



Показательные
уравнения
и неравенства

- 1) Выполнить задание на повторение
- 2) Записать определения, примеры, разобранные решения уравнений и неравенств
- 3) Выполнить проверочную работу по вариантам (документ WORD)
- 4) Работу прислать до 12-00 22.05.2020 в СДО

Какие из перечисленных функций являются
возрастающими, а какие убывающими?

(записать в два столбика)

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

3. $y = 2^x$;

4. $y = 2^{-x}$.

5. $y = 5^x$

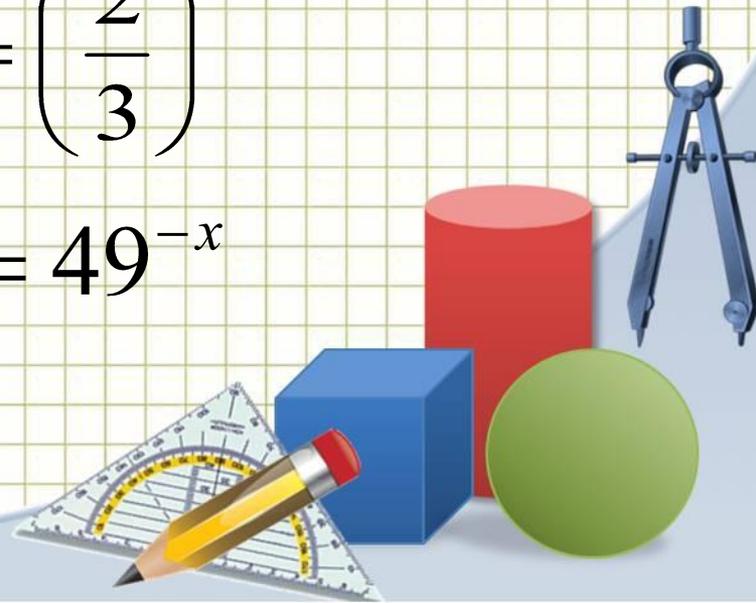
6. $y = 0,5^{-x}$

7. $y = 10^x$

8. $y = \pi^x$

9. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

10. $y = 49^{-x}$



Определение

Уравнение вида $a^x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$ называется *простейшим показательным уравнением*.

Пример 1: $2^x = 64$

$$5^x = \frac{1}{125}$$

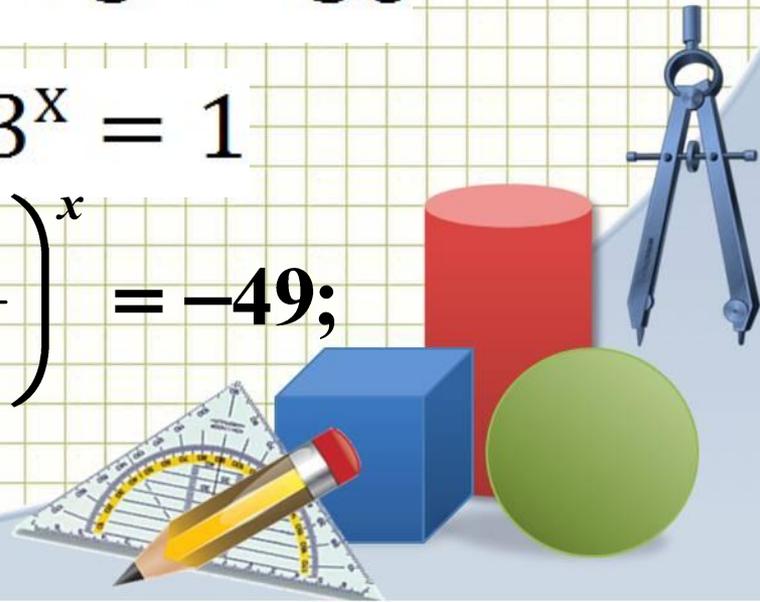
$$8^x = 0,125$$

$$3^x = 5$$

$$2^x \cdot 3^x = 36$$

$$13^x = 1$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^x = -49;$$



Решим каждое из уравнений.

(всегда нужно привести обе части уравнения с одному основанию)

Пример 1

a) $2^x = 64$

приведем к одному основанию обе части уравнения

$$2^x = 2^6$$

в силу монотонности функции «отбрасываем» основание 2 и приравниваем показатели

$$x = 6$$

все, уравнение решено

Ответ: $x=6$

b) $5^x = \frac{1}{125}$

приведем к одному основанию обе части уравнения

$$5^x = 5^{-3}$$

в силу монотонности функции «отбрасываем» основание 5 и приравниваем показатели

$$x = -3$$

Ответ: $x=-3$



Решим каждое из уравнений.

(всегда нужно привести обе части уравнения с одному основанию)

е) $8^x = 0,125$

запишем 0,125 в обыкновенной дроби $0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

$$8^x = \frac{1}{8}$$

приведем к одному основанию обе части уравнения

$$8^x = 8^{-1}$$

в силу монотонности функции «отбрасываем» основание 8 и приравниваем показатели

$$x = -1$$

Ответ: $x = -1$

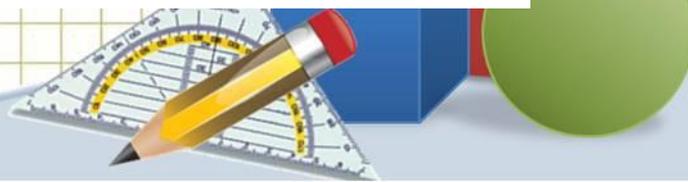
з) $3^x = 5$

не можем привести к одному основанию, но по определению логарифма решим легко и просто

$$x = \log_3 5$$

все, уравнение решено

Ответ: $x = \log_3 5$



$$д) 2^x \cdot 3^x = 36$$

заметим, что слева по свойству степени можно 2 и 3 взять в скобки

$$(2 \cdot 3)^x = 36$$

произведем умножение

$$6^x = 36$$

а теперь приведем к одному основанию обе части уравнения

$$6^x = 6^2$$

в силу монотонности функции «отбрасываем» основание 6 и приравняем показатели

$$x = 2$$

Ответ: $x=2$

$$е) 13^x = 1$$

приведем к одному основанию обе части уравнения, используя свойство степени, $a^0 = 1$

$$13^x = 13^0$$

в силу монотонности функции «отбрасываем» основание 13 и приравняем показатели

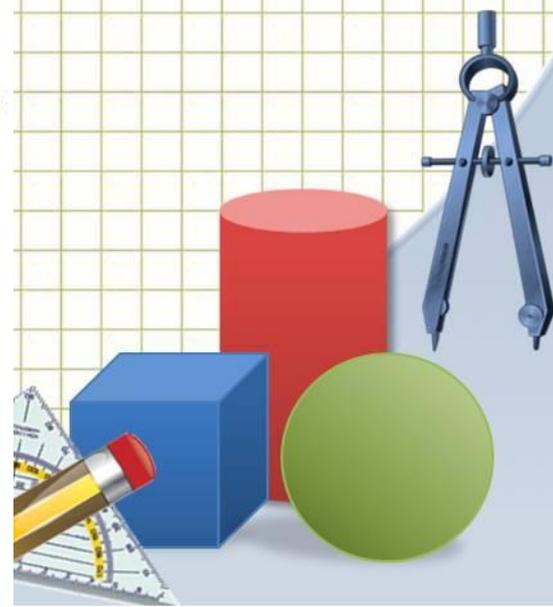
$$x = 0$$

Ответ: $x=0$

$$ж) \left(\frac{1}{7}\right)^x = -49$$

в уравнении справа должно быть всегда положительное число (по определению), т.к. $-49 < 0$, то уравнение не имеет корней

Ответ: корней нет.



Определение

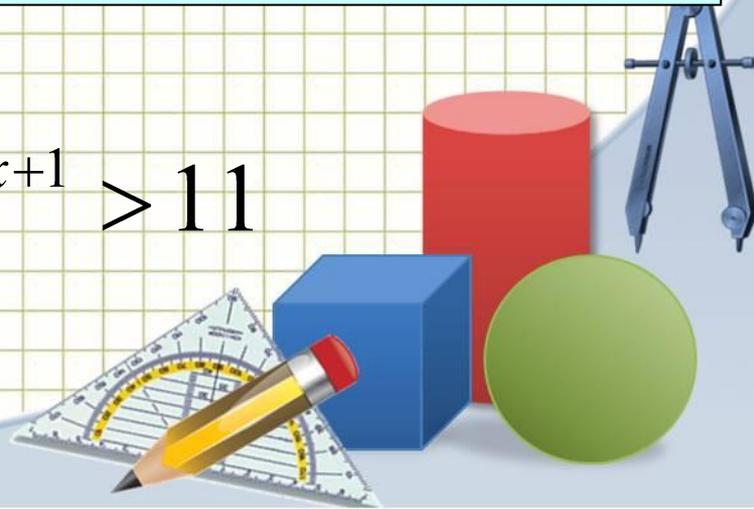
Показательные неравенства –

это неравенства вида $a^x > a^b$,

$a^x \geq a^b$, $a^x < a^b$, $a^x \leq a^b$,

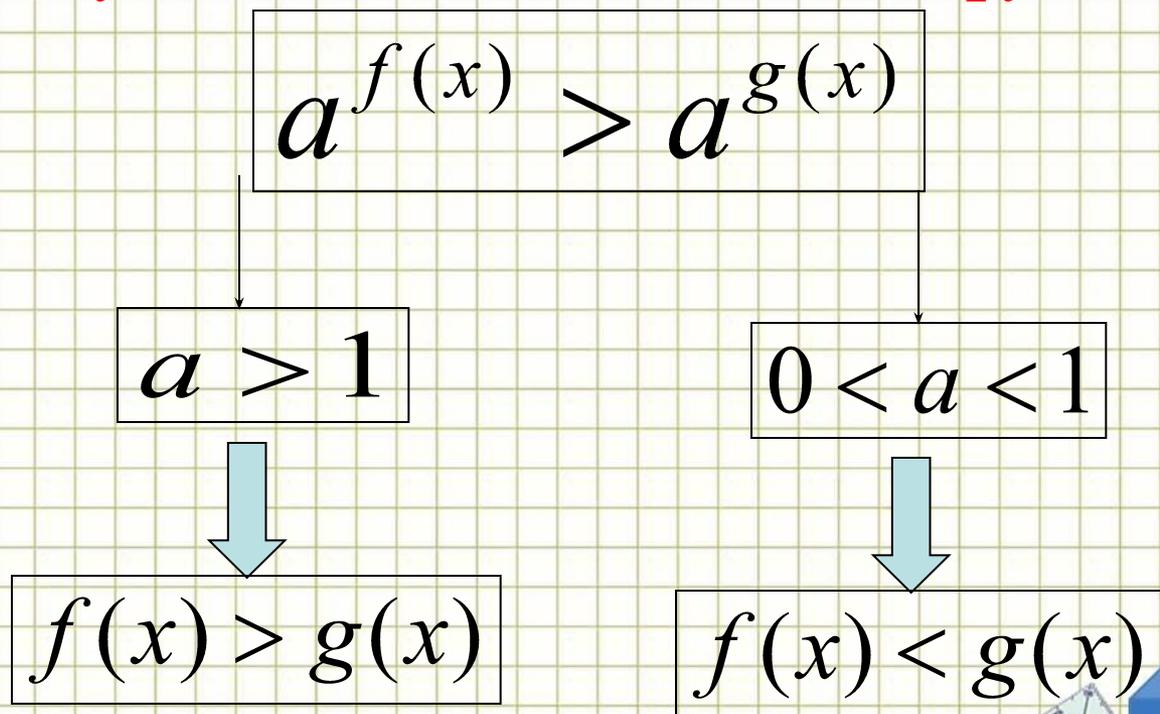
где $a > 0$, $a \neq 1$, b – любое число.

Примеры: $3^x \leq 9$; $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$



Решение простейших показательных неравенств $a > 0, a \neq 1$

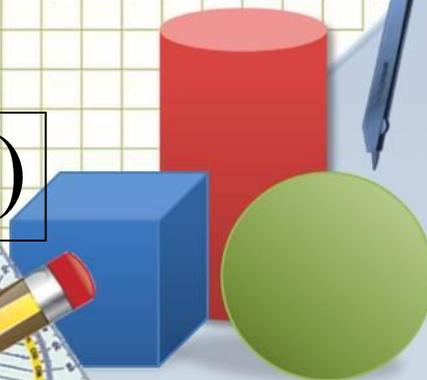
При решении простейших неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.



Знак неравенства

Сохраняется

Меняется



1. Решить неравенство:

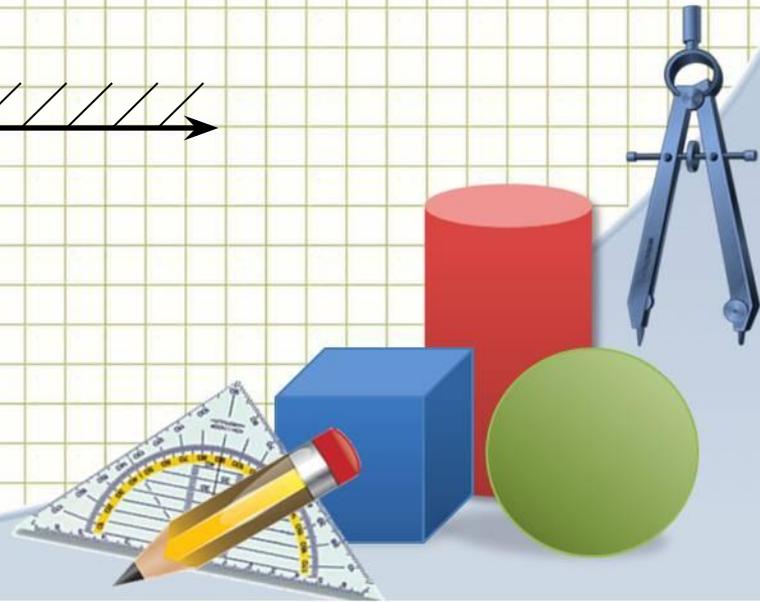
$$3^x > 81$$

$$3^x > 3^4 \quad \text{т.к. } 3 > 1, \text{ функция } \uparrow$$

$$x > 4$$



Ответ: $x \in (4; +\infty)$



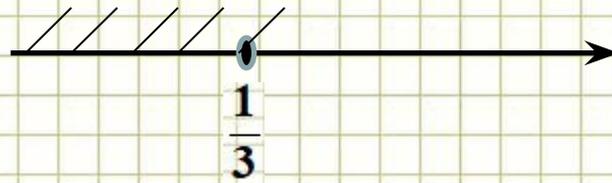
2. Решить неравенство:

$$2^{-3x} \geq \frac{1}{2};$$

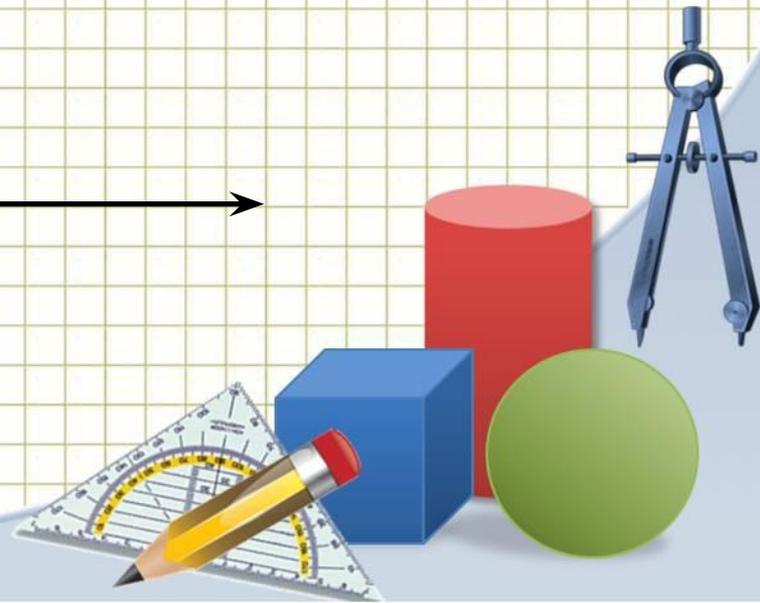
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \geq \left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{т.к. } 0 < \frac{1}{2} < 1, \text{ то функция } \downarrow$$

$$3x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$



Ответ: $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$



3. Решить неравенство

$$25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$$

$$(5^2)^{-x+3} \geq (5^{-1})^{3x-1}$$

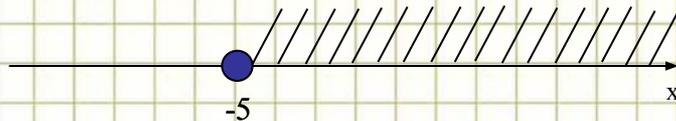
$$5^{-2x+6} \geq 5^{-3x+1}$$

$$-2x+6 \geq -3x+1$$

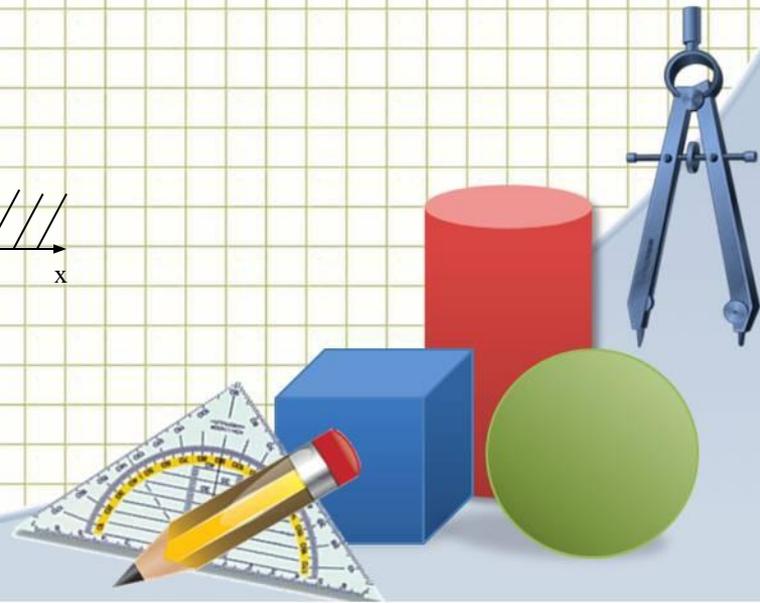
$$-2x+3x \geq 1-6$$

$$x \geq -5$$

т.к. $5 > 1$ ф-ия \uparrow , след.



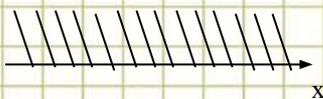
ОТВЕТ: $x \in [-5; +\infty)$



4-7. Решить неравенства

$$8^x > -3$$

$$x \in D(f)$$



Ответ: $x \in D(f)$

$$8^x < -3$$

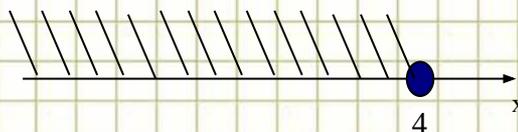
$$x \in \{\emptyset\}$$

Ответ: \emptyset

$$3^x \leq 81$$

$$3^x \leq 3^4 \quad 3 > 1 \text{ ф-ия } \uparrow$$

$$x \leq 4$$



Ответ: $x \in (-\infty; 4]$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{4}{9}$$

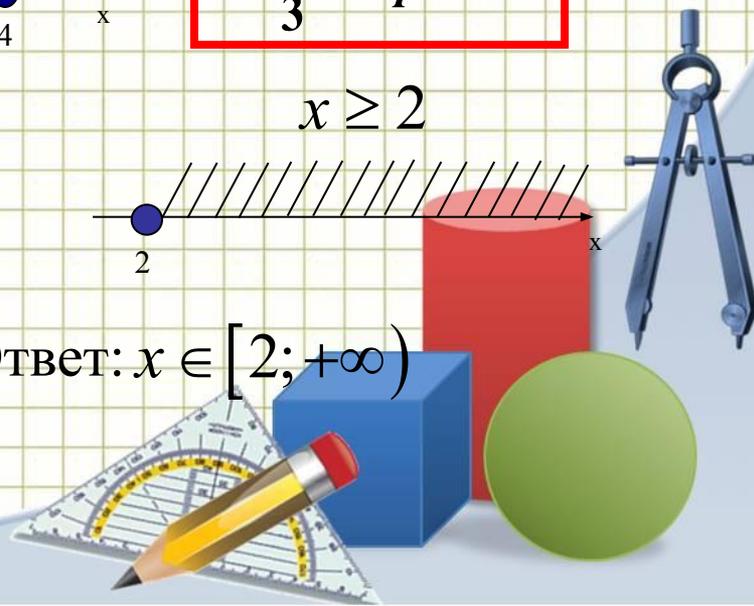
$$\left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$0 < \frac{2}{3} < 1 \text{ ф-ия } \downarrow$$

$$x \geq 2$$



Ответ: $x \in [2; +\infty)$



Выполнить задание

- Выполнить задание по вариантам.

10 столбцов значит 10 заданий: 5 уравнений и 5 неравенств (смотрим по строкам)

