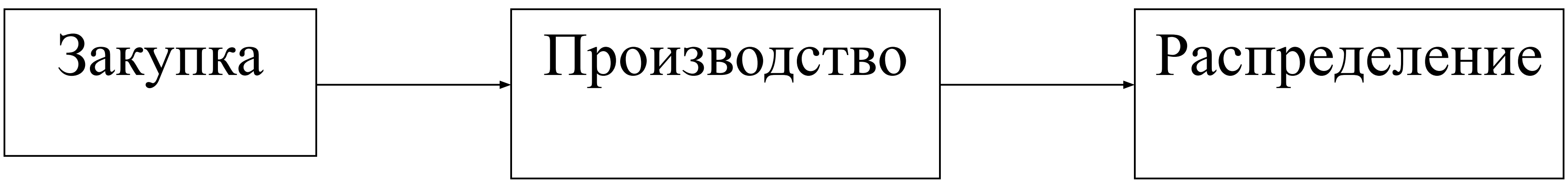
«Управление запасами»

Тесёлкина Елена Сергеевна

Преподаватель кафедры «Прикладной математики»

Концепция логистического подхода к управлению запасами

С позиций логистики процесс производства отдельного вида продукции можно упрощенно представить в виде следующей схемы:



Более подробное рассмотрение движения материальных и информационных потоков в рамках отдельного производства представлено на рисунке.

- Предметы труда как перед, так и после каждого этапа обработки сосредотачиваются в виде запасов.

- Таким образом запас – это форма существования МП.

- Запасы представляют собой **вторую** по значимости после обработки составляющую производственного процесса.

- Именно запасы сырья, материалов, комплектующих и готовой продукции непосредственно увязывают организацию с ее поставщиками и потребителями, формируя цепи логистической системы экономики в целом.

- Запасы относятся к типу объектов, требующих больших капиталовложений
- Следовательно, это один из факторов, определяющих политику предприятия и воздействующих на уровень логистического обслуживания в целом.

Исследование логистической системы управления запасами (ЛСУЗ) отвечает на следующие вопросы:

1. Какой уровень запасов необходимо иметь на любом предприятии для обеспечения требуемого уровня обслуживания потребителя?
2. В чем состоит компромисс между уровнем обслуживания потребителя и уровнем запасов в логистической системе?
3. Какие объемы запасов должны быть созданы на каждой стадии логистического и производственного процессов?

4. Каковы общие уровни запасов на данном предприятии связаны со специфическим уровнем обслуживания?
5. Каково значение компромисса между выбранным способом транспортировки и запасами?
6. Как меняются затраты на содержание запасов в зависимости от числа складов?

Сущность концепции УЗ

- Суть концепции управления запасами во взаимосвязи ЛСУЗ с производством.
- Практическая реализация концепции логистики связана с оптимизацией совокупных запасов на фирме.

Критерий оптимальности

- Критерием оптимизации запасов как правило являются суммарные издержки на пополнение запасов, оформление договоров о поставках, содержание запасов, на потери от дефицита и т.д.

Виды запасов

- <u>Запасы</u> сырья, материалов, комплектующих и готовой продукции представляют собой материальные ценности, ожидающие производственного или личного потребления.

- <u>Критериями классификации</u> запасов могут быть два параметра движения МП – пространство (местонахождение) и время, а также функция запаса.

- Классификация во времени позволяет выделять различные количественные уровни запасов (рисунок А).

- Классификация запасов по остальным критериям приведена на рисунке Б.

Системы управления запасами и условия их применимости

- Реализация логистической системы управления запасами достигается решением следующих задач:
- определение характера спроса (статический или динамический, вероятностный – детерминированный);
- учет текущего уровня запасов;
- определение размеров гарантийного запаса;
- расчет размера запаса;
- определение интервала времени между поставками.

Способы решения поставленных задач определяются в зависимости от характера спроса и принятой системы управления запасами (СУЗ).

Основными СУЗ являются следующие :

1. СУЗ с фиксированным размером заказа.
2. СУЗ с фиксированным интервалом времени между запасами.
3. СУЗ с установленной периодичностью пополнения запасов и меняющимся размером заказа.

Условие применимости:

Применение основных СУЗ возможно только когда отклонения от запланированных показателей отсутствуют, и запасы потребляются равномерно.

В более сложных случаях управление запасами используются другие СУЗ, элементами которых являются основные СУЗ.

Модели управления запасами (МУЗ)

- Для решения задач УЗ используются различные математические модели и методы их решения.
- Вид используемых моделей определяется характером спроса и ЛСУЗ.
- Для решения моделей управления запасами используют линейное, нелинейное, динамическое, стохастическое программирование и другие методы оптимизации.

Обобщенная модель управления запасами

Природа задачи УЗ определяется неоднократным размещением и получением заказов заданных объемов продукции в определенные моменты времени.

С этой точки зрения стратегия управления запасами должна отвечать на следующие два вопроса:

- Какое количество хранимого запаса следует заказать?
- Когда заказывать?

- Ответ на первый вопрос определяет экономичный размер заказа путем минимизации следующей функции затрат, в которую входят:

$$\left\{\begin{matrix}\text{Суммарные затраты}\\ \text{системы управления}\\ \text{запасами}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{Затраты на}\\ \text{приобретение}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{Затраты на}\\ \text{оформление}\\ \text{заказа}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{Затраты на}\\ \text{хранение}\\ \text{заказа}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\text{Потери от}\\ \text{дефицита}\\ \text{запаса}\end{matrix}\right\}$$

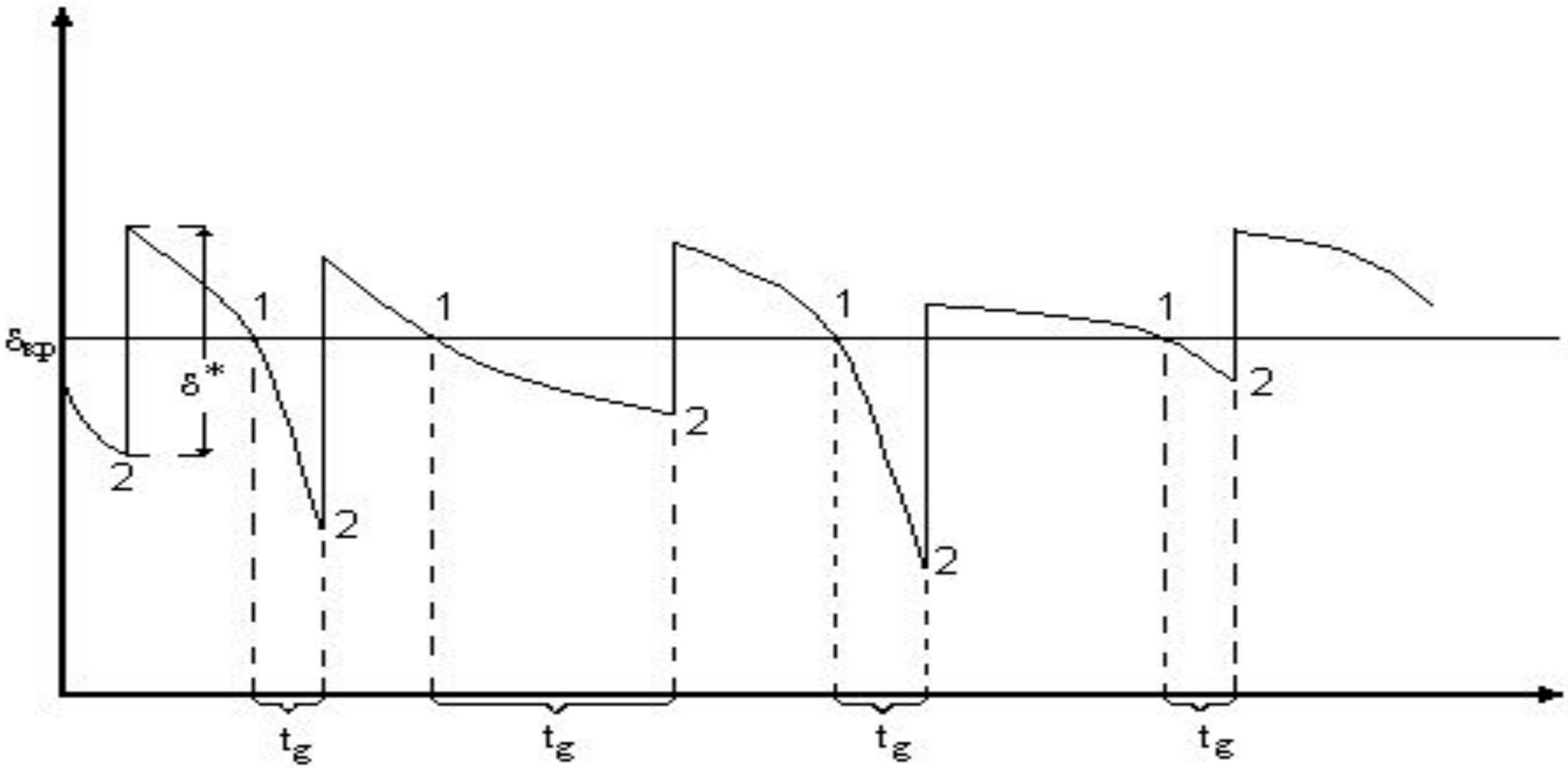
- Все эти стоимости должны быть выражены как функции искомого объема заказа и интервала времени между заказами.

- Ответ на второй вопрос “Когда заказывать?” зависит от типа системы управления запасами, с которой мы имеем дело.

Модели управления запасами классифицируются как статические и динамические:

- В статических моделях рассматриваются ситуации, когда объем спроса на хранимую продукцию (запас) является постоянным во времени.
- В динамических моделях объем спроса является функцией времени.

Изменение уровня запаса δ (t) во времени при переменном спросе и фиксированном уровне заказа d *



- $d_{кр}$ – уровень запасов, соответствующий точке заказа;
- 1 – точка заказа;
- 2 – точка получения заказа;
- t_g – время доставки.

- $d_{кр}$ – уровень запасов, соответствующий точке заказа;
- 1 – точка заказа;
- 2 – точка получения заказа;
- t_g – время доставки.

Однопродуктовая статическая модель управления запасами

Эта модель характеризуется

- постоянным во времени спросом (d),
- мгновенным пополнением запаса (δ) и
- отсутствием дефицита.

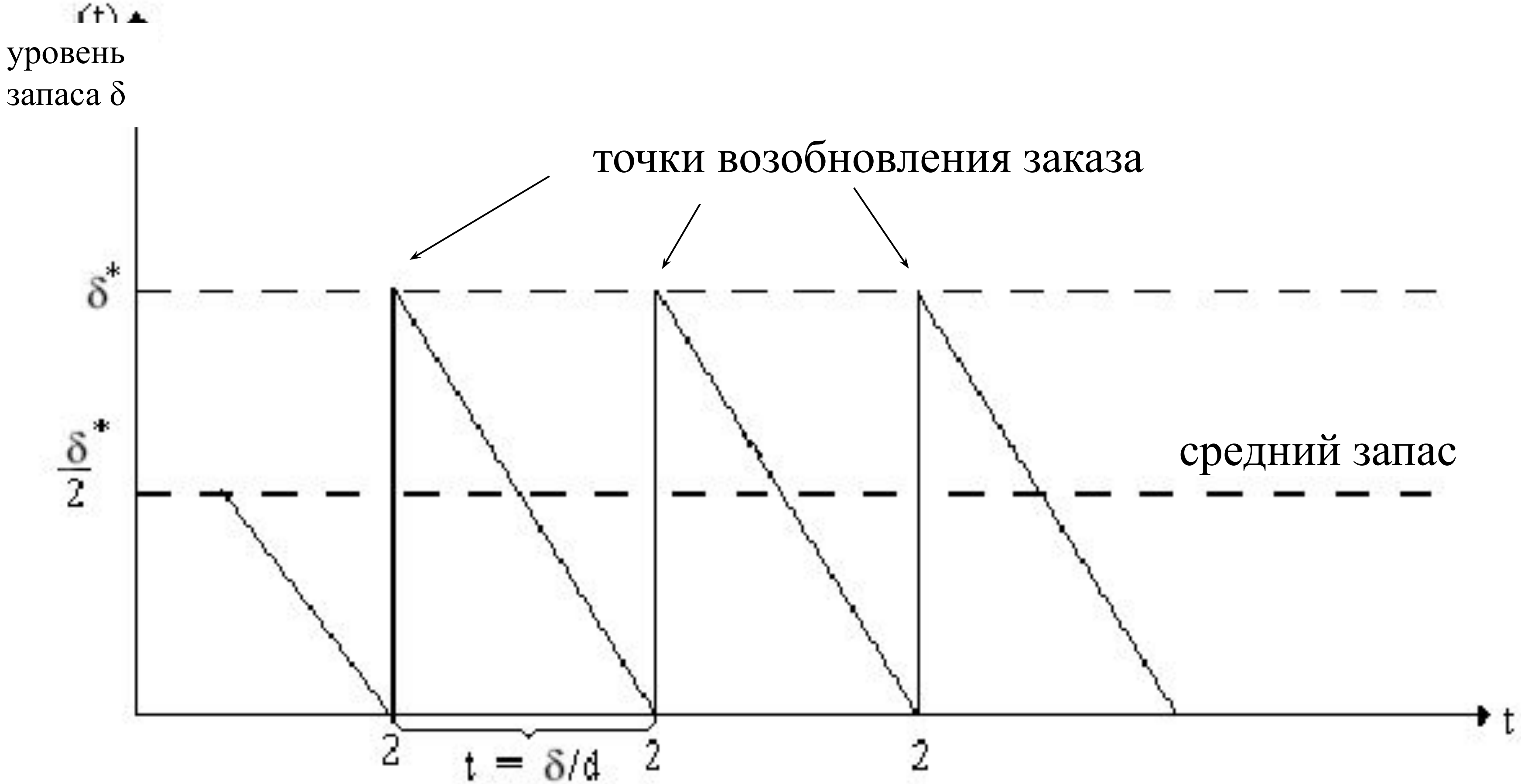
Введем обозначения:

- δ - объем заказа (количество единиц продукции);
- d - интенсивность спроса (единица продукции / единицу времени);
- t_0 - продолжительность цикла заказа или время расходования запаса (измеряется во временных единицах);

Продолжительность цикла заказа равна $t_0 = \dfrac{\delta}{d}$ единиц времени.

Средний уровень запаса = $\dfrac{\delta}{2}$ единиц.

Изменение уровня запаса при постоянной интенсивности спроса d



Для построения функции затрат требуется два стоимостных параметра:

- К – затраты на оформление, связанные с размещением заказа;
- *h* – затраты на хранение (затраты на единицу складируемой продукции в единицу времени).

Тогда затраты на пополнение запаса в единицах времени:

$$\psi(\delta) = \frac{K}{t_0} = \frac{K \cdot d}{\delta}$$

Затраты на хранение в единицах времени:

$$\varphi(\delta) = h \cdot \frac{\delta}{2}$$

Суммарные затраты в единицу времени *TCU* ("Total Cost per Unit time") можно представить как функцию от *δ.*

Окончательно однопродуктовая статитическая модель управления запасами будет иметь вид:

$$F(\delta) = \psi(\delta) + \varphi(\delta) = \frac{K \cdot d}{\delta} + h \cdot \frac{\delta}{2} \to \min \quad (\delta > 0)$$

Оптимальное значение объема заказа *δ** определяется путем минимизации по *δ* функции F*(δ).*

Решение

- Решение описанной выше математической модели можно реализовать с помощью надстройки «Поиск решения» в Excel.
- Кроме того задача может быть решена с помощью формул выведенных далее.
- Выбирайте любой удобный для вас способ.

- Предполагая, что δ является непрерывной переменной, получаем необходимое условие минимума (в виде уравнения), из которого можно найти оптимальное значение δ:

$$F'(\delta) = -\frac{K \cdot d}{\delta^2} + \frac{h}{2} = 0$$

$$F''(\delta) = \frac{2K \cdot d}{\delta^3} \rangle 0$$

- Так как *TCU(y)* – выпуклая, то данное условие является и достаточным.

Отсюда оптимальное значение размера запаса определяется выражением, называемым формулой Уилсона:

$$\delta^* = \sqrt{\frac{2K \cdot d}{h}}$$

Оптимальные затраты равны

$$F\left(\delta^*\right) = \sqrt{2K \cdot d \cdot h}$$

Оптимальная стратегия управления запасами для рассмотренной модели формулируется следующим образом:

- заказывать $\delta^* = \sqrt{\dfrac{2kd}{h}}$ единиц продукции
- через каждые $t_0^* = \dfrac{\delta^*}{d}$ единиц времени.

Пример 1.

- Еженедельный спрос на товар составляет 100 ед. Затраты на размещение (исполнение) заказа составляют 1000 руб. Еженедельные затраты на хранение единицы товара составляют 5 копеек. Определить оптимальный размер заказа и цену заказа при сроке выполнения заказа 15 недель.

Решение с помощью формул

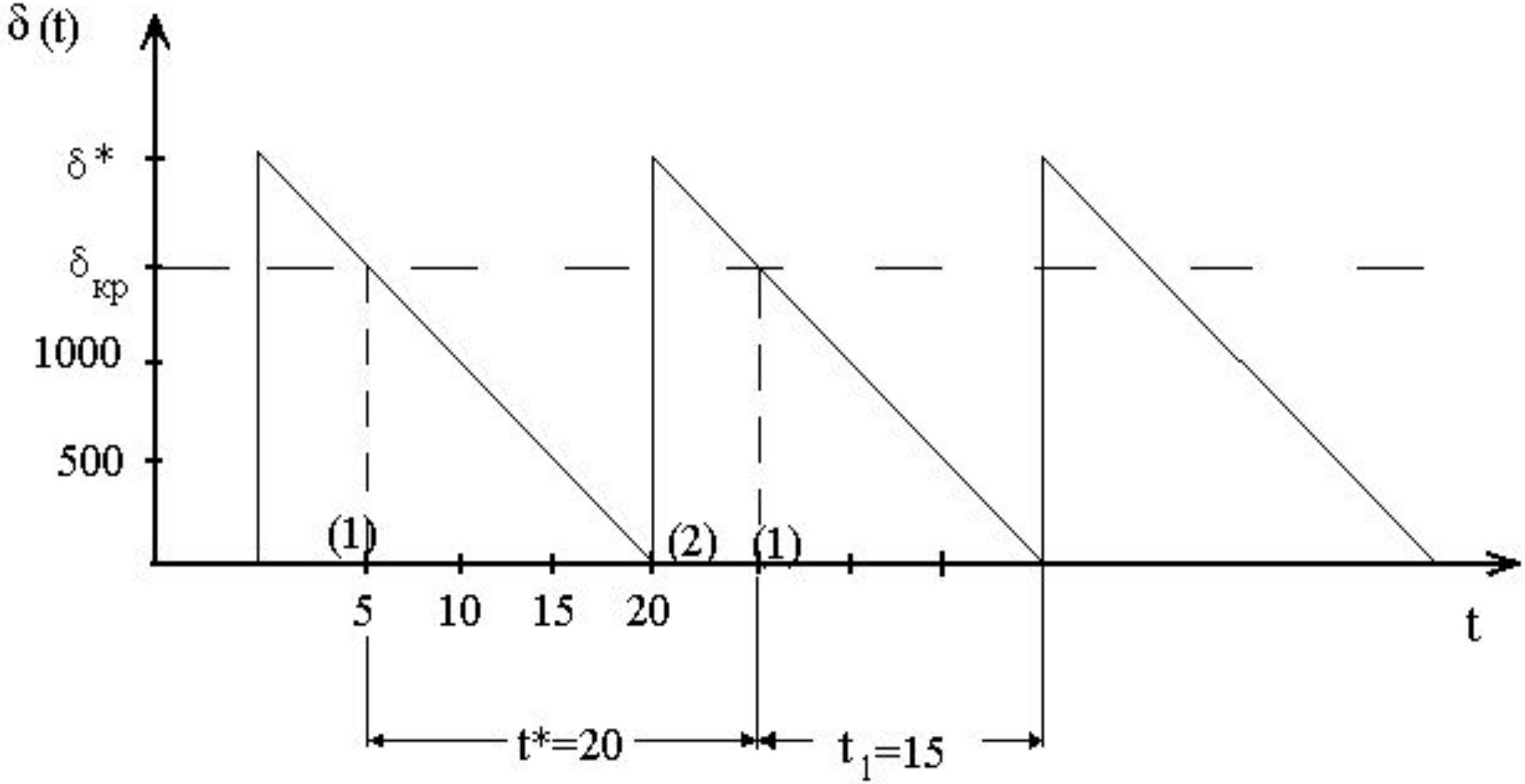
$$\delta^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 100}{0,05}} = \sqrt{4 \cdot 1000} = 2000 \text{ ед.}$$

$$\mathrm{F}(\delta^*) = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot 100 \cdot 0,05} = 100 \text{ рублей в неделю}$$

$$\mathrm{t}^* = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000}{0,05 \cdot 100}} = 20 \text{ недель}$$

- В действительности пополнение запаса не может произойти мгновенно в момент размещения заказа. Для большинства реальных ситуаций существует положительный срок выполнения заказа t_1 *(временное запаздывание)* от момента его размещения до реальной поставки.
- В этом случае точка возобновления заказа имеет место, когда уровень запаса опускается до $\delta_{кр} = t_1 * d$ единиц.

- Пусть t_1=15 нед.



- (1) – точка заказа, (2) – точка получения заказа;
- δ *=2000 ед.; $\delta_{кр}$=1500 ед.; t*=20 нед.

Если $t_1 > t^*$, то определяем эффективный срок t_e выполнения заказа в виде

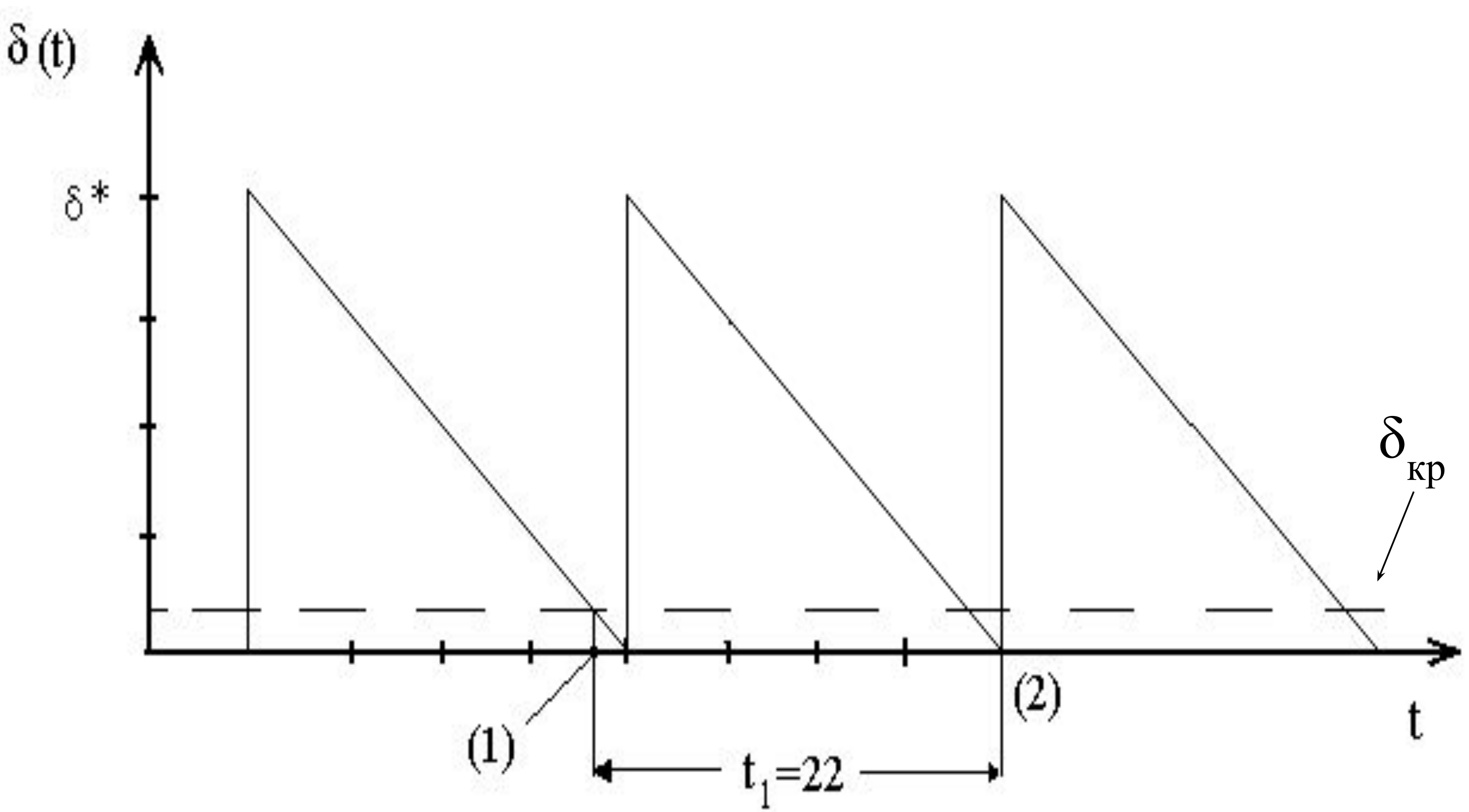
$$t_e = t_1 - nt^*,$$

где *n* – наибольшее целое, не превышающее t_1 / t^*.

Такое решение оправдывается тем, что после *n* циклов длиной t^* ситуация управления запасами становится такой же, как если бы интервал между размещением одного заказа и получение другого был равен t_e. Следовательно, точка возобновления заказа имеет место при уровне запаса $t_e \cdot d$ единиц продукции, и стратегия управления запасами может быть переформулирована следующим образом: заказывать δ^* единиц продукции, как только уровень запаса опускается до $t_e \cdot d$ единиц.

- Пусть t_1 = 22 недели, тогда возобновление заказа происходит когда уровень запаса достигнет $\delta^* = 2 * 100 = 200$ ед.

- Это возможно при стабилизации работы системы управления запасами. В этом случае в любой момент времени имеется более одного еще не выполненного заказа.


δ (t)
δ*
δкр
(1)
(2)
t
t1=22

Однопродуктовая статическая модель с «разрывами» цен

Предположим, что продукция может быть приобретена со скидкой, если объем заказа *δ* превышает некоторый фиксированный уровень *q*.

Таким образом, стоимость единицы продукции *c* определяется как

$$c = \begin{cases} c_1, \textit{если } \delta \le q \\ c_2, \textit{если } \delta > q \end{cases} \quad ; \quad c_1 > c_2$$

- Следовательно, затраты на приобретение продукции в единицу времени равны:

$$
\begin{cases}
\dfrac{c_1\delta}{t_0} = \dfrac{c_1\delta}{\delta/d} = d\,c_1, & \delta \le q \\[2ex]
\dfrac{c_2\delta}{t_0} = \dfrac{c_2\delta}{{}^{\delta}\!\big/_{d}} = d\,c_2, & \delta > q
\end{cases}
$$

- Учтем затраты на приобретение продукции и задача управления запасами будет иметь вид:

$$F(\delta)=\begin{cases} F_1(\delta)=dC_1+\dfrac{Kd}{\delta}+\dfrac{h}{2}\delta; & \delta<q, \\ F_2(\delta)=dC_2+\dfrac{Kd}{\delta}+\dfrac{h}{2}\delta; & \delta\geq q; \end{cases}$$

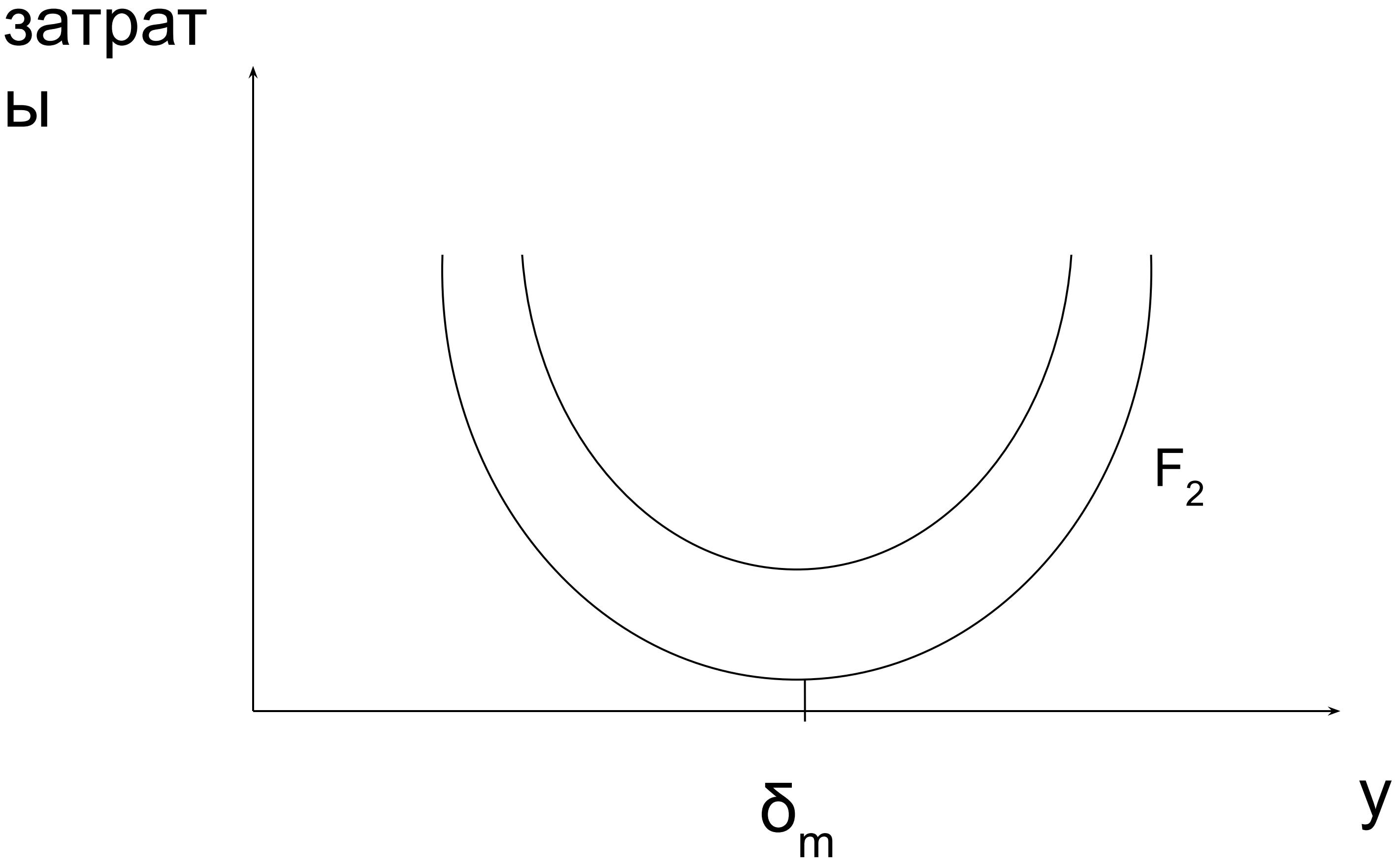
$$F(\delta)\rightarrow min \ (\delta>0)$$

Решение

- Решение описанной выше математической модели можно реализовать с помощью надстройки «Поиск решения» в Excel.
- Кроме того задача может быть решена с помощью формул выведенных далее.
- Выбирайте любой удобный для вас способ.

- Так как функции F1(d) и F2(d) отличаются на постоянную величину, не зависящую от δ, то они достигают минимального значения в одной и той же точке, определяемой формулой:

$$\delta_{\min} = \sqrt{\frac{2Kd}{h}}$$



затраты
F2
δm
y

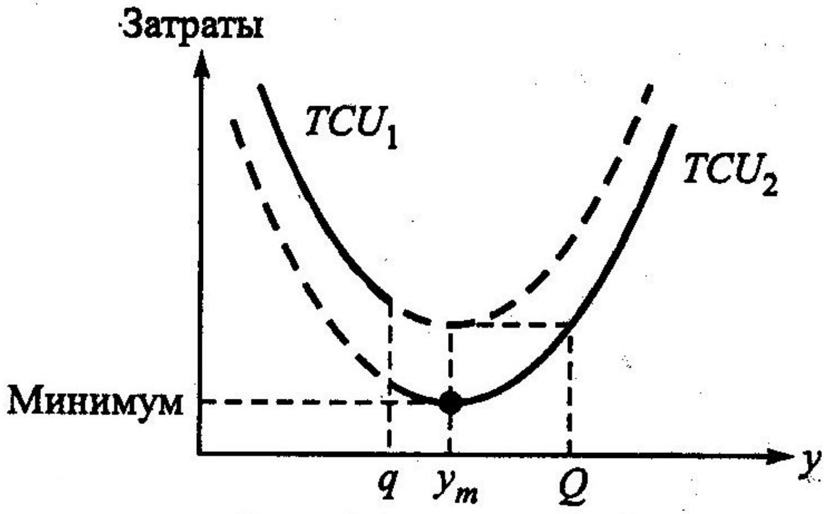
- График функции затрат $F(y)$, если идти от минимальных значений аргументов, совпадает с графиком функции $F_1(y)$ до точки $\delta = q$, в которой меняется цена продукции, а затем совпадает с графиком функции $F_2(y)$.

- Решение задачи (δ *) будет зависеть от соотношения значений q, δ_{min} и q_1,
где q_1 – решение уравнения

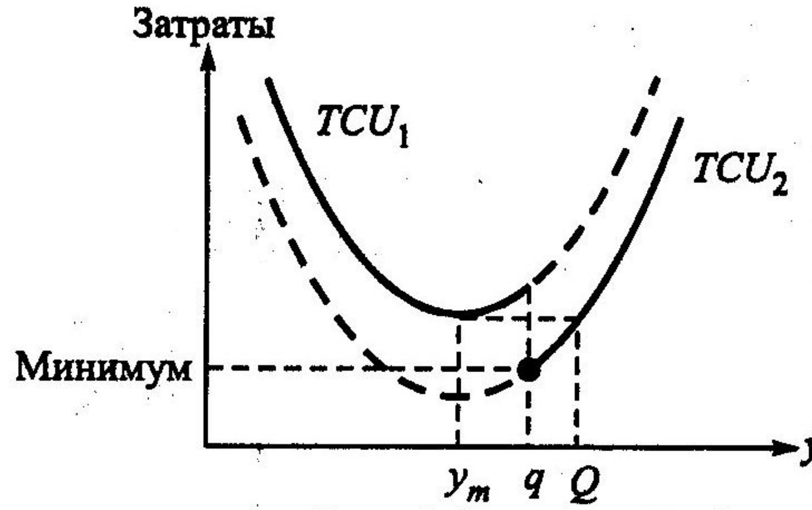
$$F_1(\delta_{min}) = F_2(q_1); \; q_1 > \delta_{min}$$

и определяется следующим образом:

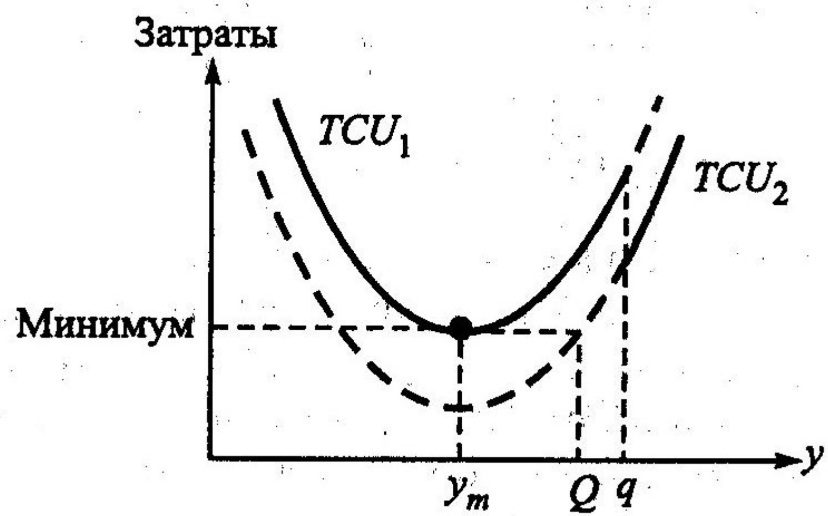
$$\delta^* = \begin{cases} \delta_{\min}, & \text{если } 0 \le q < \delta_{\min}, \\ q, & \text{если } \delta_{\min} \le q < q_1, \\ \delta_{\min}, & \text{если } q \ge q_1 \end{cases}$$



Случай 1: q в зоне I, $y^* = y_m$



Случай 2: q в зоне II, $y^* = q$



Случай 3: q в зоне III, $y^* = y_m$

Пример

Автомобильная мастерская специализируется на быстрой замене масла в автомобилях. Мастерская покупает автомобильное масло в большом количестве по 3$ за галлон. Цена может быть снижена до 2.50$ за галлон при условии, что мастерская покупает более 1000 галлонов. За день в мастерской обслуживается около 150 автомобилей, и на каждый из них для замены требуется 1.25 галлона масла. Мастерская хранит на складе большие объемы масла, что обходиться в 0.02 доллара в день за один галлон. Стоимость размещения заказа на большой объем масла равна 20 долларам. Срок выполнения заказа равен 2 дня. Требуется определить оптимальную стратегию управления запасами.

Многопродуктовая статическая модель управления запасами с ограничениями на емкость склада

См. методичку.