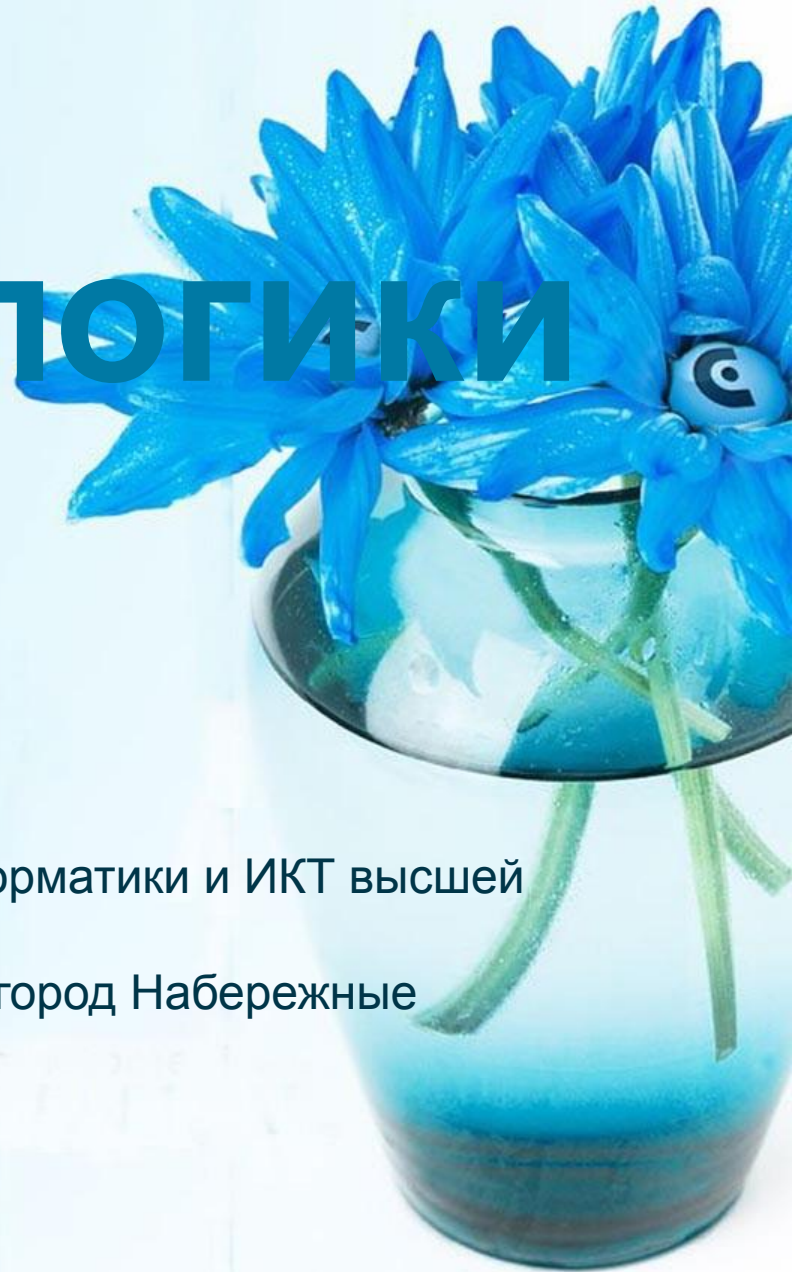
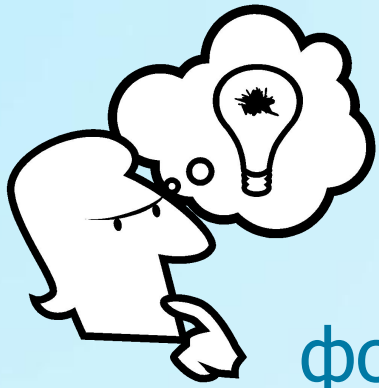


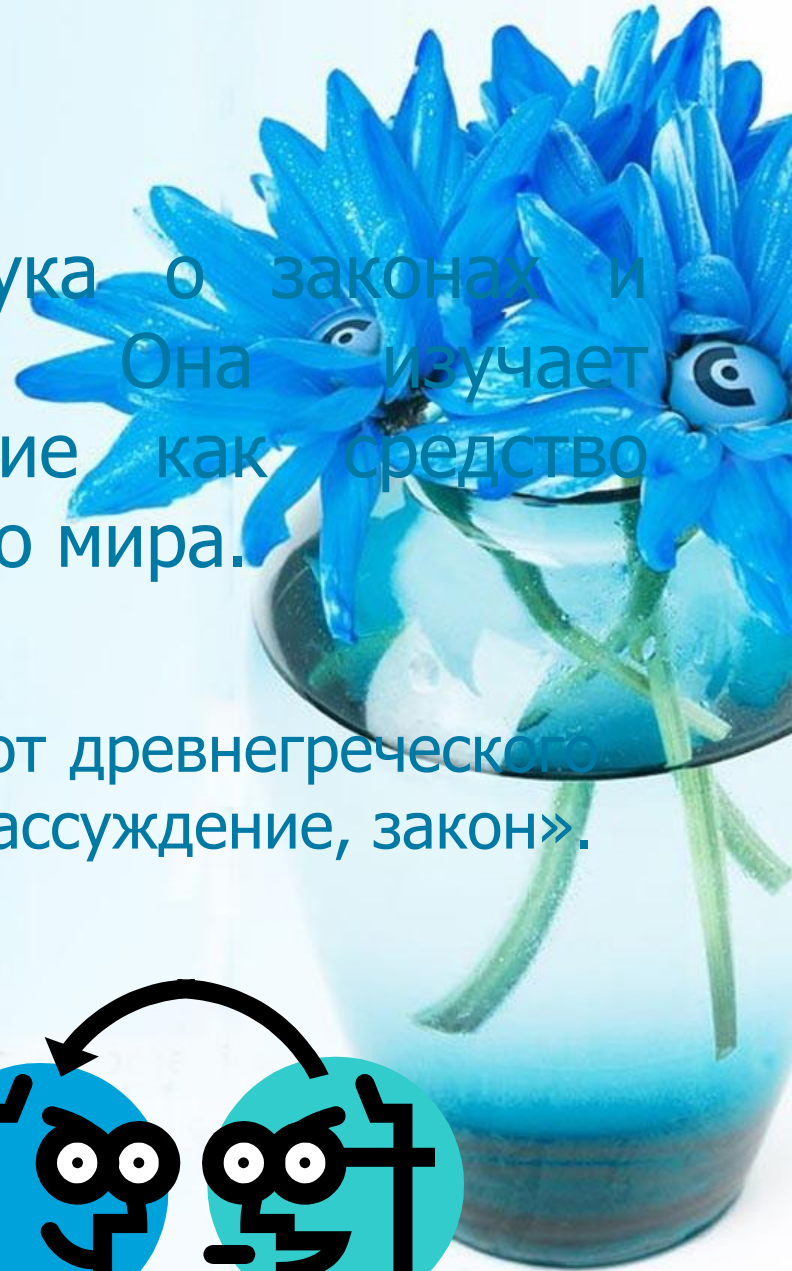
# ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Ханнанова С.Т. , учитель информатики и ИКТ высшей  
квалификационной категории,  
«Лицей №78 им.А.С.Пушкина, город Набережные  
Челны, Республика Татарстан

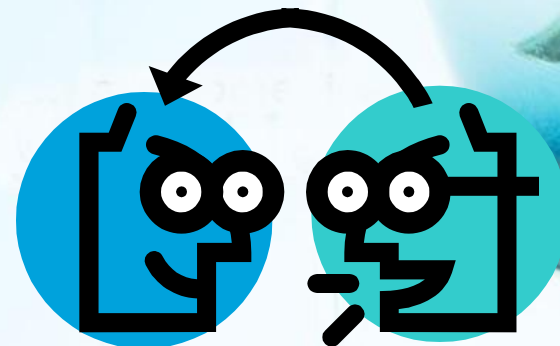




Логика – это наука о законах и формах мышления. Она изучает абстрактное мышление как средство познания объективного мира.

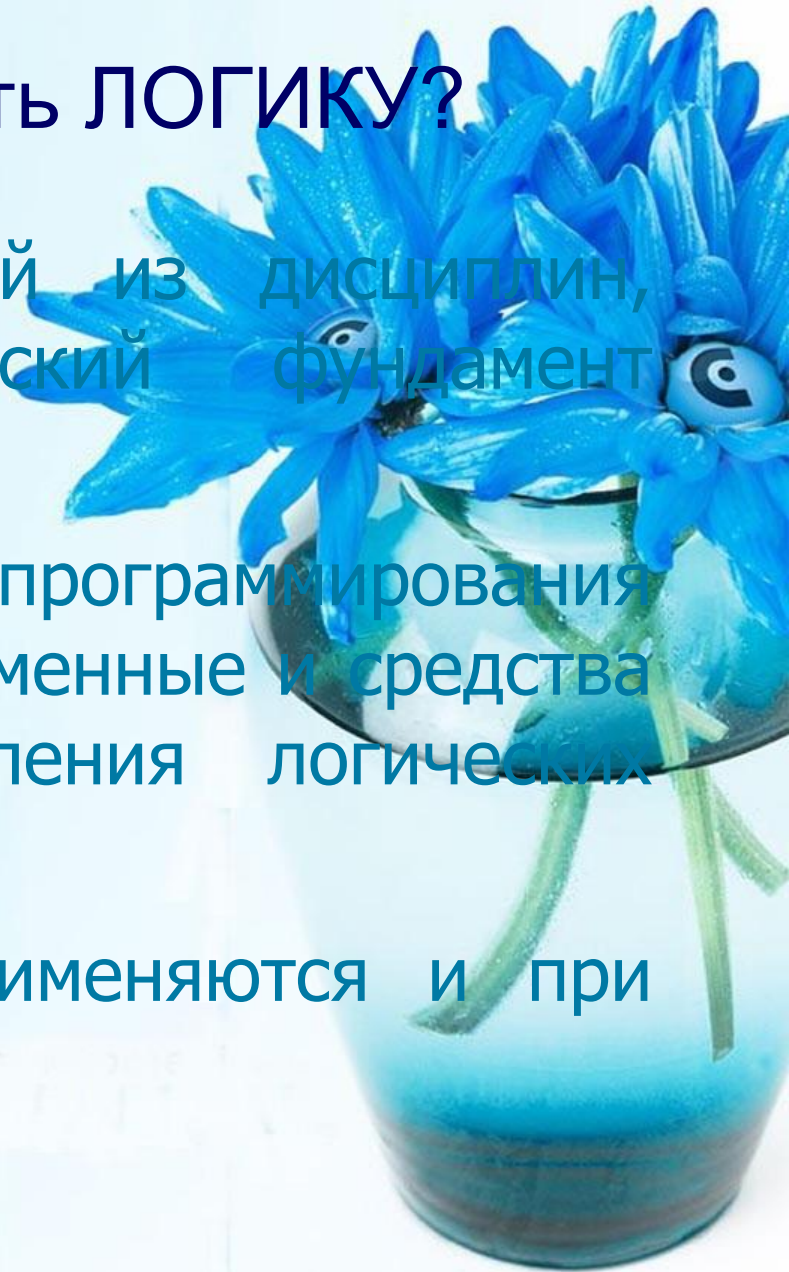


Термин «логика» происходит от древнегреческого logos – «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон».



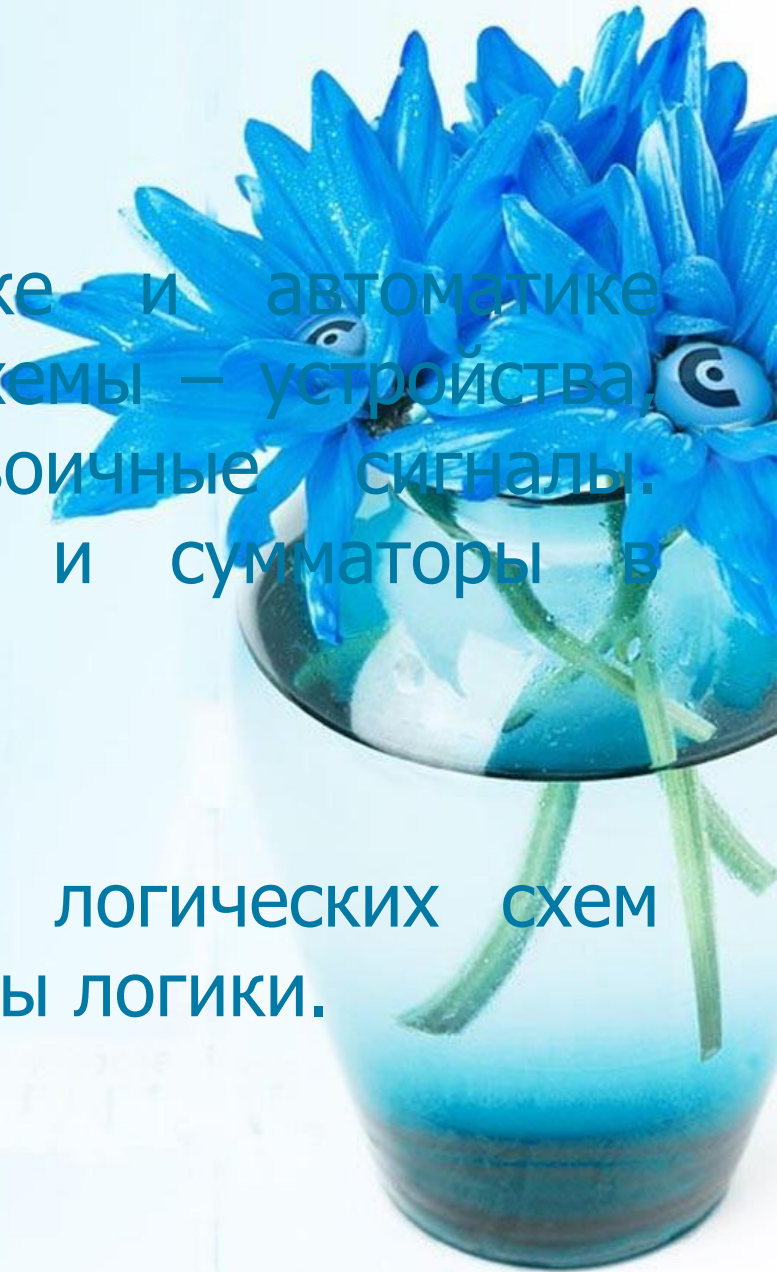
# Зачем нужно изучать ЛОГИКУ?

1. Логика является одной из дисциплин, образующих математический фундамент информатики.
2. Любой язык программирования содержит логические переменные и средства для описания и вычисления логических выражений.
3. Логические методы применяются и при работе с базами данных.



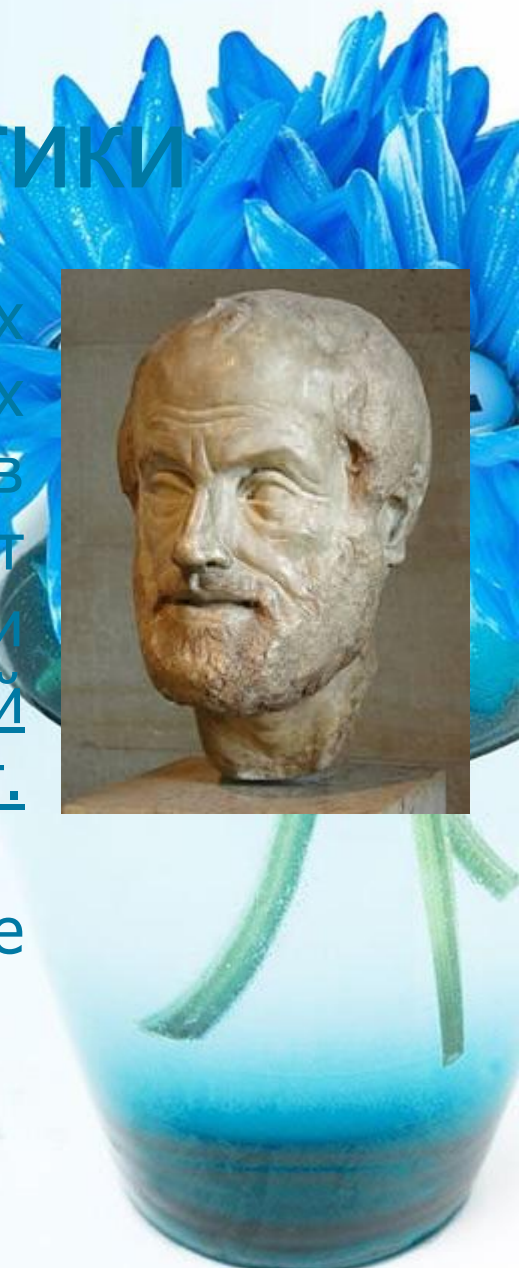
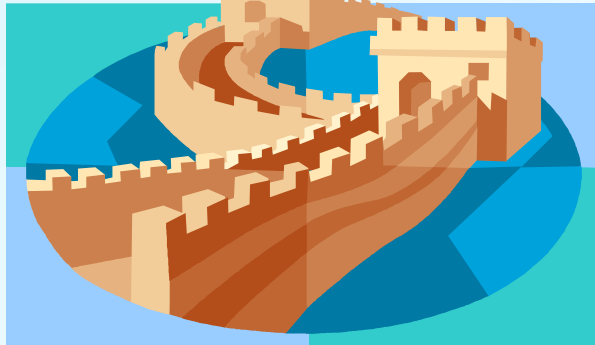
4. В вычислительной технике и автоматике используются логические схемы – устройства, которые преобразуют двоичные сигналы. Например, полусумматоры и сумматоры в процессоре.

5. Анализ и проектирование логических схем опираются на законы алгебры логики.



# Этапы развития логики

1. Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил Аристотель (384–322 гг. до н.э.), который впервые отделил логические формы речи от ее содержания.



**A V B**

2. В XVII веке немецкий ученый и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716) попытался построить первые логические исчисления, усовершенствовал и уточнил логические символы.

**A & B**



3. На фундаменте, заложенном Лейбницем, другой великий математик, англичанин Джордж Буль (1815-1864) воздвиг здание новой области науки – математической логики.

Начальный раздел математической логики называют алгеброй логики или Булевой алгеброй.



**A V B**

# Алгебра логики

Основным объектом в логике является высказывание.

**Высказывание** – это повествовательное предложение, о котором можно сказать истинно оно или ложно.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Высказывание называется **составным**, если оно состоит из простых высказываний, соединенных логическими связками: И, ИЛИ, частицей НЕ

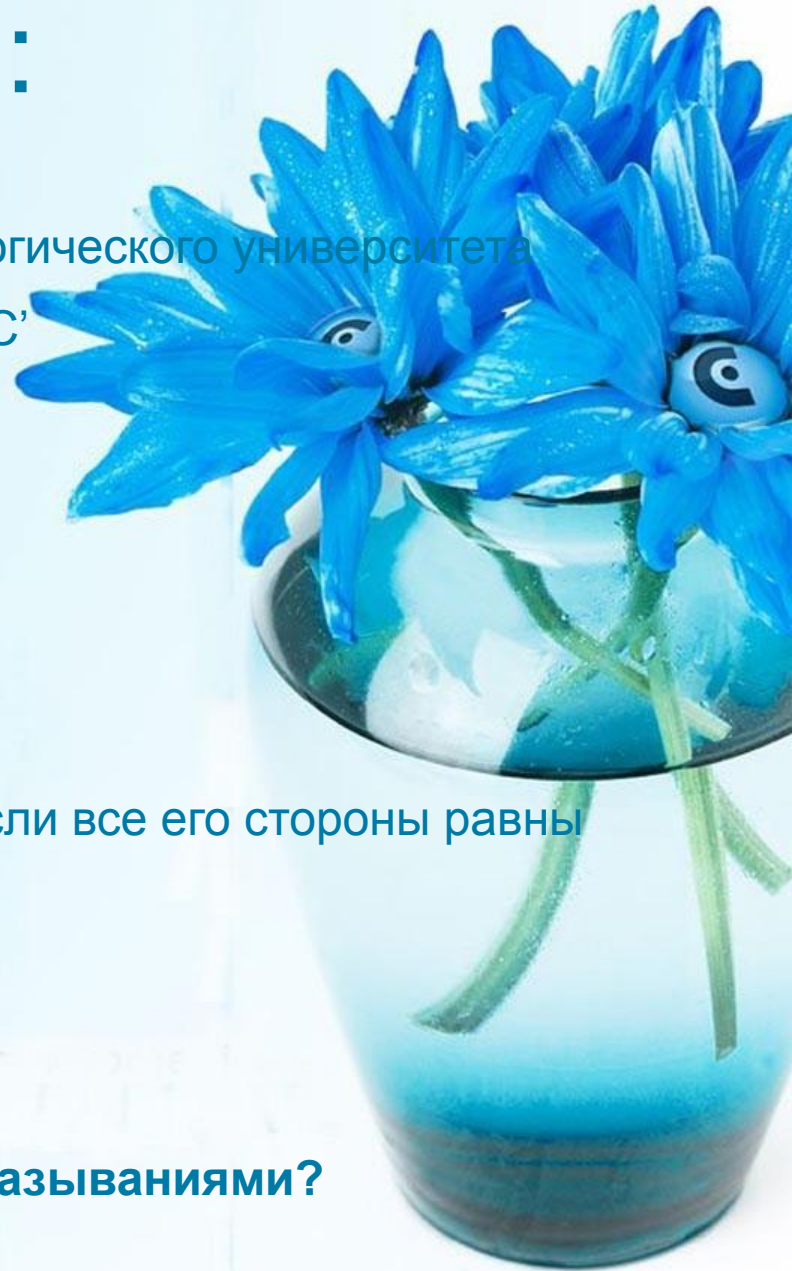
С точки зрения устройства ЭВМ нас интересует алгебра логики, в которой не рассматривается конкретное содержание основного понятия логики – высказывания, а важно только истинно оно или ложно.

# Примеры:

1. Москва – столица России
2. Студент математического факультета педагогического университета
3. Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C'
4. Луна есть спутник Марса
5. Кислород – газ
6. Каша – вкусное блюдо
7. Математика – интересный предмет
8. Железо тяжелее свинца
9. Треугольник называется равносторонним, если все его стороны равны
10. Сегодня плохая погода
11. Река Ангара впадает в озеро Байкал

**Какие из этих предложений являются высказываниями?**

**Ответ: 1, 4, 5, 8, 9, 11**





# Основные понятия логики:

**Утверждение** – высказывание, которое требуется доказать или опровергнуть.

*Например:* «Сумма внутренних углов треугольника равна  $180^0$ »

**Умозаключение** – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных высказываний получается (выводится) новое высказывание.

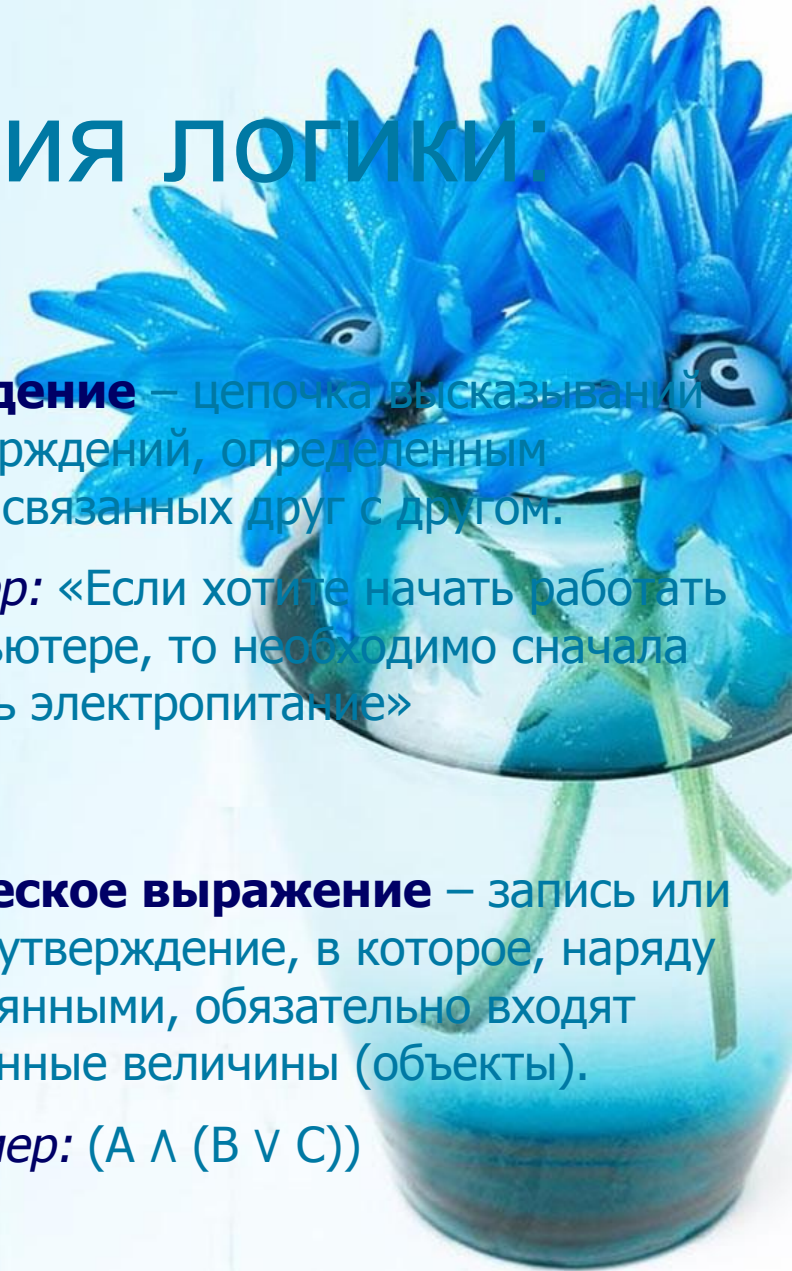
*Например:* «Все металлы электропроводны». «Ртуть является металлом». Путем умозаключения можно сделать вывод, что «Ртуть электропроводна».

**Рассуждение** – цепочка высказываний или утверждений, определенным образом связанных друг с другом.

*Например:* «Если хотите начать работать на компьютере, то необходимо сначала включить электропитание»

**Логическое выражение** – запись или устное утверждение, в которое, наряду с постоянными, обязательно входят переменные величины (объекты).

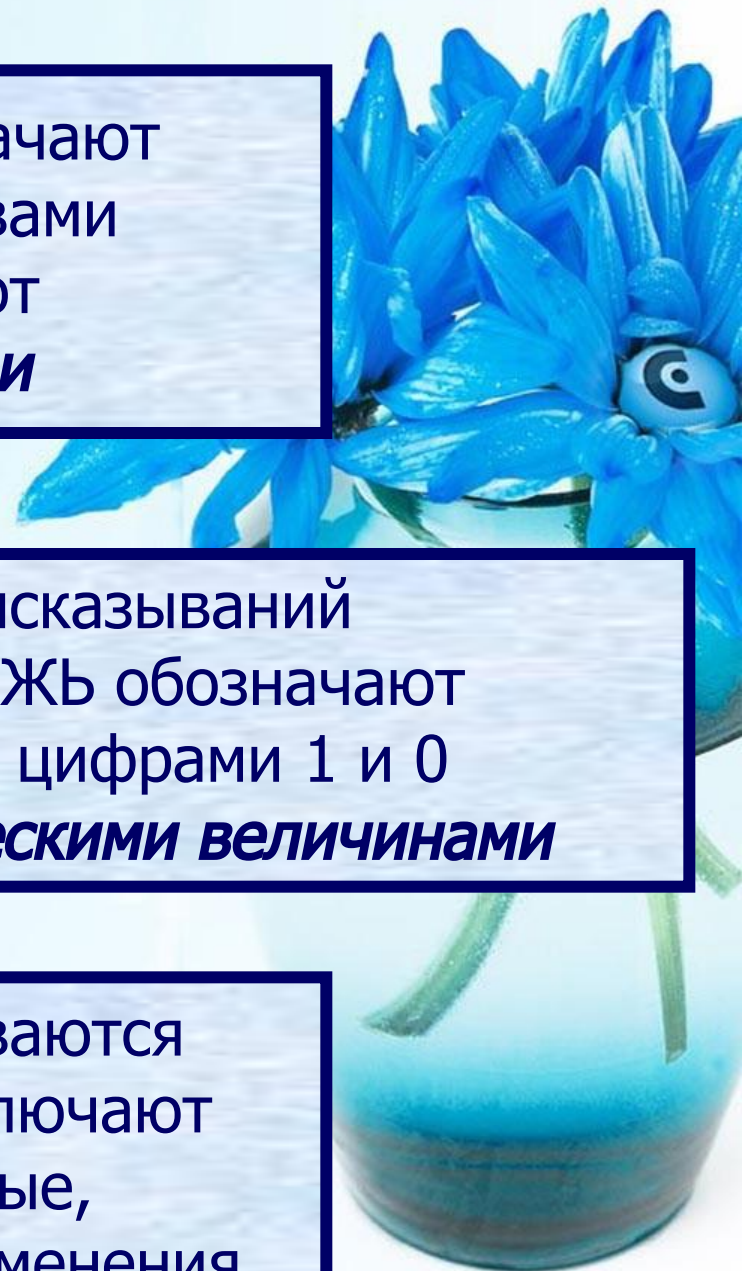
*Например:*  $(A \wedge (B \vee C))$



Простые высказывания обозначают  
заглавными латинскими буквами  
A, B, C...X, Y, Z и называют  
***логическими переменными***

Значения высказываний  
ИСТИНА или ЛОЖЬ обозначают  
соответственно цифрами 1 и 0  
и называют ***логическими величинами***

Составные высказывания называются  
***логическими выражениями*** и включают  
в себя логические переменные,  
операции логики и скобки для изменения  
порядка действий операций



# Примеры:

Рассмотрим следующие высказывания:

1.  $A = (7 > 3)$
2.  $B = (7 = 3)$
3.  $C = (7 \neq 3)$
4.  $D = (B \wedge C) = ((7 = 3) \wedge (7 \neq 3))$

На языке алгебры логики  
эти высказывания можно  
записать так:

$A = \text{ИСТИНА} = 1$

$B = \text{ЛОЖЬ} = 0$

$C = \text{ИСТИНА} = 1$

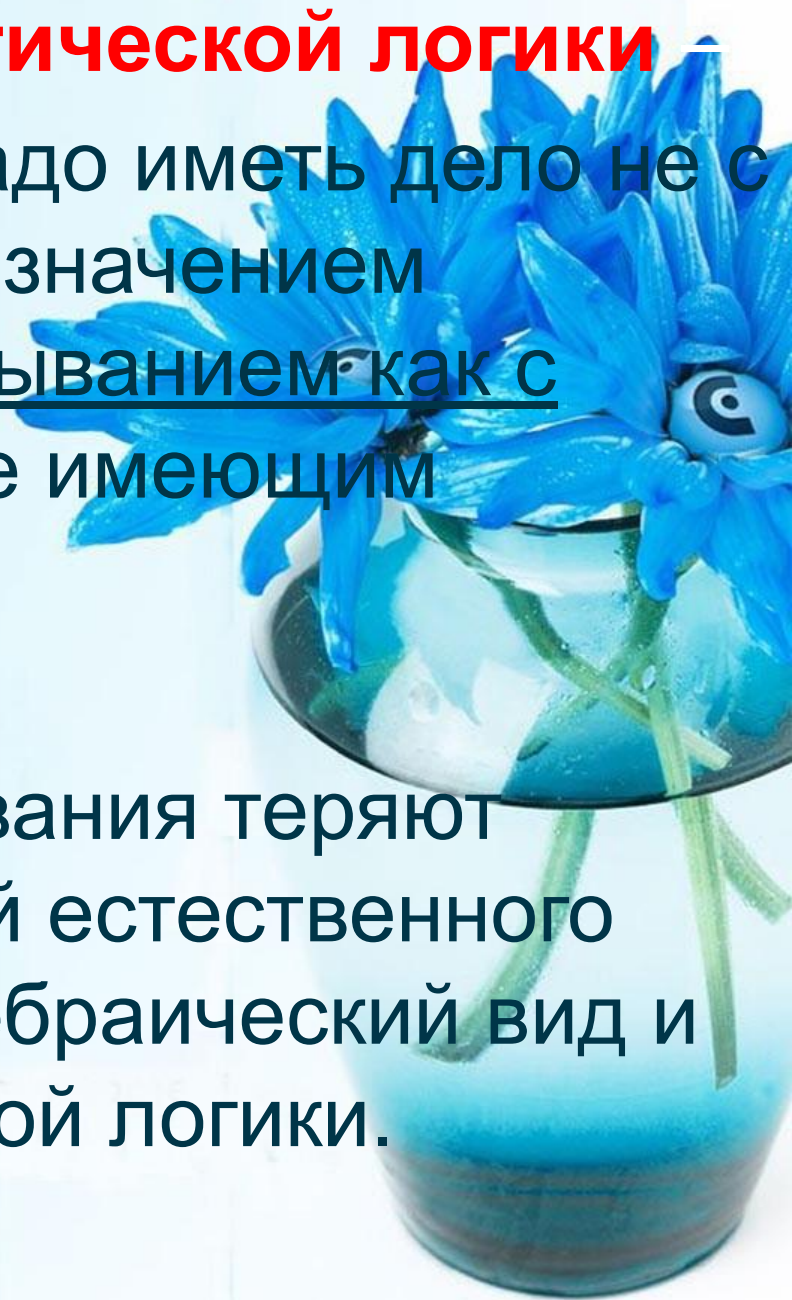
$D = \text{ЛОЖЬ} = 0$



# Основная идея математической логики

в математической логике надо иметь дело не с конкретным (смысловым) значением высказывания, а с высказыванием как с абстрактным объектом, не имеющим конкретного содержания.

Вследствие этого высказывания теряют особенности предложений естественного языка и приобретают алгебраический вид и могут исчисляться алгеброй логики.

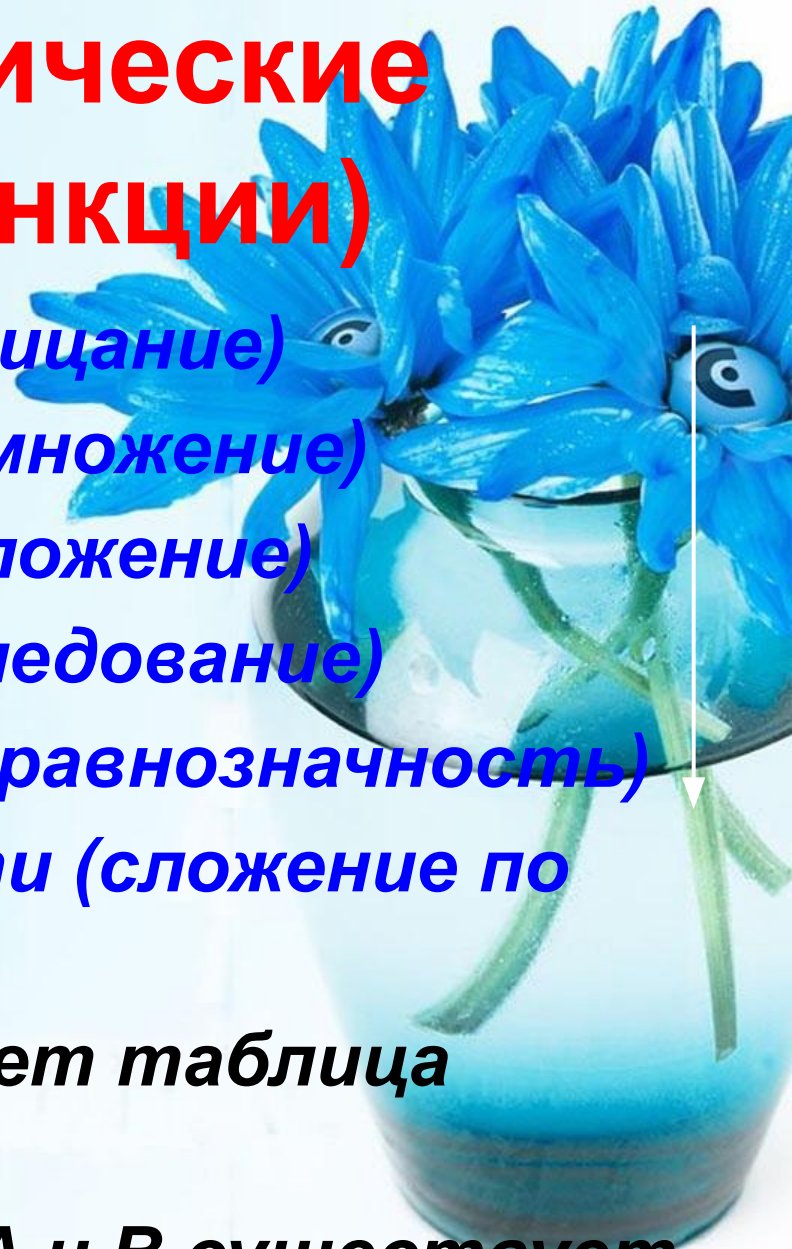


# Основные логические операции (функции)

- Инверсия (логическое отрицание)
- Конъюнкция (логическое умножение)
- Дизъюнкция (логическое сложение)
- Импликация (логическое следование)
- Эквиваленция (логическая равнозначность)
- Отрицание равнозначности (сложение по модулю 2)

**У каждой функции существует таблица истинности.**

**Всего для двух переменных  $A$  и  $B$  существует 16 различных логических функций.**



# Основные логические операции

*У каждой функции существует таблица истинности.*

*Всего для двух переменных  $A$  и  $B$  существует 16 различных логических функций.*

$A$	$B$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$	$F_8$	$F_9$	$F_{10}$	$F_{11}$	$F_{12}$	$F_{13}$	$F_{14}$	$F_{15}$	$F_{16}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1



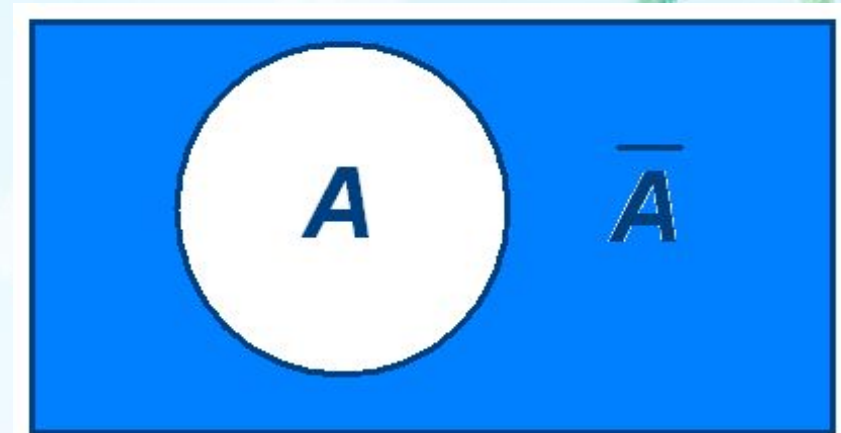
# Логическая операция **ИНВЕРСИЯ** (отрицание)

Каждому простому высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, заключающееся в том, что исходное высказывание отрицает.



Соответствует частице **НЕ (NOT)**  
Обозначается  $\bar{A}$  или  $\neg A$

<b>A</b>	$\bar{A}$
0	1
1	0



# Примеры:

Сформулируйте отрицания следующих высказываний и укажите значения истинности полученных отрицаний:

1. Волга впадает в Каспийское море.
2. Число 28 не делится на число 7.
3.  $6 > 3$ .
4.  $4 \leq 5$ .

Ответ: истинными высказываниями являются: 2





# Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ**

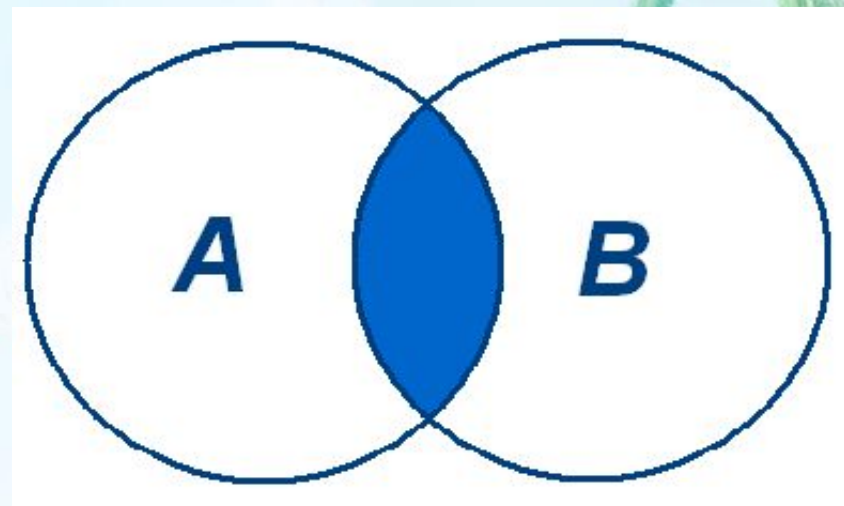
(логическое умножение)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказываний истинны.

Соответствует союзу **И** (AND)

Обозначается **&** или  **$\wedge$**  или **+**

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \wedge B</math></b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. Ленинград расположен на Неве **и**  $2 + 3 = 5$
2. 7 – простое число **и** 9 – простое число
3.  $2 * 2 = 4$  **и**  $2 * 2 \leq 5$  **и**  $2 * 2 \geq 4$
4. Москва – столица России **и** Екатеринбург – столица Сибири
5. Книга – источник информации **и** 5 не больше 8
6. Девочки обычно любят играть в куклы **и** Не любая машина - автомобиль
7. Все гуси – птицы **и** Все игрушки - машины

**Ответ:** истинными высказываниями являются: 1, 3, 5, 6



# Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ**

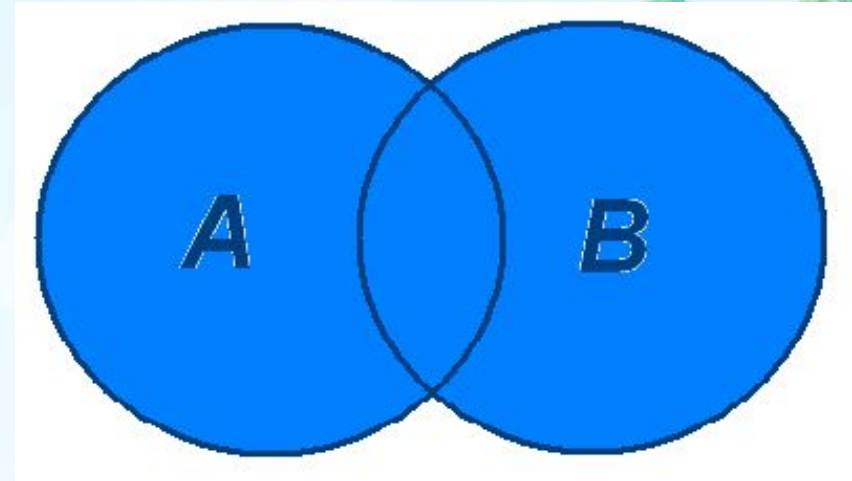
(логическое сложение)

Каждым двум простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, а истинным, когда хотя бы одно из двух исходных высказываний истинно.

Соответствует союзу **ИЛИ** (OR).

Обозначается **V** или **•**

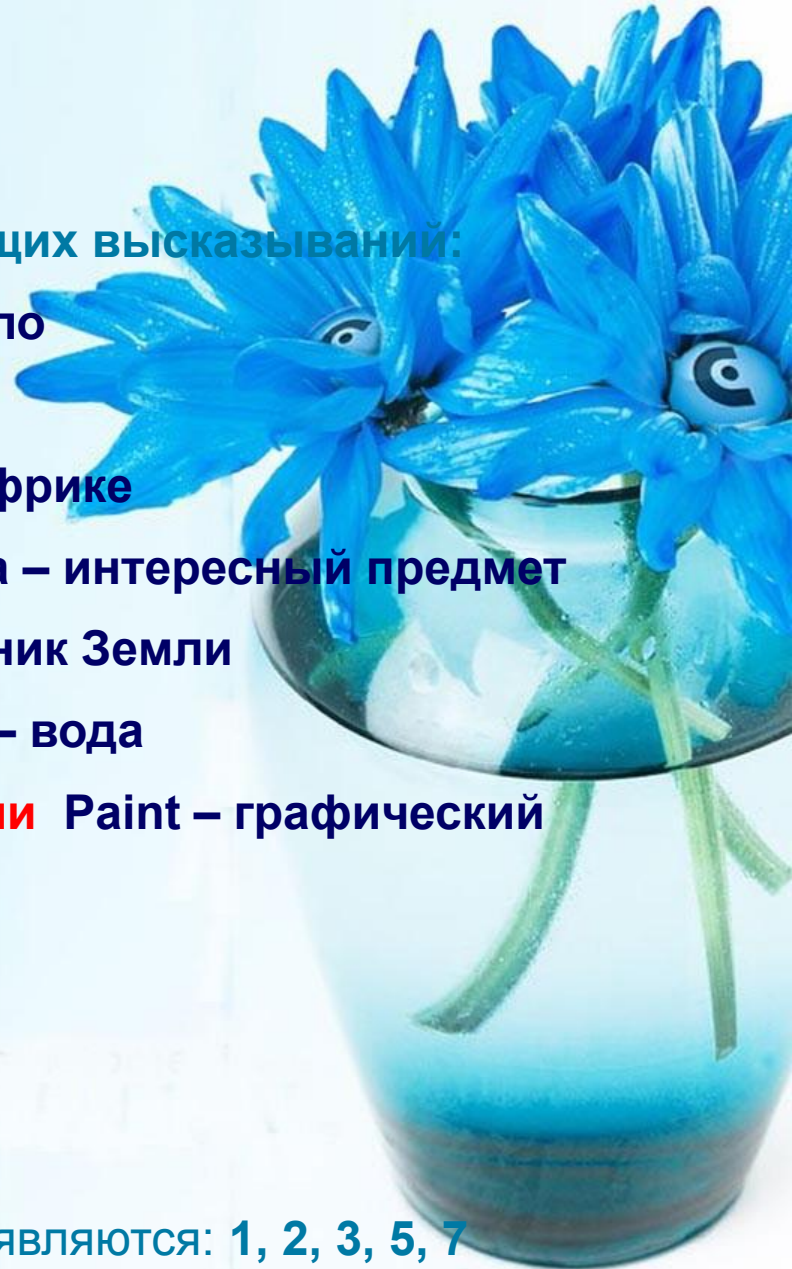
<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A ∨ B</b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 7 – простое число **или** 9 – простое число
2. Число 2 четное **или** Это простое число
3.  $2 * 2 = 4$  **или** Белые медведи живут в Африке
4. Каша – вкусное блюдо **или** Математика – интересный предмет
5. Луна – спутник Марса **или** Луна – спутник Земли
6. Сегодня плохая погода **или** Кислород – вода
7. Microsoft Word – текстовый редактор **или** Paint – графический редактор



Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5, 7

# Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ**

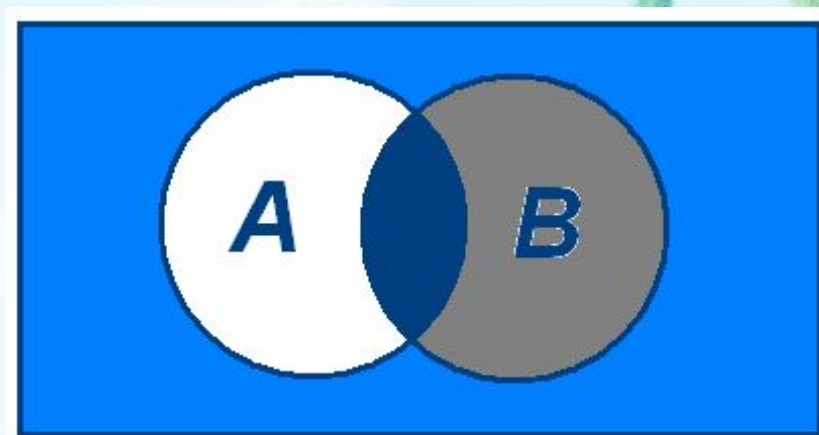
(логическое следование IMP)

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A =&gt; B</b>
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Соответствует обороту **ЕСЛИ..., ТО...**

Обозначается **=>**



# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. **Если** 12 делится на 6, **то** 12 делится на 3.
2. **Если** 11 делится на 6, **то** 11 делится на 3.
3. **Если** 15 делится на 6, **то** 15 делится на 3.
4. **Если** 15 делится на 3, **то** 15 делится на 6.
5. **Если** Мытищи расположены на Неве, **то** белые медведи обитают в Африке.

Ответ: истинными высказываниями являются: 1, 2, 3, 5



# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ

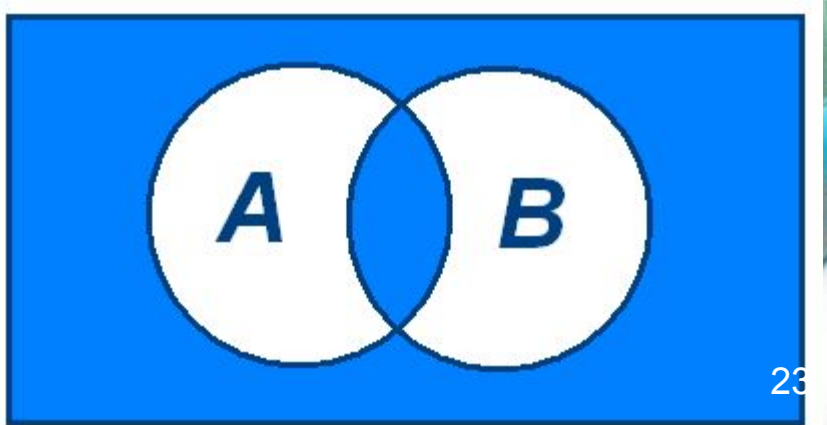
(равнозначность EQV )

Ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

Соответствует оборотам:  
**ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА;  
В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ  
СЛУЧАЕ**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Обозначается  $\leftrightarrow$ ;  $\sim$



# Примеры:

Определить значения истинности следующих высказываний:

1. 12 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 12 делится на 3.
2. 11 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 11 делится на 3.
3. 15 делится на 6 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 3.
4. 15 делится на 5 **тогда и только тогда, когда** 15 делится на 4.

Ответ: истинными высказываниями являются: **1, 2**





# Сложение по модулю 2

(неравнозначность, отрицание однозначности, исключающее ИЛИ)

Если  $a = 01100101_2$   
 $b = 00101001_2$   
то  $a \oplus b = 01001100_2$




$$F = A \oplus B, \quad F = A \text{ XOR } B$$

A	B	Неравнозначность $\oplus$ (XOR) $A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



# Таблица истинности основных функций

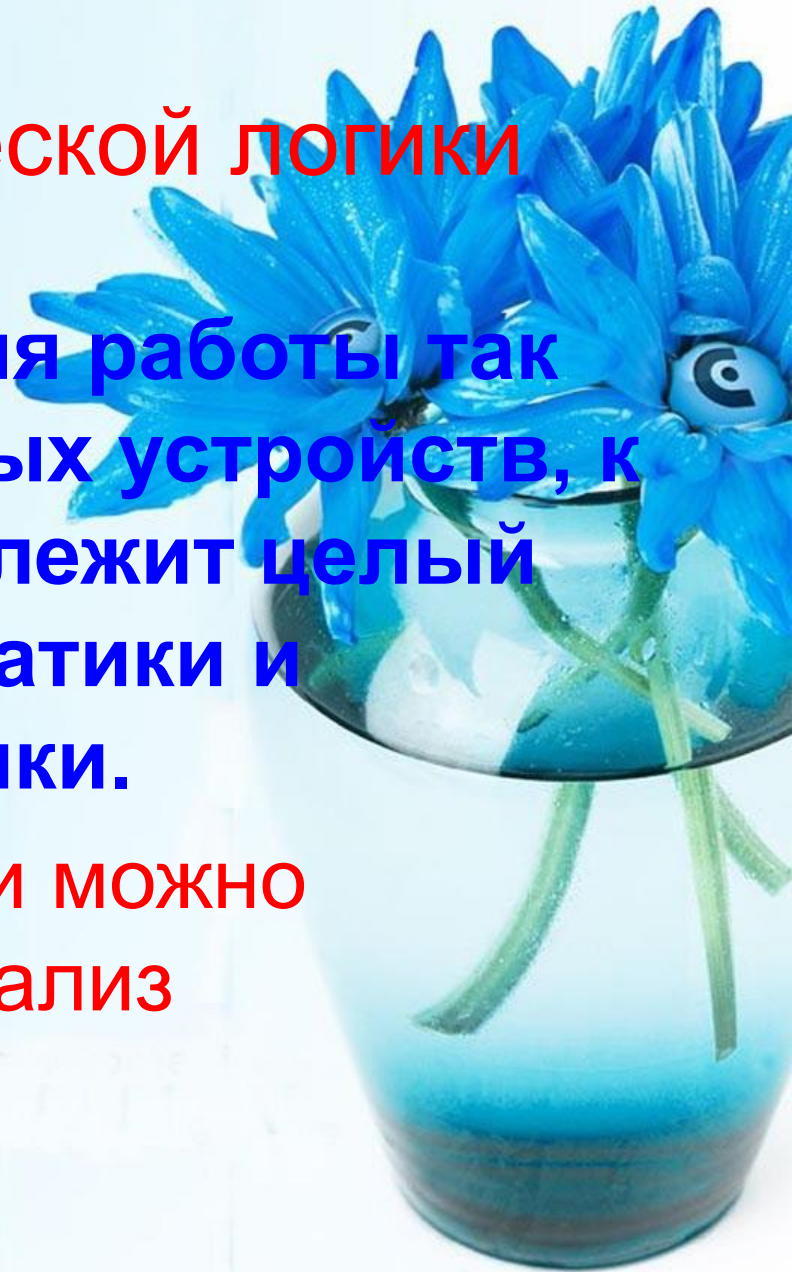
<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>\neg A</math></b>	<b><math>A \wedge B</math></b>	<b><math>A \vee B</math></b>	<b><math>A \Rightarrow B</math></b>	<b><math>A \leftrightarrow B</math></b>	<b><math>A \oplus B</math></b>
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0

A vase of blue flowers is positioned on the right side of the slide, partially overlapping the truth table. The vase is filled with water and contains several blue flowers with green stems. The background is a light blue gradient.





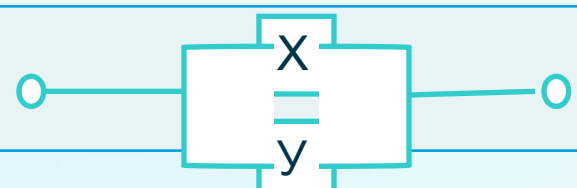
## Плюсы математической логики

Применяется для описания работы так называемых дискретных устройств, к числу которых принадлежит целый класс устройств автоматики и вычислительной техники.

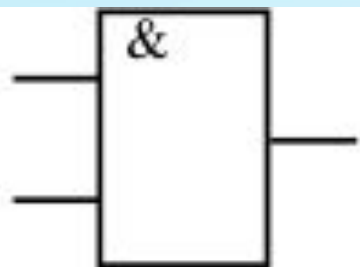
При помощи алгебры логики можно производить синтез и анализ электронных схем.



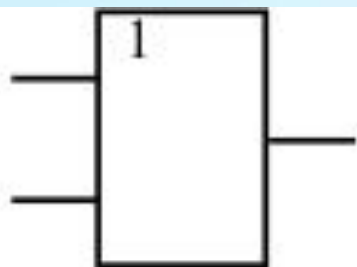
# Некоторые функции проводимости $F(x)$ , для $x$ -переключательных схем

Схема	Описание	Функция
	Схема не содержит переключателей	$F = 1$
	Один постоянно разомкнутый переключатель	$F = 0$
	Ток идёт, если $X$ замкнут и не идёт, если $X$ разомкнут.	$F = x$
	Проводит ток, когда оба переключателя замкнуты и не проводит, если хоть 1 один разомкнут.	$F = x \wedge y$
	Проводит ток, когда замкнут хоть один переключатель	$F = x \vee y$

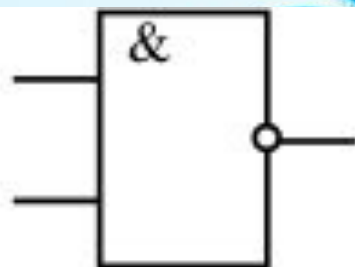
# Условно-графические обозначения (УГО) некоторых логических элементов



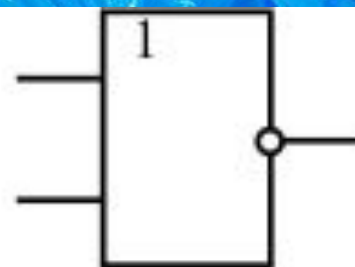
а) конъюнктор  
(элемент "И")



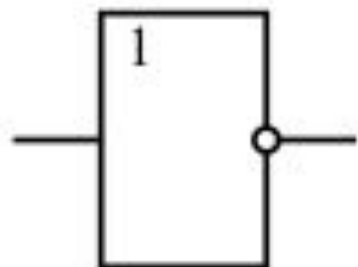
б) дизъюнктор  
(элемент "ИЛИ")



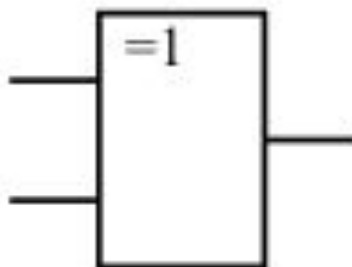
в) элемент  
"И-НЕ"



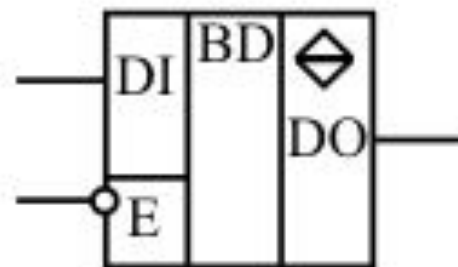
г) элемент  
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор  
(элемент "НЕ")

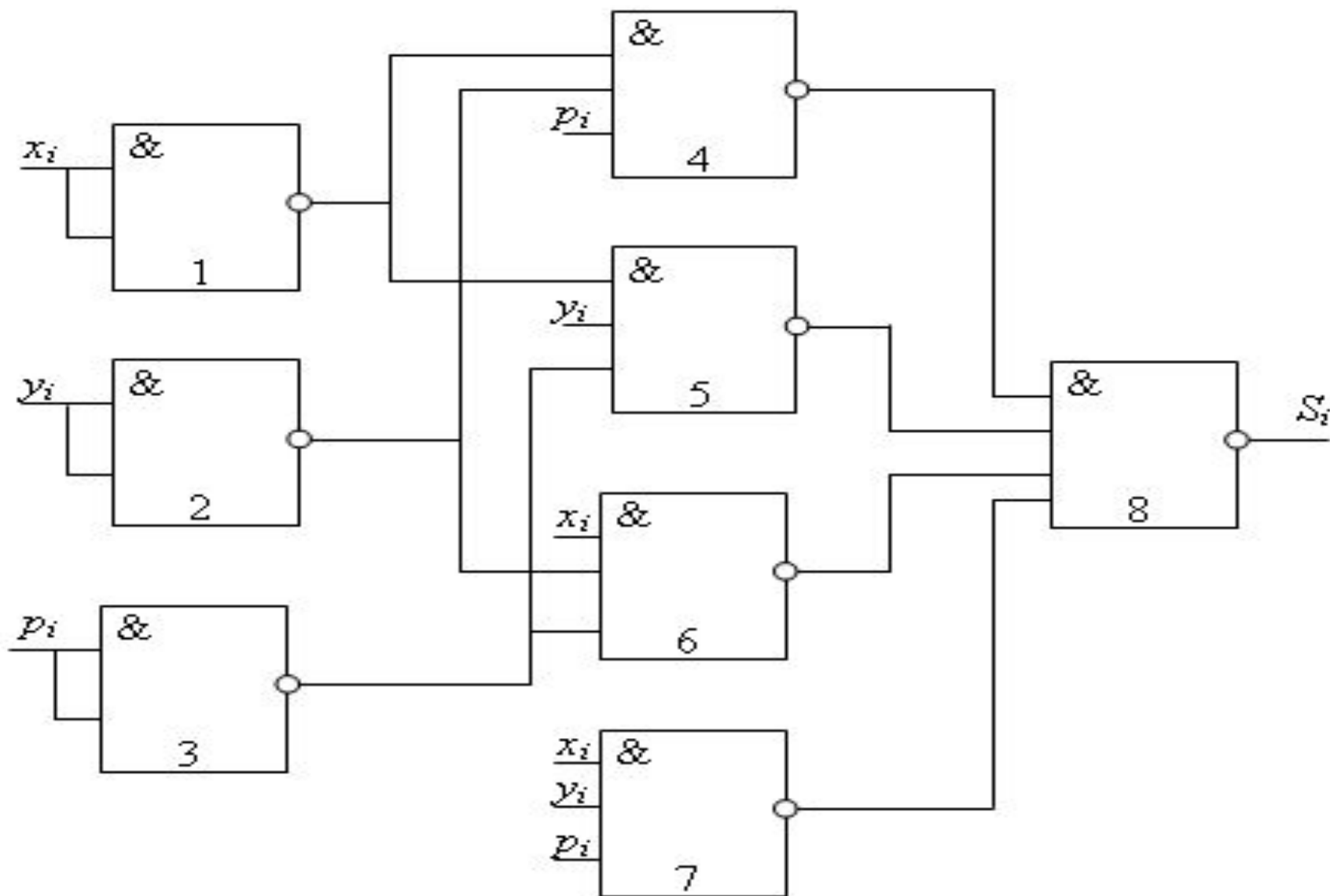


е) элемент  
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"

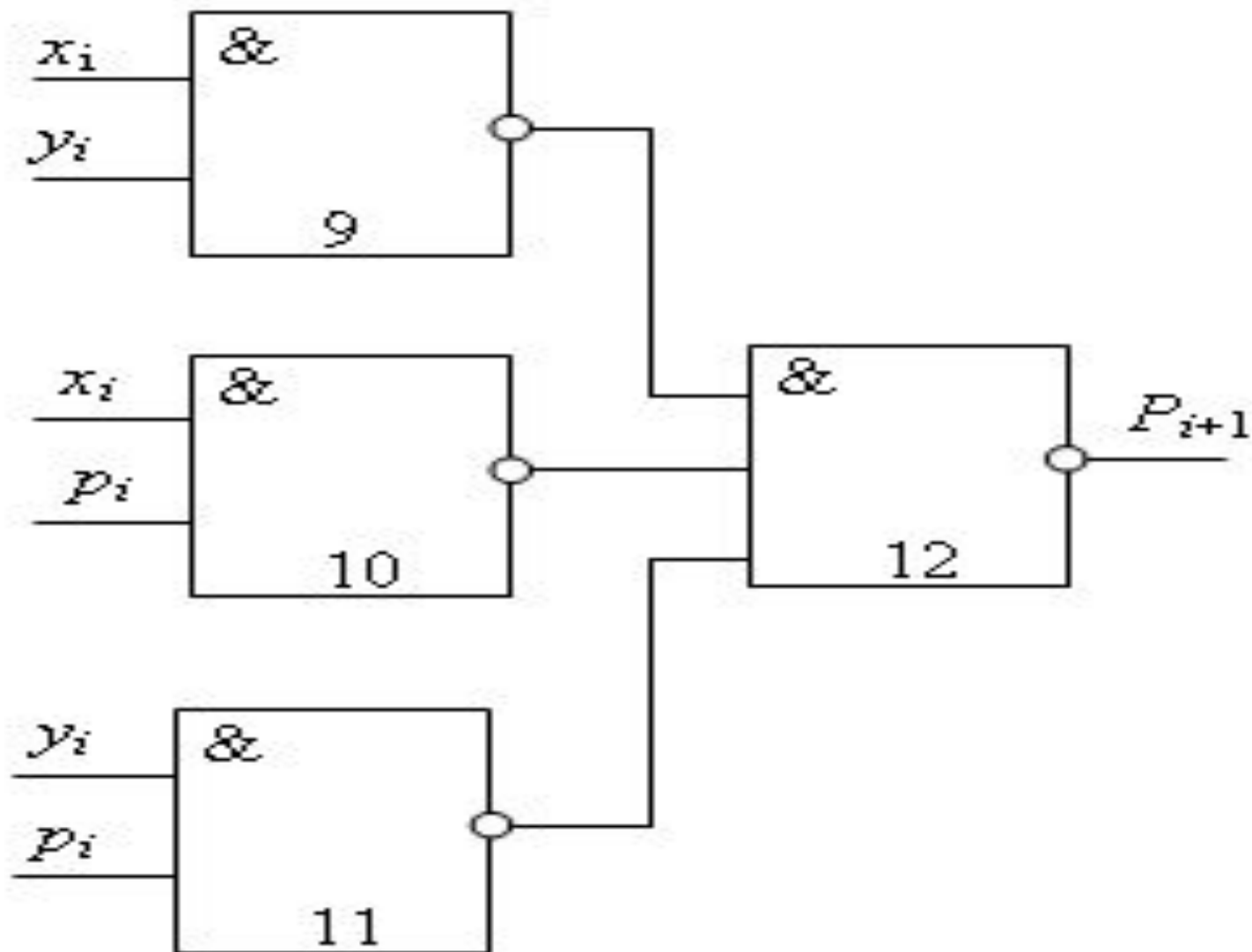


ж) элемент с тремя  
выходными состояниями

# Схема, реализующая функцию суммы одноразрядного сумматора

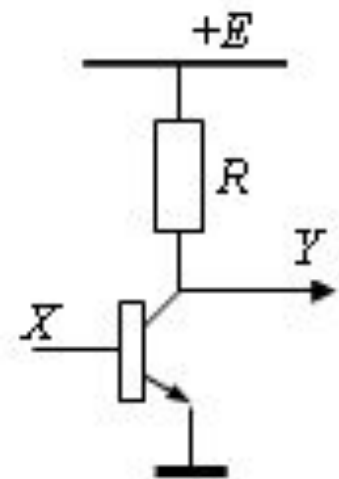


# Схема, реализующая функцию переноса одноразрядного сумматора

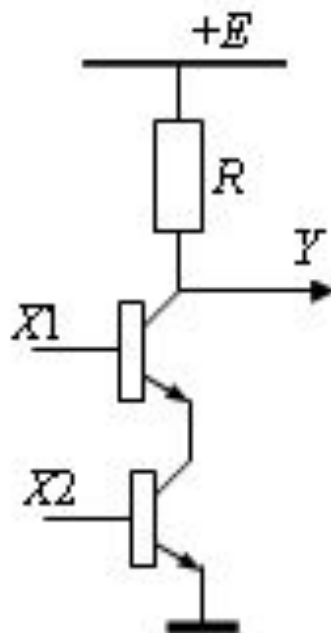


# Схемотехническая реализация ЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

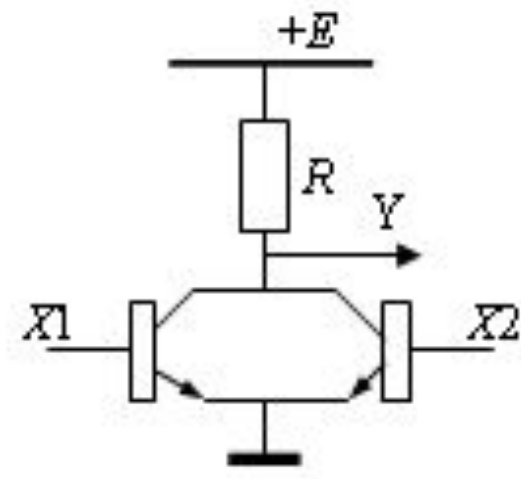
- Каждый логический элемент – это электронно-техническое изделие.



а) инвертор



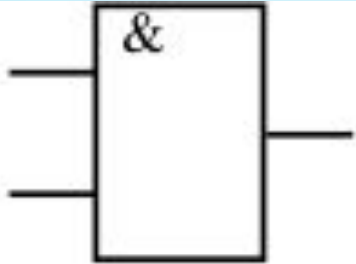
б) элемент "И-НЕ"



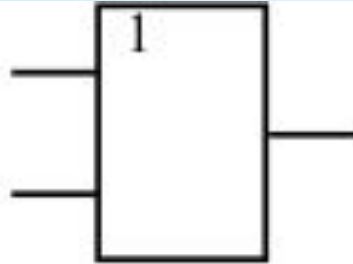
в) элемент "ИЛИ-НЕ"



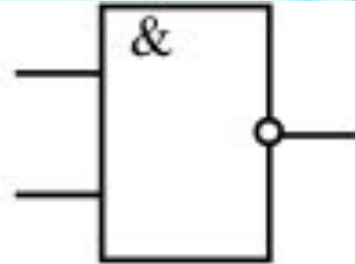
# Условно-графические обозначения (УГО) некоторых логических элементов



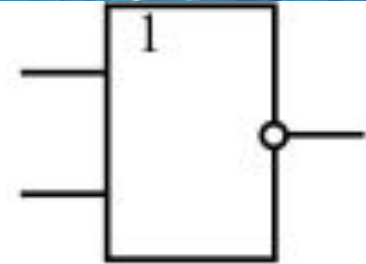
а) конъюнктор  
(элемент "И")



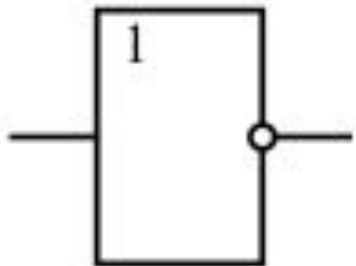
б) дизъюнктор  
(элемент "ИЛИ")



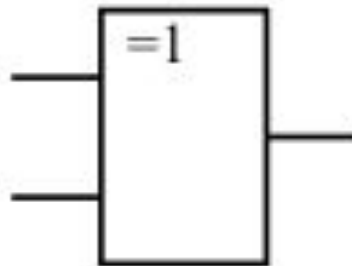
в) элемент  
"И-НЕ"



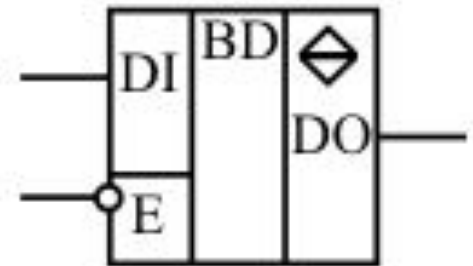
г) элемент  
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор  
(элемент "НЕ")

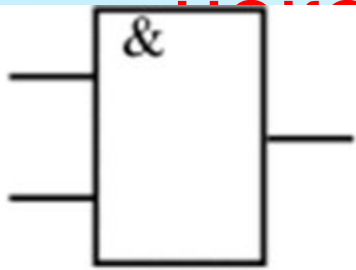


е) элемент  
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"

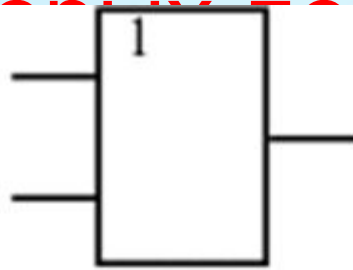


ж) элемент с тремя  
выходными состояниями

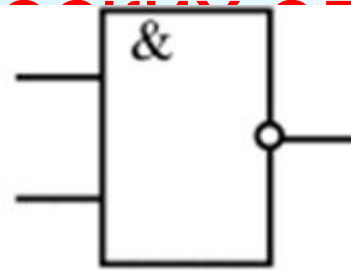
# Условно-графические обозначения (УГО)



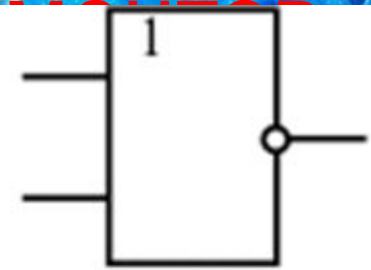
а) конъюнктор  
(элемент "И")



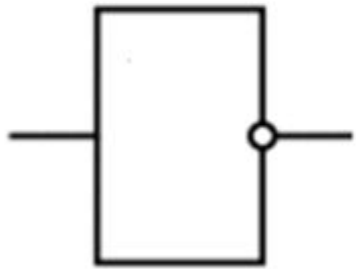
б) дизъюнктор  
(элемент "ИЛИ")



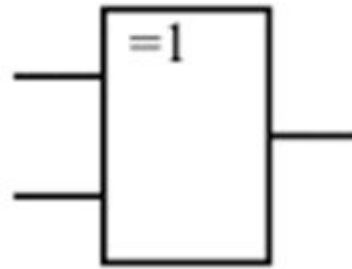
в) элемент  
"И-НЕ"



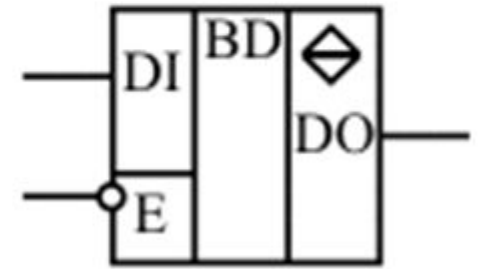
г) элемент  
"ИЛИ-НЕ"



д) инвертор  
(элемент "НЕ")



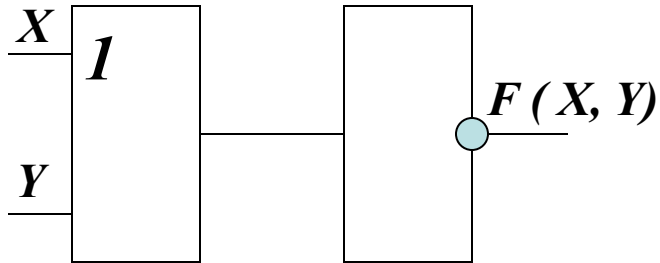
е) элемент  
"НЕРАВНОЗНАЧНОСТЬ"



ж) элемент с тремя  
выходными состояниями

# Функциональные схемы и структурные формулы логических устройств

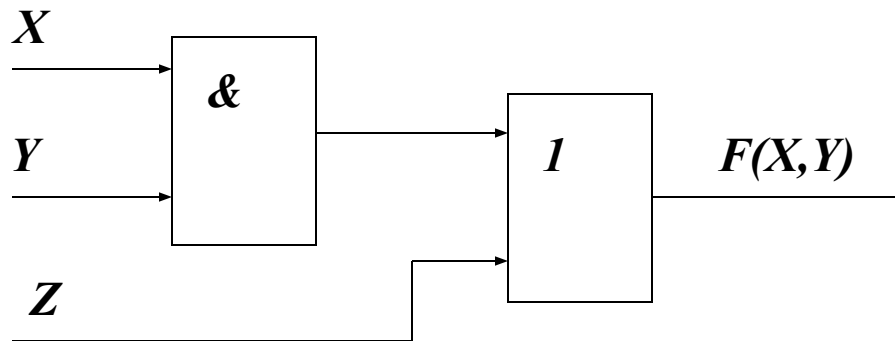
Определите структурную формулу по заданной функциональной схеме



Ответ:  $F(X, Y) = \overline{X \vee Y}$

*Начерти переключательную схему,  
реализующую следующую логическую  
функцию*

$$F(X, Y) = X \& Y \vee Z$$



## Домашнее задание:

Дана структурная формула. Постройте соответствующую ей функциональную схему.

а)  $F(P, Q, R) = P \& Q \& R \vee (P \vee Q \vee R) \& \overline{Q}$

б)  $Y(A, B) = \overline{A} \& (\overline{A \vee B})$

Определите структурную формулу по заданной функциональной схеме

