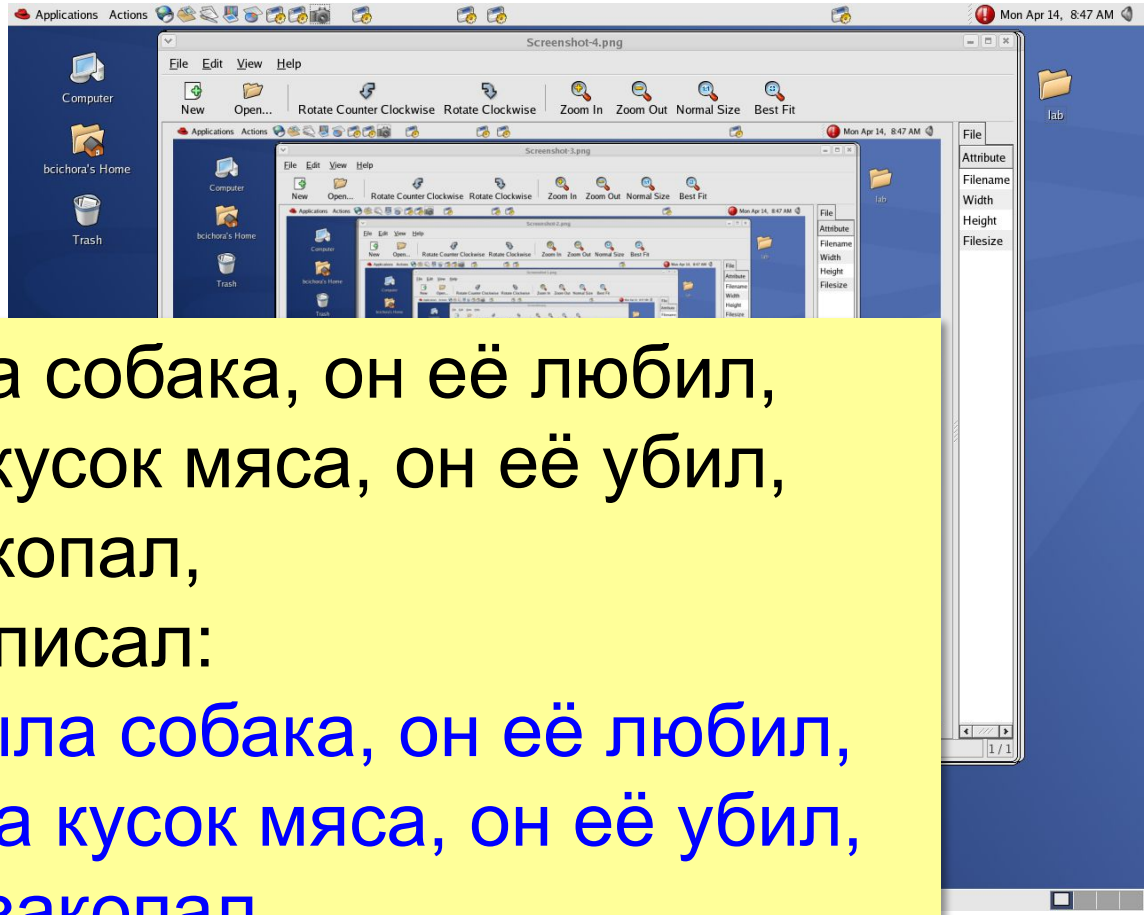
Программирование на языке C++

§ 61. Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:

У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
…

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n+1$ натуральное число

индуктивное определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

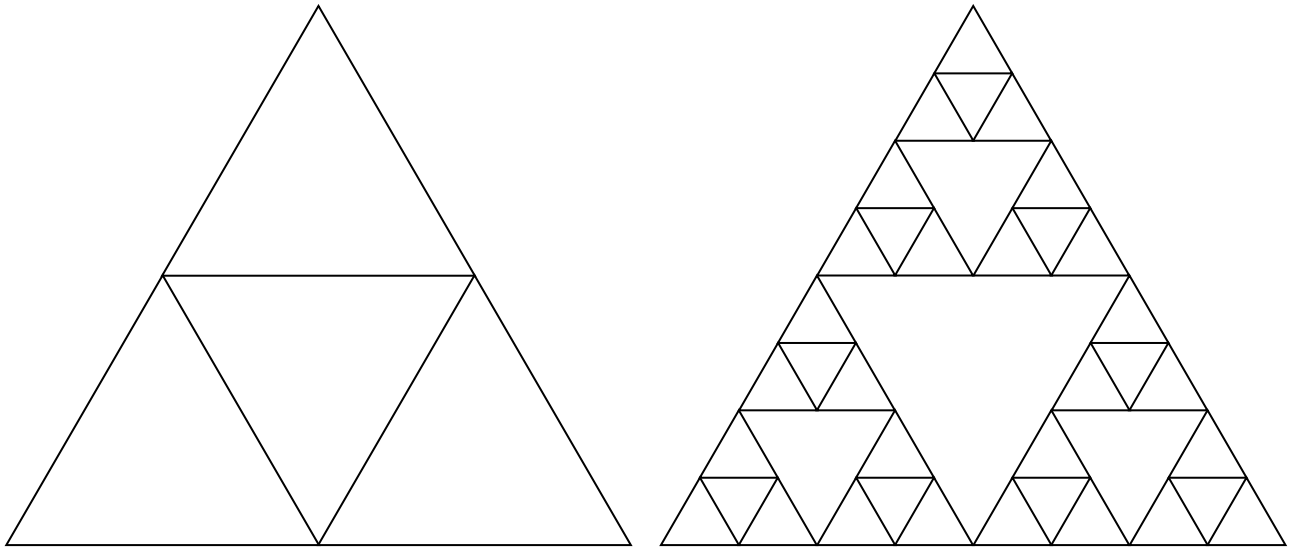
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

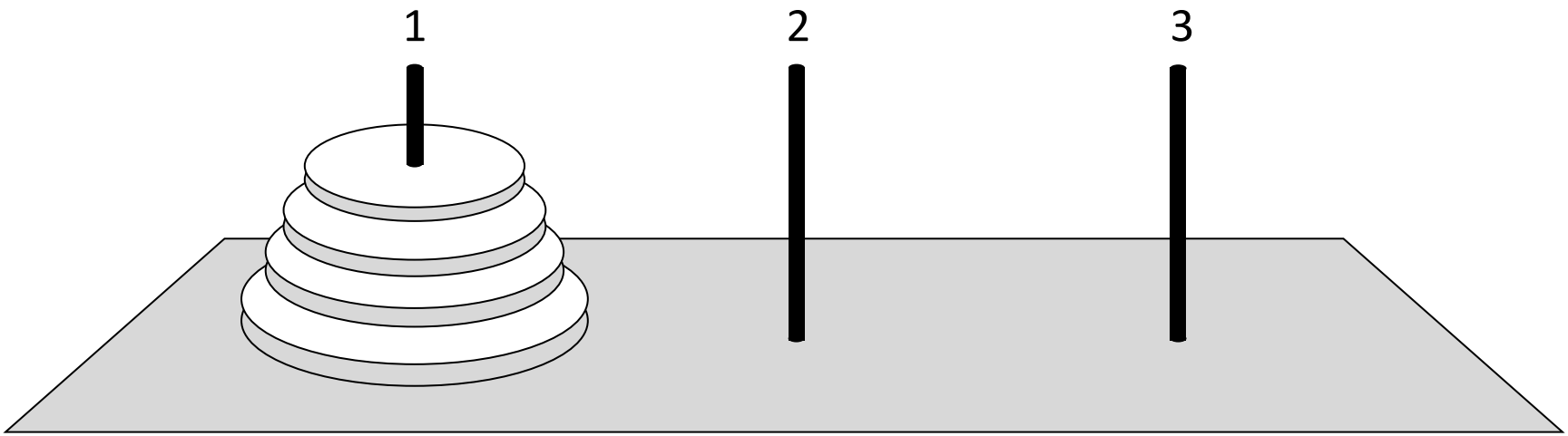
Фракталы

Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:



Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

```
перенести (n, 1, 3)
```

```
перенести (n-1, 1, 2)
1 -> 3
перенести (n-1, 2, 3)
```

Ханойские башни – процедура

сколько | откуда | куда

```
void Hanoi ( int n, int k, int m )
{
  int p;
  p = 6 - k - m;
  Hanoi ( n-1, k, p );
  cout << k << " -> " << m << endl;
  Hanoi ( n-1, p, m );
}
```

номер вспомогательного стержня (1+2+3=6!)

рекурсия

рекурсия

? Что плохо?

! **Рекурсия никогда не остановится!**

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
void Hanoi ( int n, int k, int m )
{
  int p;
  if ( n == 0 ) return;
  p = 6 - k - m;
  Hanoi ( n - 1, k, p );
  cout << k << " -> " << m << endl;
  Hanoi ( n - 1, p, m );
}
```

условие выхода из рекурсии

```
main()
{
  Hanoi(4, 1, 3);
}
```

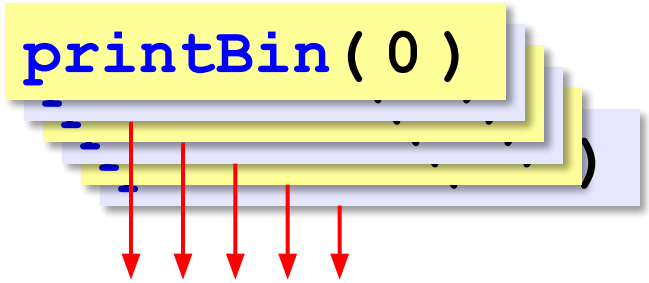
Вывод двоичного кода числа

```
void printBin( int n )
{
  if (n == 0) return;
  printBin(n / 2);
  cout << n % 2;
}
```

условие выхода из рекурсии

напечатать все цифры, кроме последней

вывести последнюю цифру



? Как без рекурсии?

Вычисление суммы цифр числа

```
int sumDig ( int n )
{
   int sum;
   sum = n %10;
   if ( n >= 10 )
    sum += sumDig ( n / 10 );
   return sum;
}
```

последняя цифра

рекурсивный вызов

? Где условие окончания рекурсии?

```
sumDig( 1234 )
   4 + sumDig( 123 )
       4 + 3 + sumDig( 12 )
           4 + 3 + 2 + sumDig( 1 )
               4 + 3 + 2 + 1
```

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
int NOD ( int a, int b )
{
  if ( a == 0 || b == 0 )
     return a+b;
  if ( a>b )
        return NOD( a-b, b );
  else return NOD( a, b-a );
}
```

условие окончания рекурсии

рекурсивные вызовы

Задачи

«A»: Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574)=1234.
```

«B»: Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

Пример:

```
Введите натуральное число:
378
378 = 2*3*3*3*7
```

Задачи

«С»: Дано натуральное число N. Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть, 1 + 2 и 2 + 1 – это один и тот же способ разложения числа 3). Решите задачу с помощью рекурсивной процедуры.

Пример:

```
Введите натуральное число:
4
Количество разложений: 4.
```

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

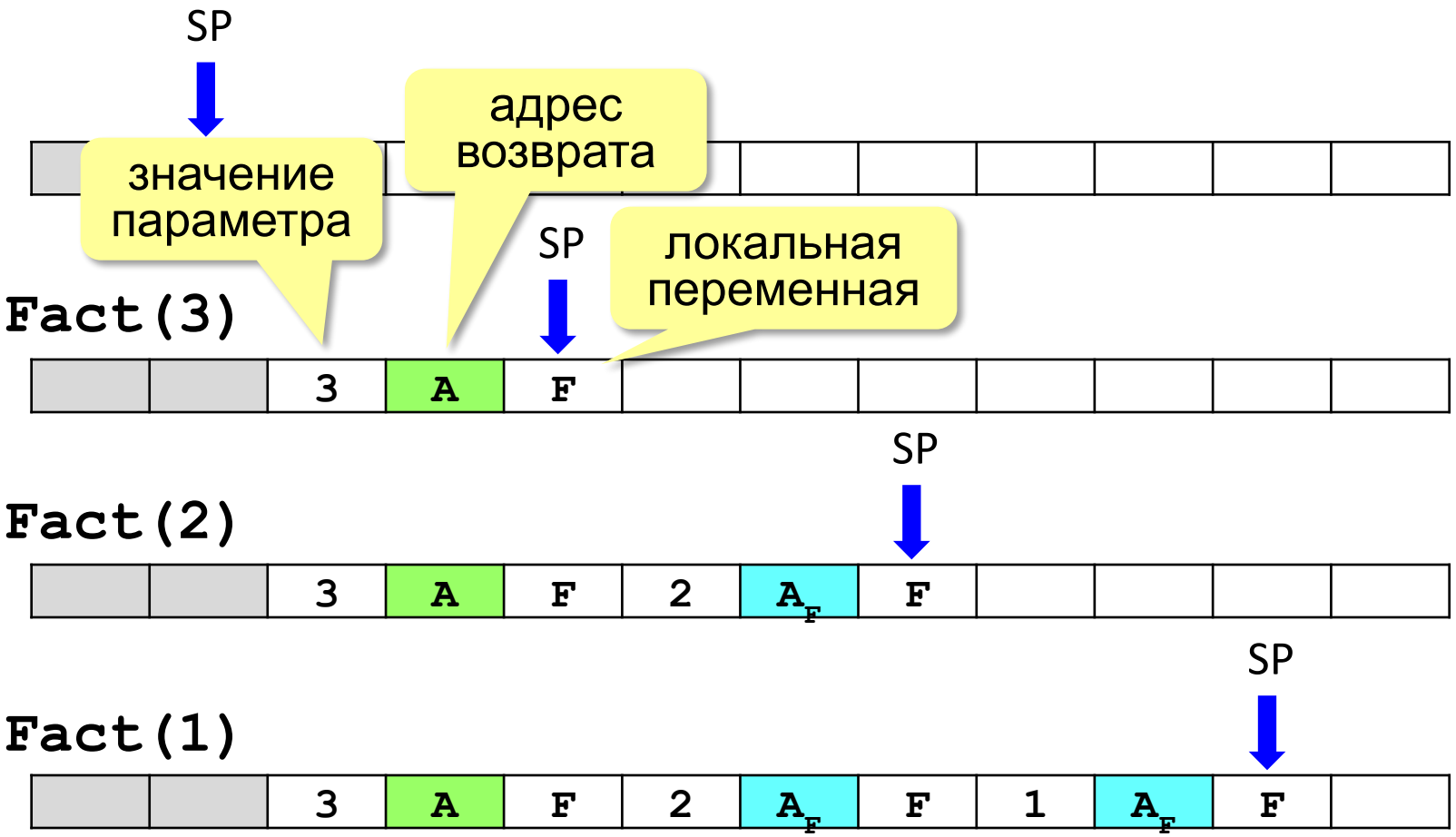
```
int Fact ( int N )
{
  int F;
  cout << "-> N=" << N << endl;
  if ( N <= 1 )
        F = 1;
  else F = N * Fact(N - 1);
  cout << "<- N=" << N << endl;
  return F;
}
```

```
-> N = 3
  -> N = 2
    -> N = 1
    <- N = 1
  <- N = 2
<- N = 3
```

? Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове

- программа становится более короткой и понятной

- возможно переполнение стека
- замедление работы

Любой рекурсивный алгоритм можно заменить нерекурсивным!

итерационный алгоритм

```
int Fact ( int N )
{
 int F;
 F = 1;
 for(i = 2;i <= N;i++)
   F = F * i;
 return F;
}
```

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь
eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. old-moneta.ru
2. www.random.org
3. www.allruletka.ru
4. www.lotterypros.com
5. logos.cs.uic.edu
6. ru.wikipedia.org
7. иллюстрации художников издательства «Бином»
8. авторские материалы