Лекция №1

Переходные процессы. Методы расчета

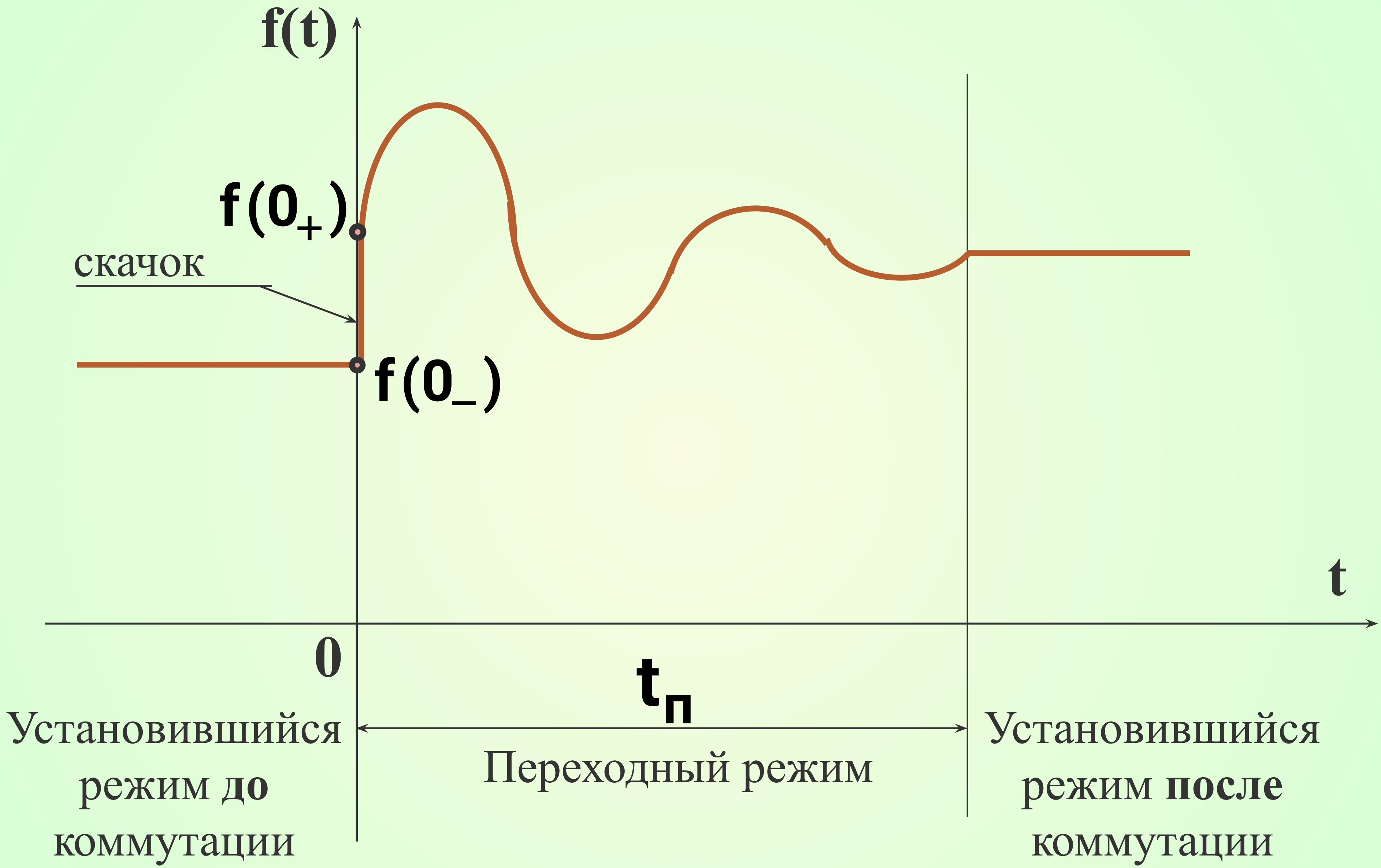
Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

Переходные процессы возникают при *включении* или *отключении* источников, элементов цепи, при *коротких замыканиях* и *обрывах* проводов, а также при *различных импульсных воздействиях* на цепь, например, при *грозовых разрядах*

Переходный процесс или переходный режим цепи – это *изменение во времени напряжений и токов* от одних *установившихся* значений к *другим установившимся* значениям

- при времени $t=\infty$ переходный процесс теоретически заканчивается и наступает новый установившийся режим
- время $t<0$ характеризует режим цепи до коммутации
- момент времени $t=0-$ соответствует последнему моменту перед коммутацией

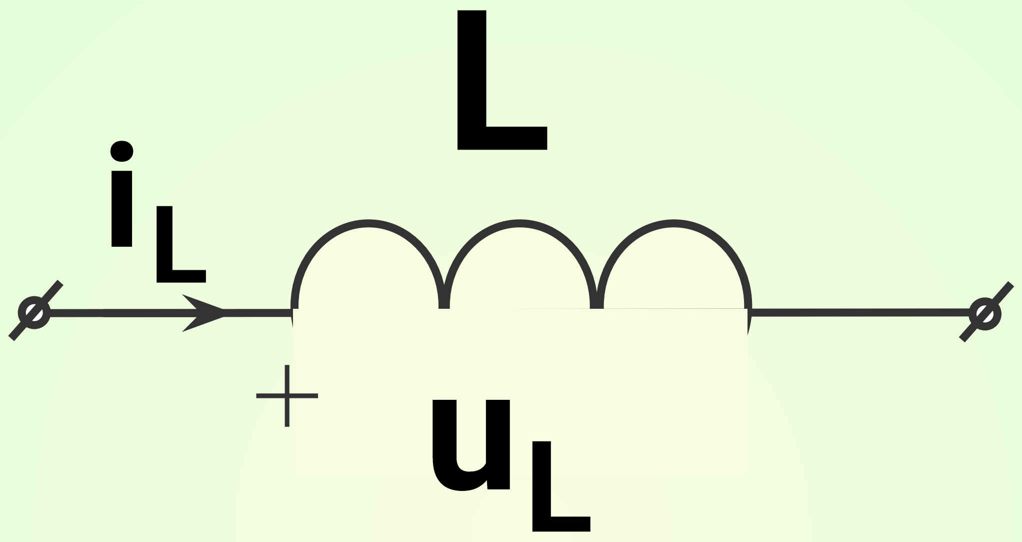
- момент времени t=0+ соответствует первому моменту времени после коммутации
- скачок – это мгновенное изменение напряжения или тока при t=0+



f(t)
f(0+)
скачок
f(0_)
t
0
tп
Установившийся режим **до** коммутации
Переходный режим
Установившийся режим **после** коммутации

Законы коммутации

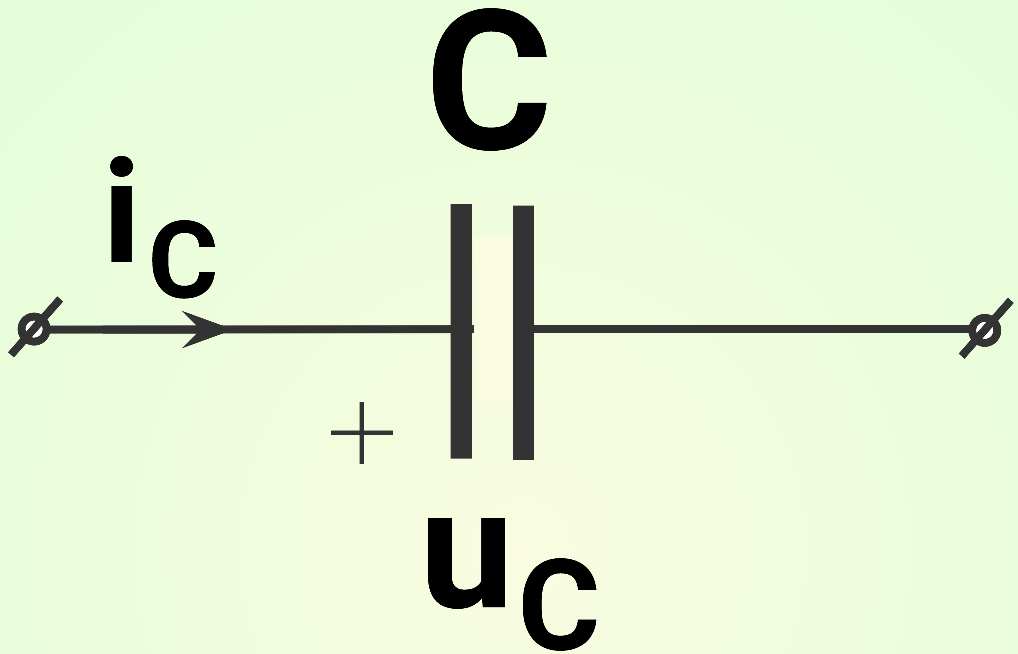
1. Первый закон коммутации



$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

Ток в индуктивности не может измениться скачком

2. Второй закон коммутации



$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Напряжение на емкости не может измениться скачком

Переходный процесс обусловлен наличием в цепи *L* и *C*

Классический метод расчета переходных процессов

Различают:

а) *независимые* начальные условия

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

и

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

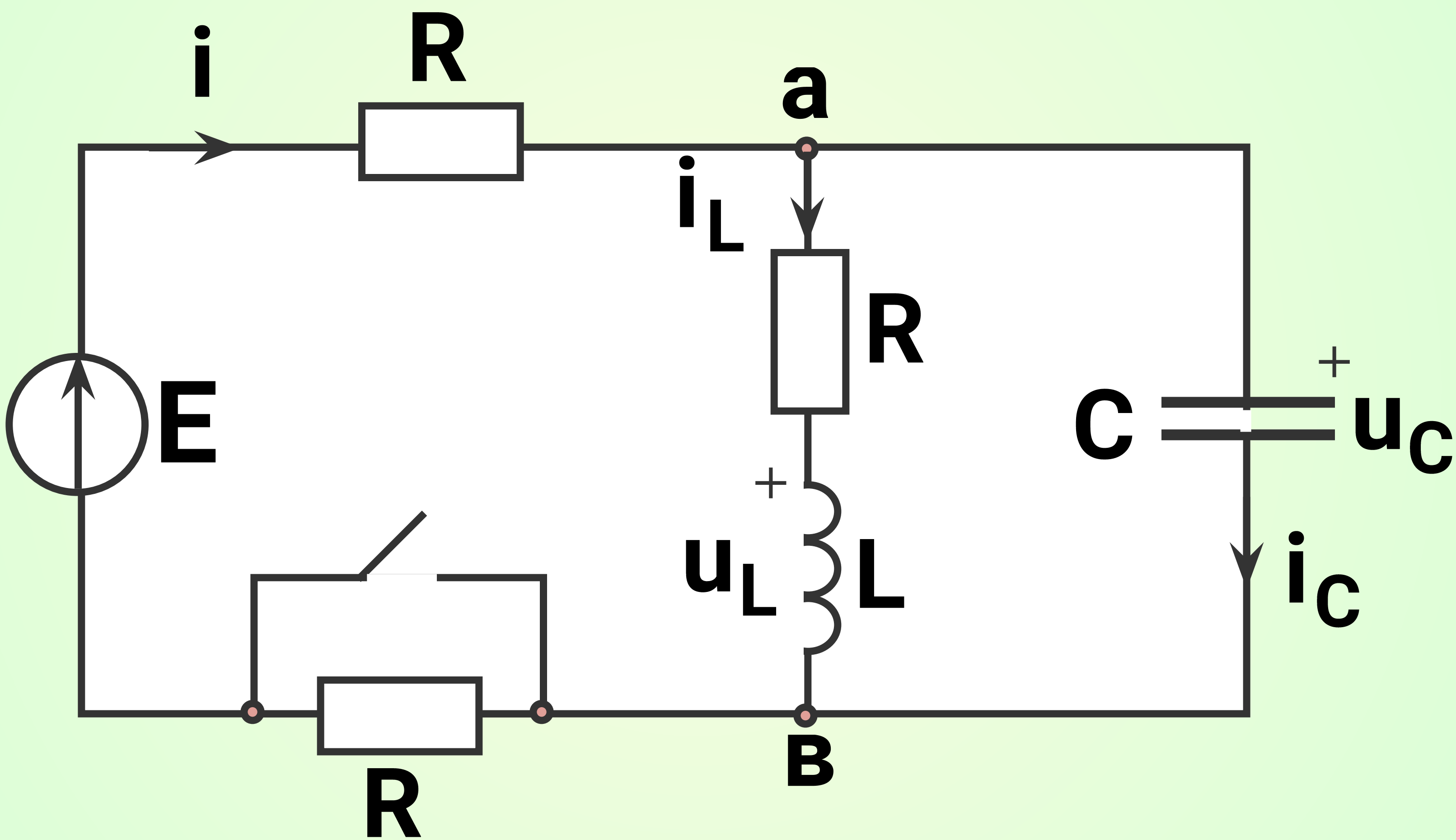
б) *зависимые* начальные условия

$$i_C(0_+),\ u_L(0_+)$$

и другие величины

в) *принужденные составляющие,* определяемые из расчета установившегося режима *после* коммутации

Пример:



Дано:

$$E = 300В$$

$$R = 100Ом$$

Определить:

начальные условия и *принужденные составляющие* а) *независимые* начальные условия (схема до коммутации)

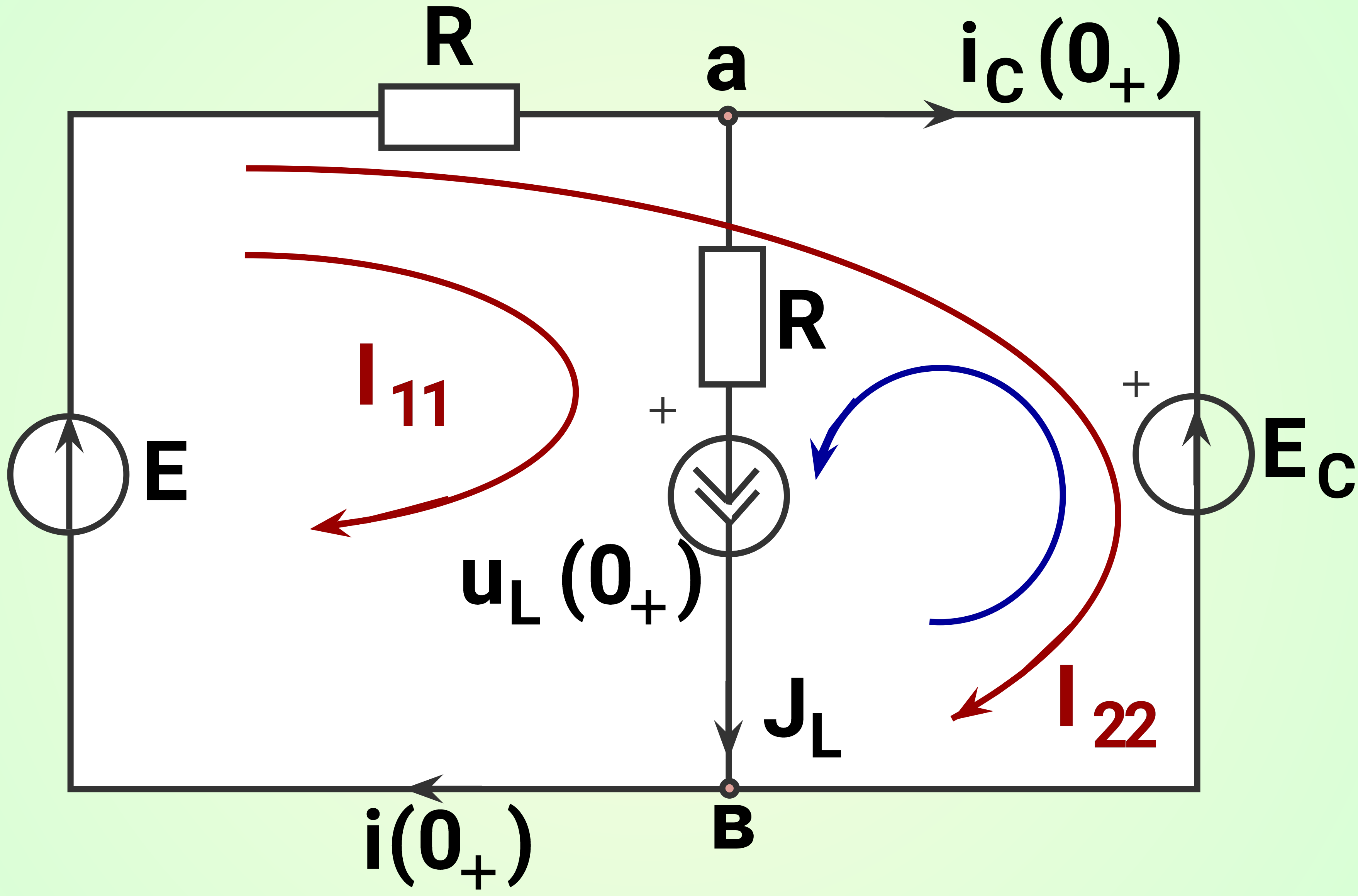
При постоянных источниках:
L – закоротка, *C* – разрыв.

$$i_L(0\_) = \frac{E}{3R} = 1\,A$$

$$u_C(0\_) = i_L(0\_)R = 100B$$

б) *зависимые* начальные условия

(схема после коммутации при $\mathbf{t = 0_+}$)



R
a
$i_C(0_+)$
R
I_{11}
+
+
E
E_C
$u_L(0_+)$
J_L
I_{22}
$i(0_+)$
в

$$J_L = i_L(0_-) = i_L(0_+) = 1\,A$$

$$E_C = u_C(0_+) = u_C(0_-) = 100B$$

$$I_{11} = J_L = 1\,A$$

$$I_{22}R + I_{11}R = E - E_C$$

$$I_{22} = \frac{E - E_C - I_{11}R}{R} = 1\,A$$

$$i(0_+) = I_{11} + I_{22} = 2\,A$$

$$i_C(0_+) = I_{22} = 1\,A$$

$$E_C - u_L(0_+) = R \cdot i_L(0_+)$$

$$\Rightarrow$$

$$u_L(0_+) = E_C - R \cdot i_L(0_+) = 0$$

в) *принужденные* составляющие

(схема *после* коммутации при

$t = \infty$)

При постоянных источниках:
L – закоротка, *C* – разрыв.

$$i_{пр} = i_{L\,пр} = \frac{E}{2R} = 1.5\,A$$

$$u_{C_{пр}} = R \cdot i_{L\,пр} = 150B$$

$$i_{C_{пр}} = 0$$

$$u_{L\,пр} = 0$$

Порядок расчета классическим методом цепи 1 порядка

Решение дифференциального уравнения 1 порядка ищем в виде:

$$i_1(t) = i_{пр_1}(t) + Ae^{pt}$$

1. Определяются ННУ при $t = 0_{-}$:

$i_L(0_{-})$ или $u_C(0_{-})$

2. Определяются ЗНУ при $t = 0_+$:

$u_L(0_+),\ i_C(0_+)$

и другие напряжения и токи

3. Определяются принужденные составляющие при

$$t = \infty$$

4. Определяется корень *p* по

$$Z(p) = 0$$

5. Определяется постоянная интегрирования A или B при $t = 0_+$:

$$A = i(0_+) - i_{пр}(0)$$

$$B = u(0_+) - u_{пр}(0)$$

6. Записывается окончательный результат

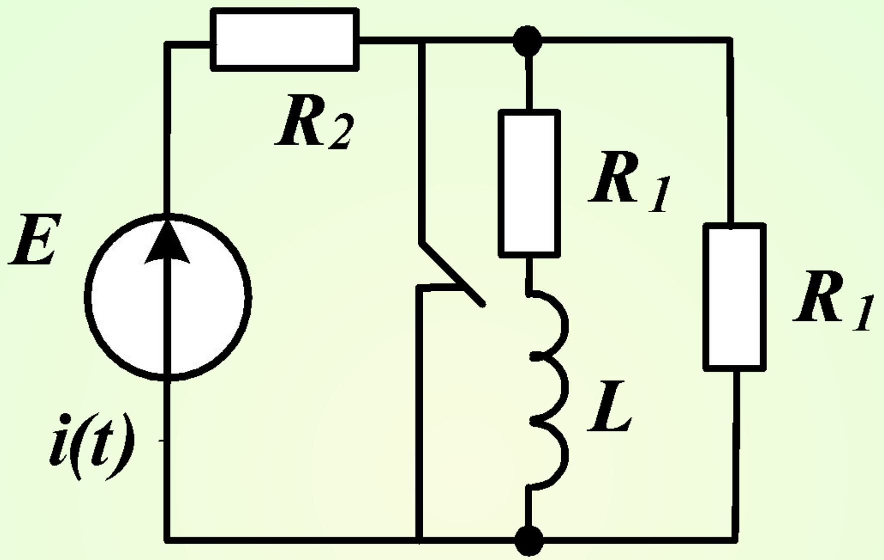
$$i(t) = i_{пр}(t) + Ae^{pt}$$

$$u(t) = u_{пр}(t) + Be^{pt}$$

Длительность переходного процесса равна:

$t_п = 5\,\boldsymbol{\tau}$

Пример:



Дано:

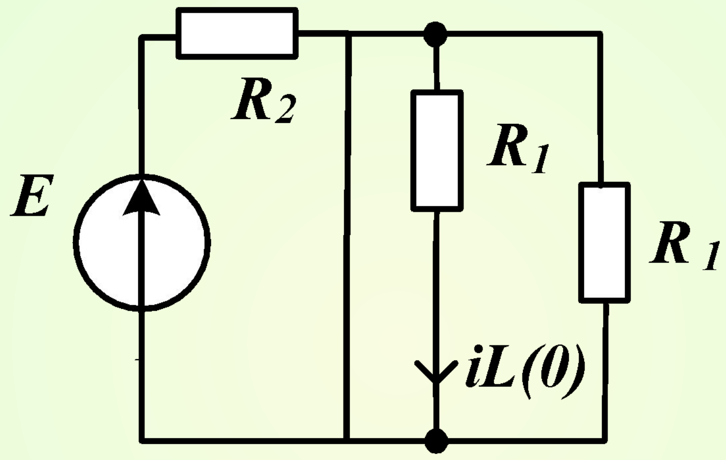
$$R_1 = 10\,\text{Ом};\, R_2 = 20\,\text{Ом};\, L = 0.2\,\text{Гн};\, E = 20\,\text{В}$$

Определить:

$i(t) - ?$

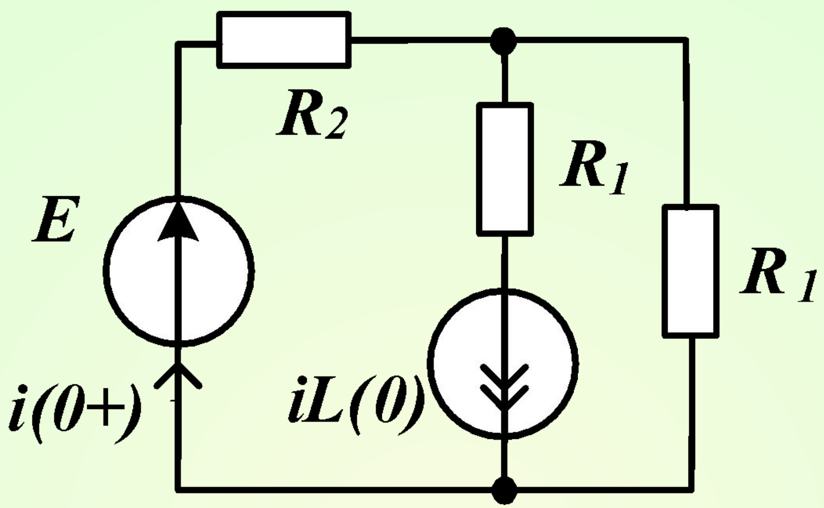
Ищем решение в виде:

$$i(t) = i_{\text{св}}(t) + i_{\text{пр}} = Ae^{pt} + i(\infty)$$



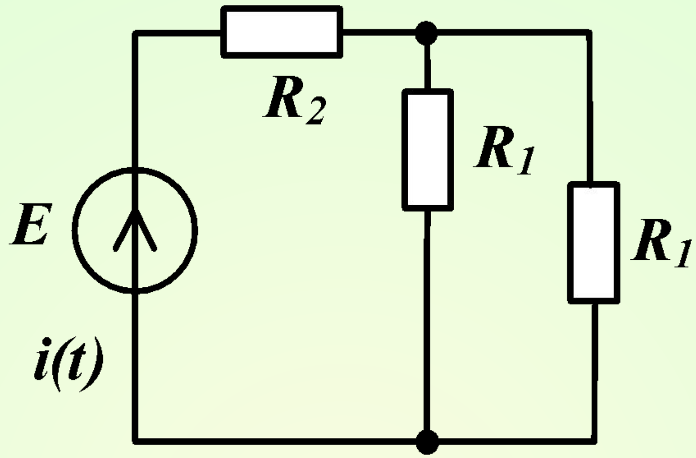
ННУ:

$$iL(0) = 0\,\text{A}$$



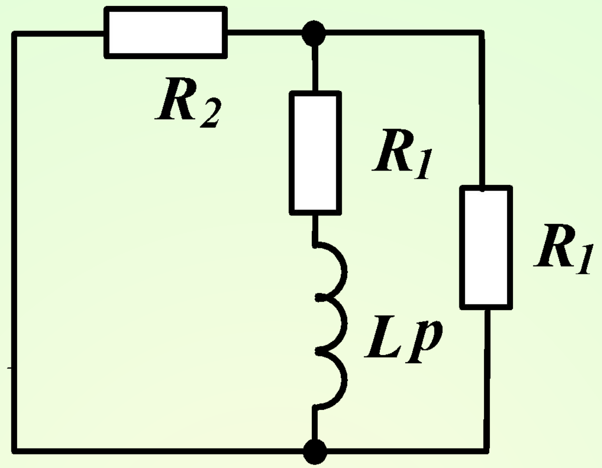
ЗНУ:

$$i(0+) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 0.667\,\text{A}$$



Принужденная составляющая:

$$i_{пр} = \frac{E}{R_2 + \frac{R_1}{2}} = 0.8\,\text{A}$$



Корень характеристического уравнения:

$$Z(p) = L \cdot p + R_1 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0;\ p = -83.3\ \text{с}^{-1}$$

Постоянная интегрирования:

$$A = i(0+) - i_{\text{пр}} = -0.133\,\text{A}$$

Окончательный ответ:

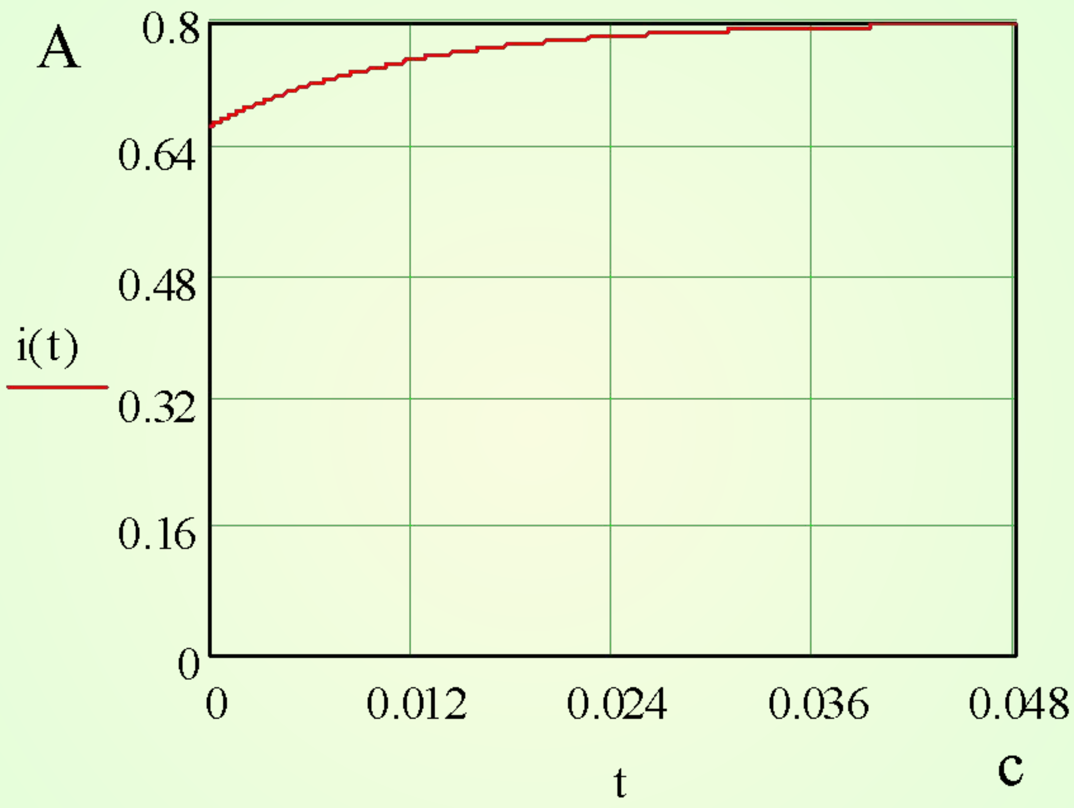
$$i(t) = -0.133 \cdot e^{(-83.3)\cdot t} + 0.8\,\text{A}$$

Постоянная времени:

$$\tau = \frac{1}{|p|} = 0.012\,\text{c}$$

Шаг:

$$t = 0, 0.01 \cdot \tau .. 4 \cdot \tau$$


A
0.8
0.64
0.48
i(t)
0.32
0.16
0
0
0.012
0.024
0.036
0.048
c
t

Операторный метод расчета переходных процессов

Линейные дифференциальные уравнения, характеризующие переходные процессы в линейных цепях могут быть решены при помощи интегральных преобразований Лапласа.

Теорема разложения

Если операторное изображение записано в виде

$$F(p) = \frac{D(p)}{B(p)} = \frac{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \ldots + d_m p^m}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \ldots + b_n p^n}$$

причем

- **m<n**
- корни **B(p)=0** различны
- корни **D(p)=0** и **B(p)=0** различны

Тогда оригинал определяется так:

$$f(t) = \sum_{к=1}^{n} \frac{D(p_к)}{B'(p_к)} \cdot e^{p_к t}$$

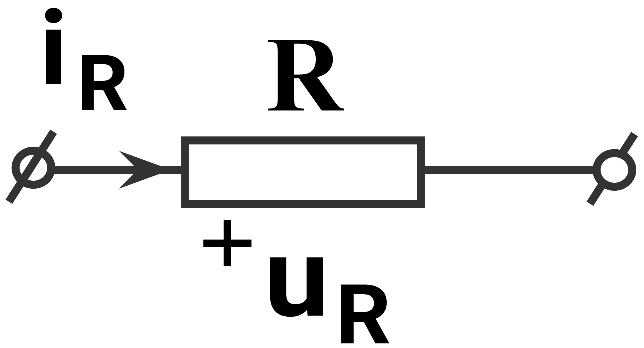
Где

- $p_к$ корни $B(p)=0$

- $B'(p_к) = \left.\dfrac{dB(p)}{dp}\right|_{p=p_к}$

Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме

1. Резистивный элемент

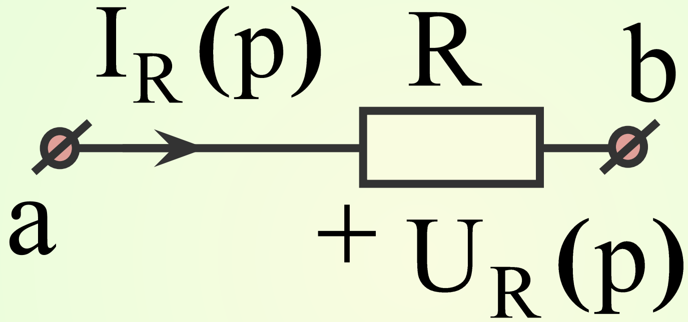
Элемент	
Закон Ома	$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$

Тогда

$$U_R(p) = R \cdot I_R(p)$$

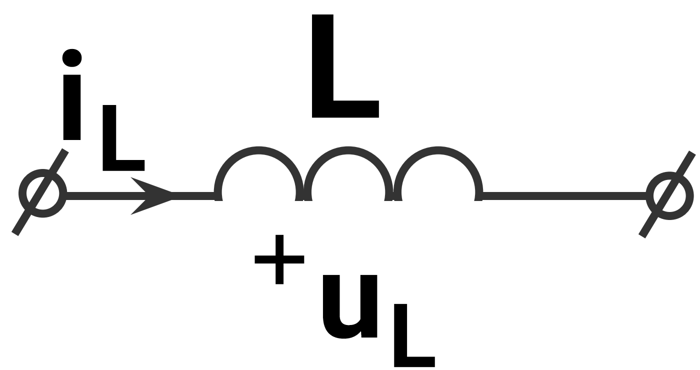
- закон Ома в операторной форме для резистивного элемента

Таким образом операторная схема замещения резистора:



$$U_R(p) = R\, I_R(p)$$

2. Индуктивный элемент



Элемент	(см. схему выше)
	$u_L(t) = L\dfrac{di_L}{dt} = L \cdot i_L'(t)$

Имеем

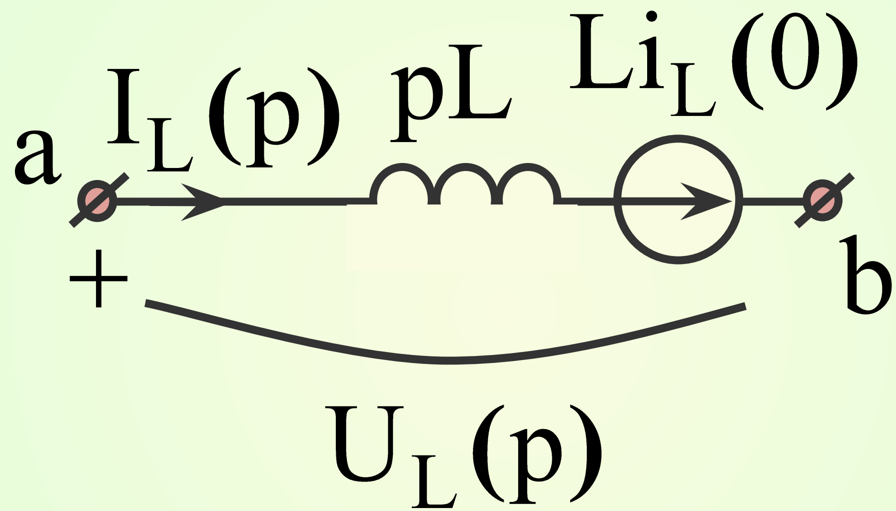
$$U_L(p) = L \cdot [p \cdot I_L(p) - i_L(0_+)]$$

или

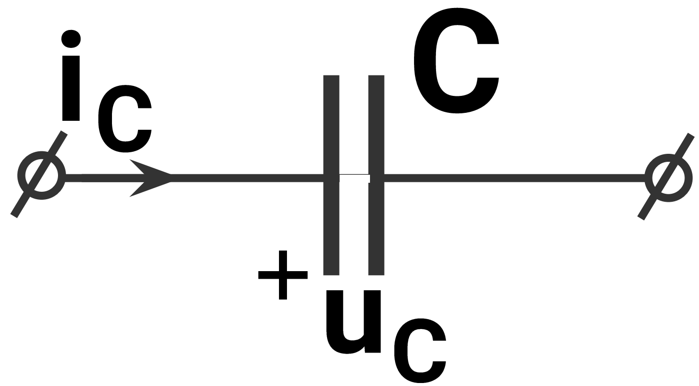
$$\boxed{U_L(p) = Z_L(p) \cdot I_L(p) - L \cdot i_L(0_+)}$$

Таким образом операторная

схема замещения индуктивности:



3. Емкостный элемент

Элемент	
	$u_C(t) = u_C(0_+) + \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)dt$

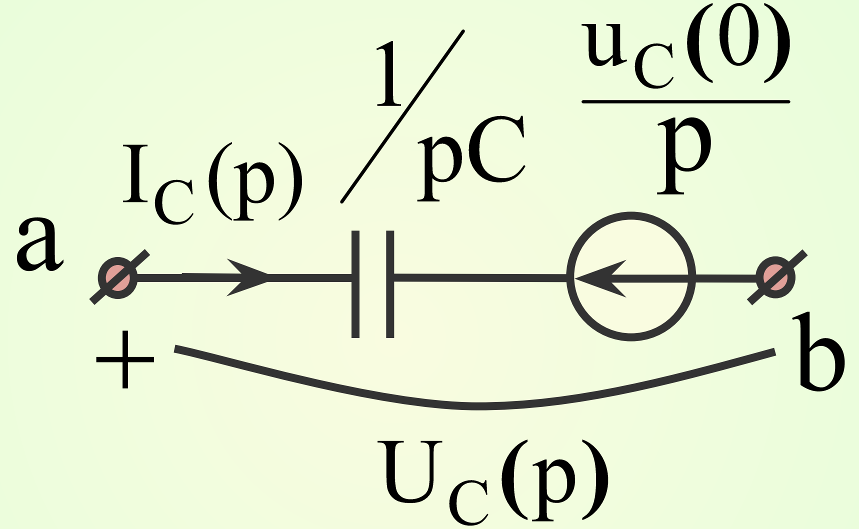
Имеем

$$U_C(p) = \frac{u_C(0_+)}{p} + \frac{I_C(p)}{pC}$$

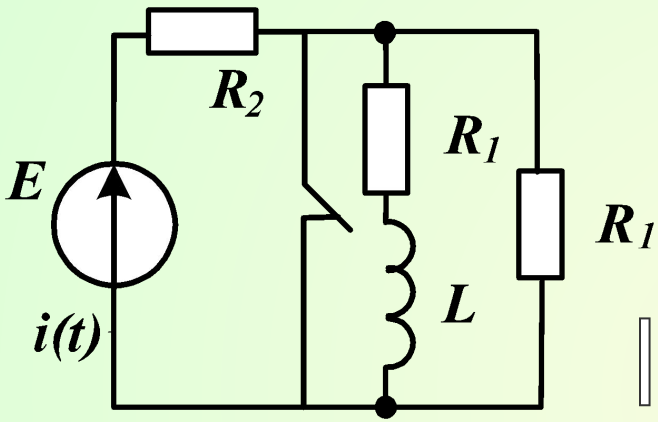
или

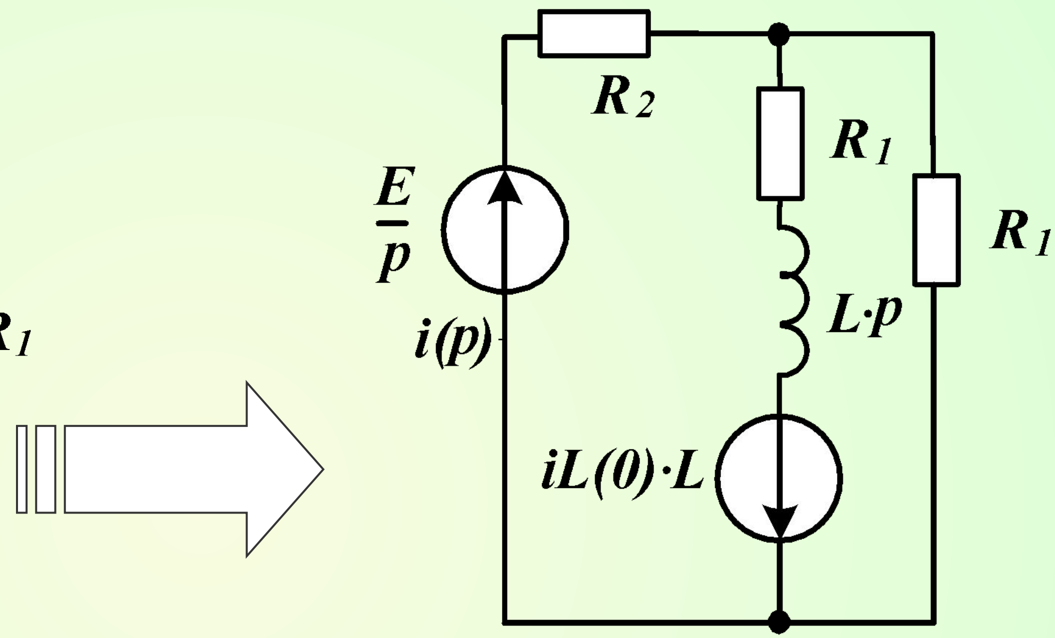
$$\boxed{U_C(p) = Z_C(p) \cdot I_C(p) + {}^{u_C(0_+)}\!/_{p}}$$

Таким образом операторная схема замещения емкости:



Пример:





Дано:

$$R_1 = 10\,\text{Ом};\, R_2 = 20\,\text{Ом};\, L = 0.2\,\text{Гн};\, E = 20\,\text{В}$$

Определить:

$i(t) - ?$

Операторное изображение тока:

$$I(p) = \frac{D(p)}{B(p)}$$

По 2 закону Кирхгофа:

$$i(p) = \frac{\dfrac{E}{p} + iL(0) \cdot L}{R_2 + \dfrac{(R_1 + L \cdot p) \cdot R_1}{L \cdot p + 2 \cdot R_1}} =$$

$$= \frac{E \cdot (2 \cdot R_1 + L \cdot p)}{R_1 \cdot L \cdot p^2 + R_2 \cdot L \cdot p^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p + R_1^2 \cdot p}$$

Оригинал тока:

$$i(t)=\frac{D(p_1)}{B'(p_1)}\cdot e^{p_1\cdot t}+\frac{D(p_2)}{B'(p_2)}\cdot e^{p_2\cdot t}$$

Где:

$$B'(p)=2\cdot L\cdot(R_1\cdot p+R_2\cdot p)+2\cdot R_1\cdot R_2+R_1^2$$

Окончательный результат:

$$i(t)=-0.133\cdot e^{(-83.3)\cdot t}+0.8\,\text{А}$$