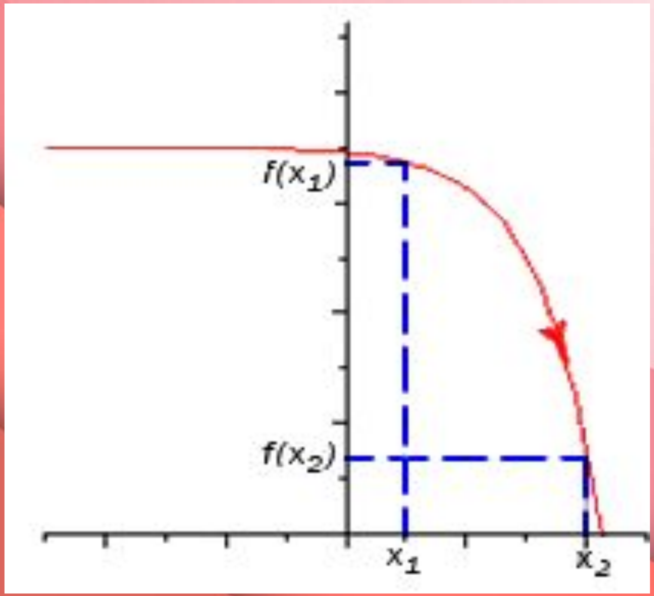
«АСТРАХАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)
КОЛЛЕДЖ СТРОИТЕЛЬСТВА И ЭКОНОМИКИ АГАСУ

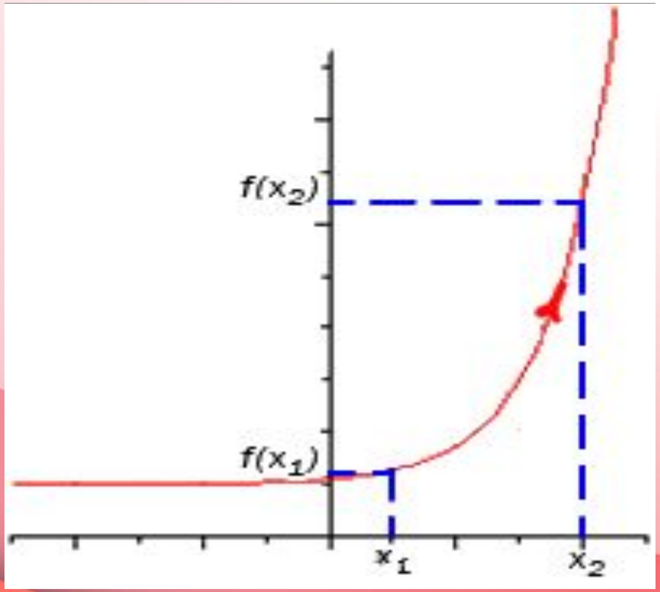
«Применение производной к исследованию и построению графиков функций»

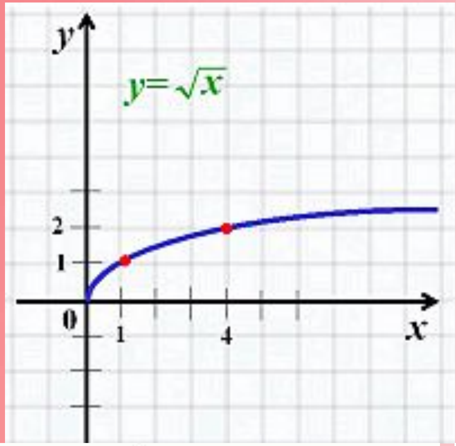
Автор: Шолыхов А.Е

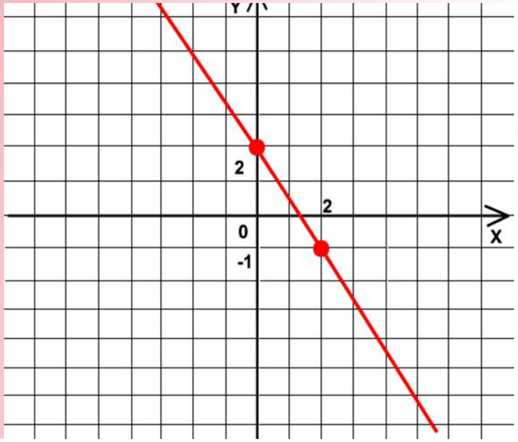
- Одной из основных задач, возникающих при исследовании функции, является нахождение **промежутков монотонности функции** (**промежутков возрастания и убывания**). Такой анализ легко сделать с помощью производной.

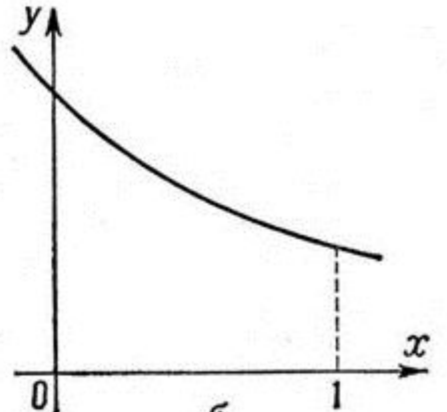
- Функция y=f(x) называется **возрастающей** в некотором интервале, если в точках этого интервала большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и **убывающей**, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.



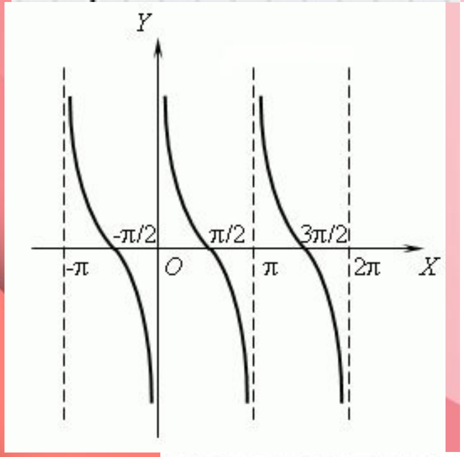


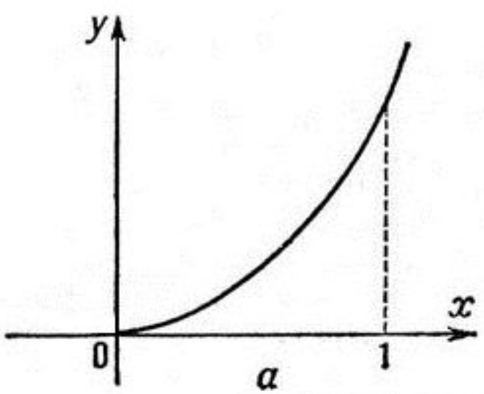

y
$y=\sqrt{x}$
2
1
0
1
4
x


Y
2
2
0
-1
X

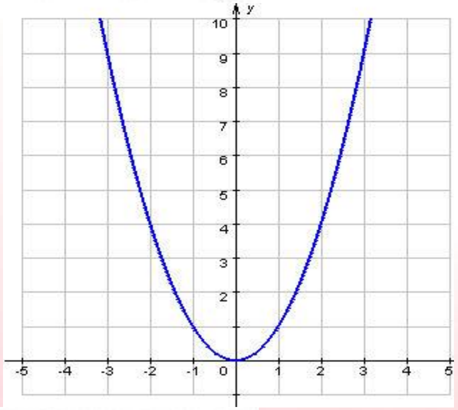

y
x
0
1

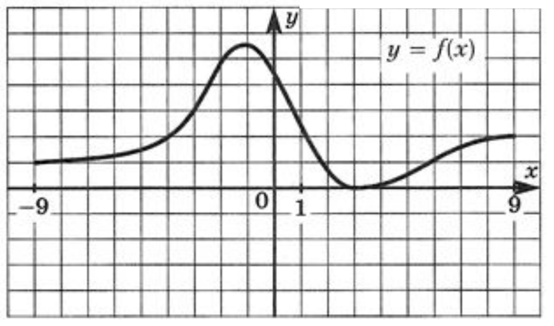
б

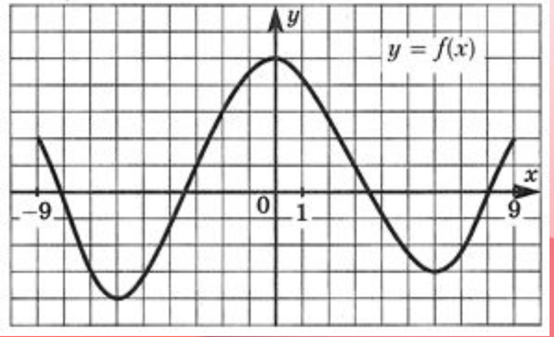

Y
-π/2
π/2
3π/2
-π
O
π
2π
X


y
x
0
1

а

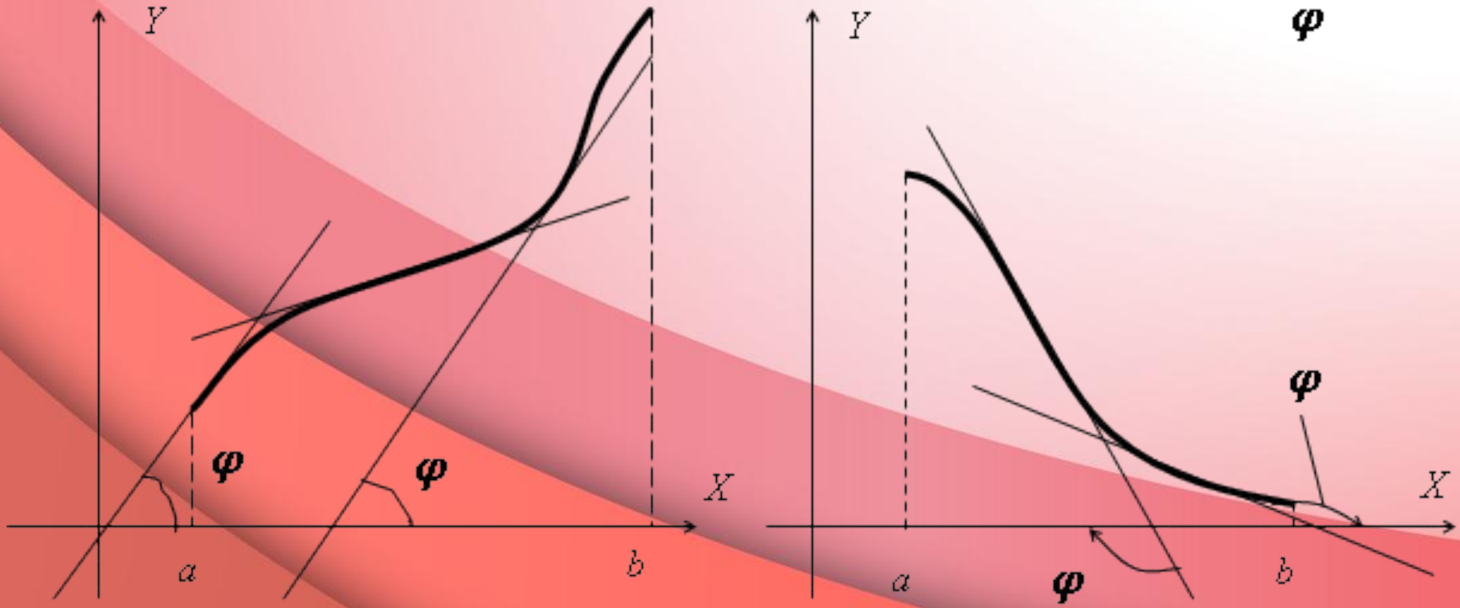

y
10
9
8
7
6
5
4
3
2
-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5


y
$y = f(x)$
x
−9
0
1
9


y
$y = f(x)$
x
−9
0
1
9

Теорема 1.

- Если дифференцируемая функция y=f(x) **возрастает (убывает)** в данном интервале, то производная этой функции ***не отрицательна (не положительна)*** в этом интервале.



Теорема 2.

- Если производная функции y=f(x) ***положительна (отрицательна)*** на некотором интервале, то функция в этом интервале ***монотонно возрастает (монотонно убывает)***.

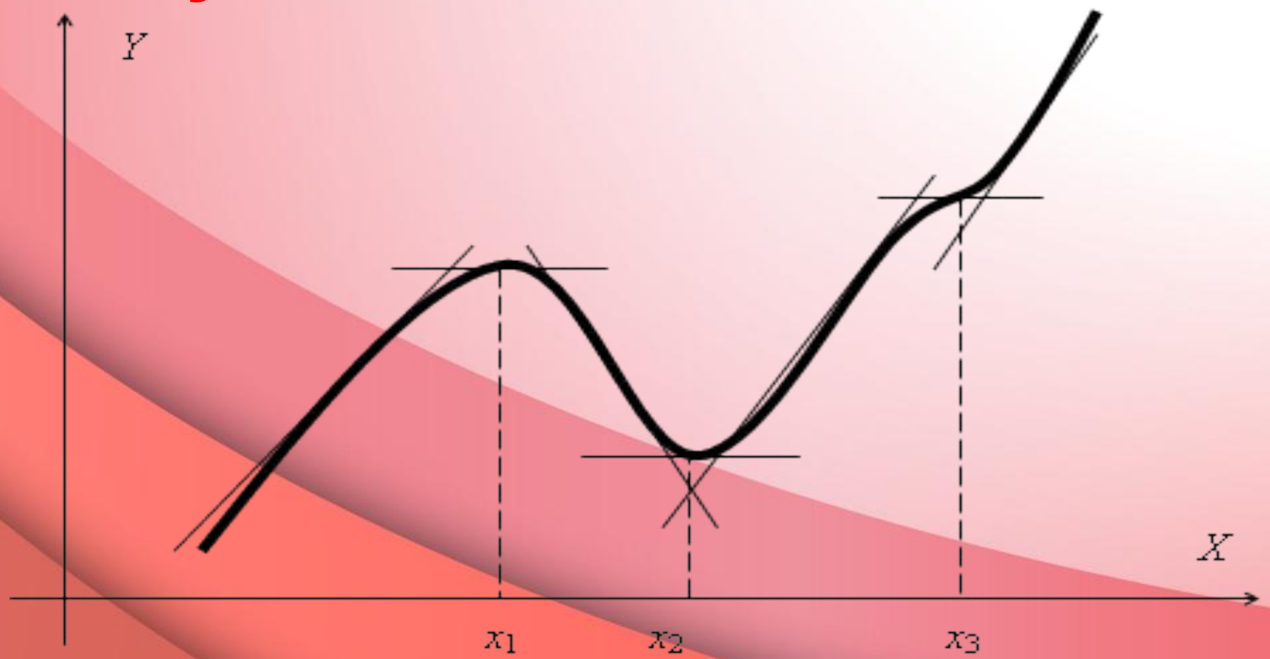
Правило нахождения интервалов монотонности

1. Находим область определения функции f(x).
2. Вычисляем производную f'(x) данной функции.
3. Находим точки, в которых f'(x)=0 или не существует. Эти точки называются **критическими** для функции f(x).
4. Делим область определения функции этими точками на интервалы. Они являются **интервалами монотонности**.
5. Исследуем знак f'(x) на каждом интервале. Если **f'(x)›0**, то на этом интервале **f(x) возрастает**; если **f'(x)‹0**, то на таком интервале функция **f(x) убывает**.

- Точку $x=x_0$ называют **точкой минимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.
- Точку $x=x_0$ называют **точкой максимума** функции $y=f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Теорема 3.

- Если функция $y=f(x)$ имеет экстремум в точке $x=x_0$, то в этой точке **производная** функции или **равна нулю**, или **не существует**.



Теорема 4.

- Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 **меняет знак**, то точка x_0 **является точкой экстремума** функции $f(x)$.

Если производная меняет знак с + на –, то точка будет являться точкой максимума, если с – на +, то точка будет точкой ми