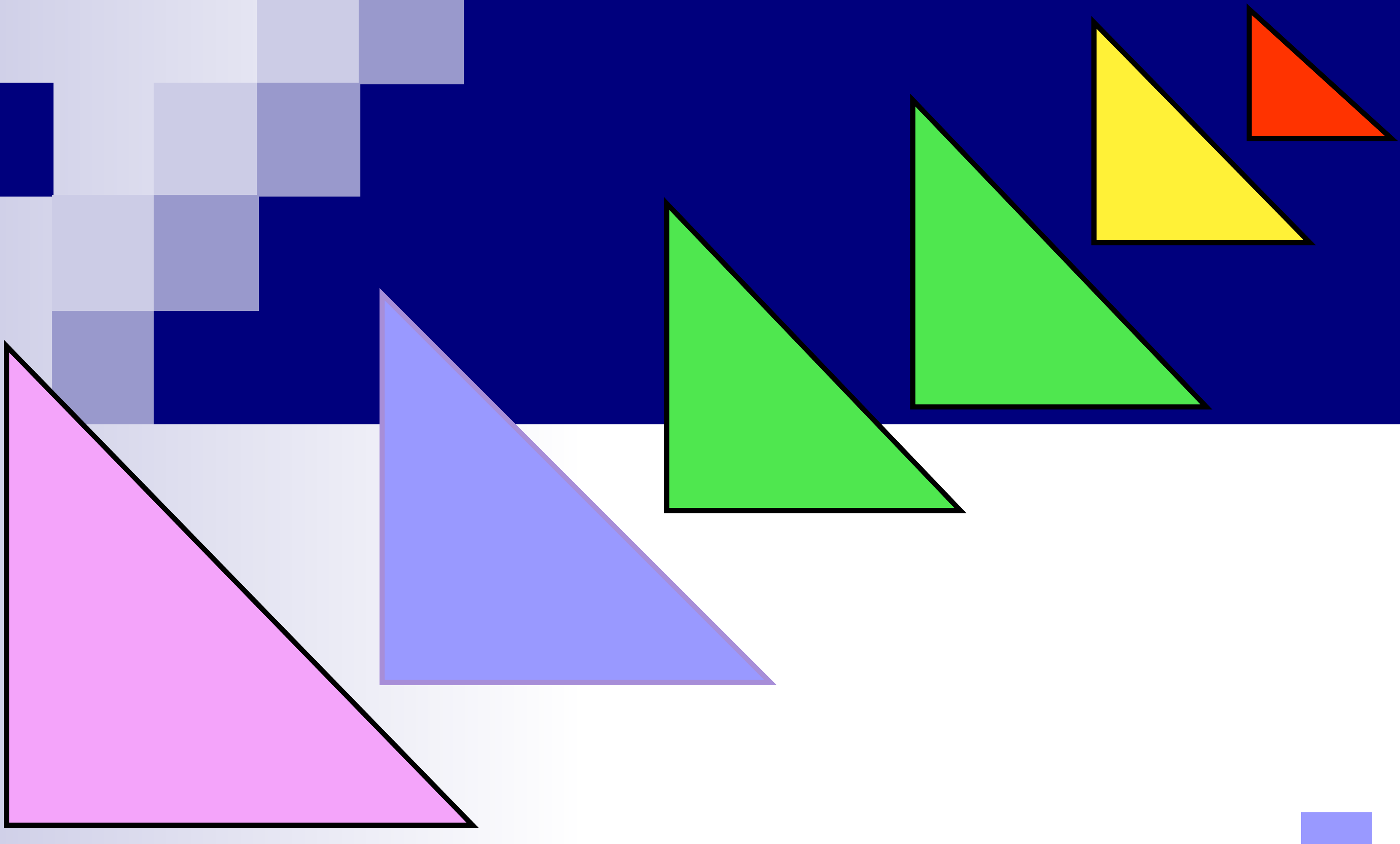
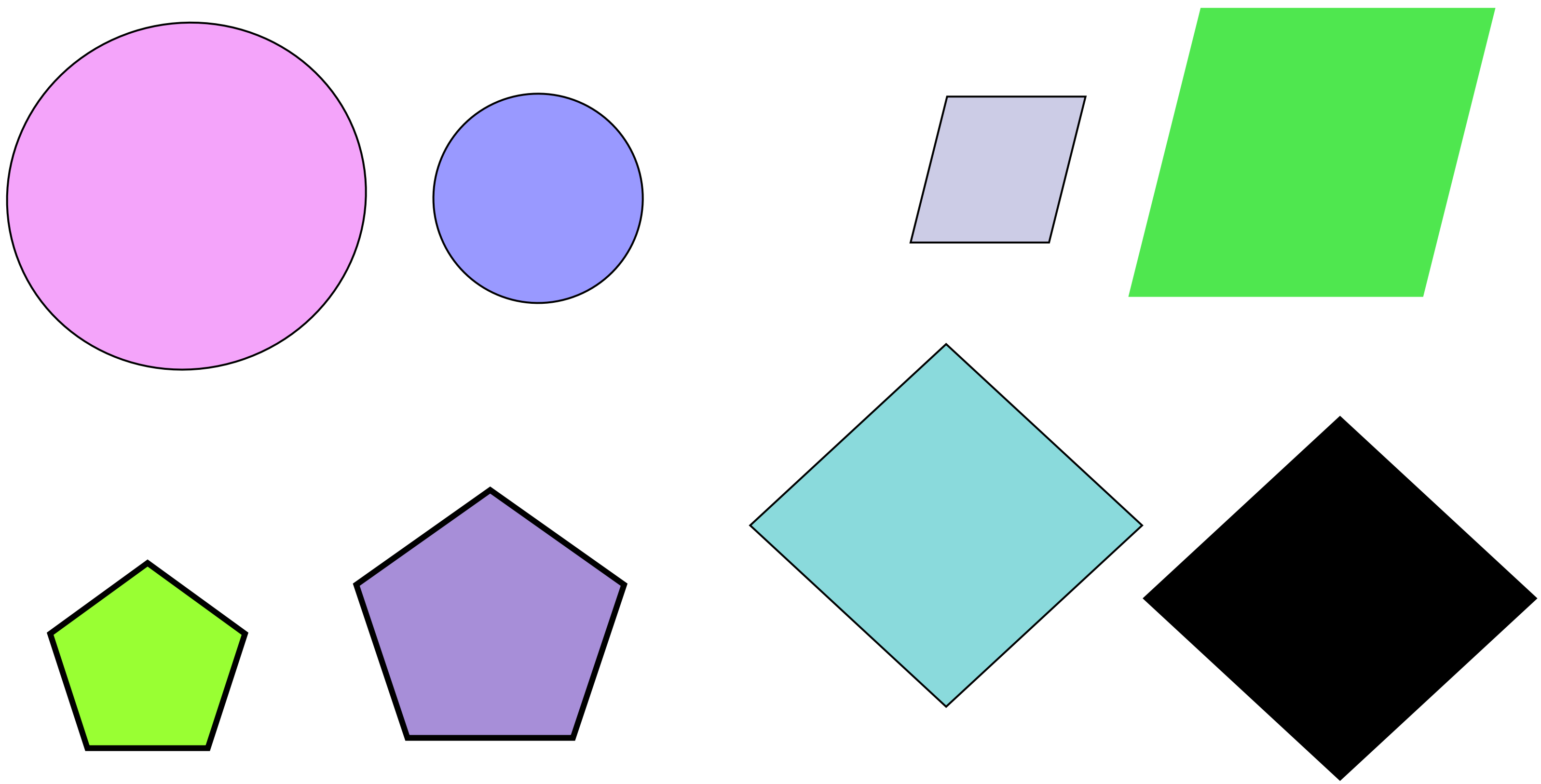
# Подобные треугольники

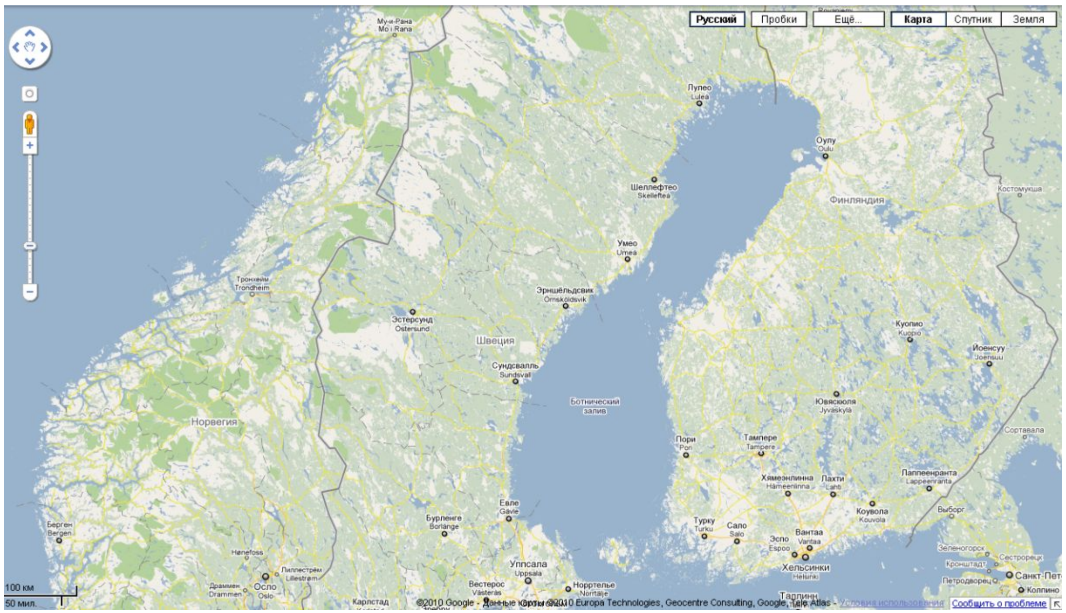


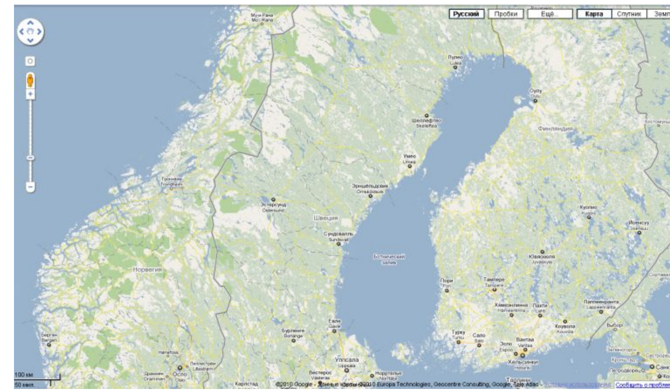
# Подобные фигуры

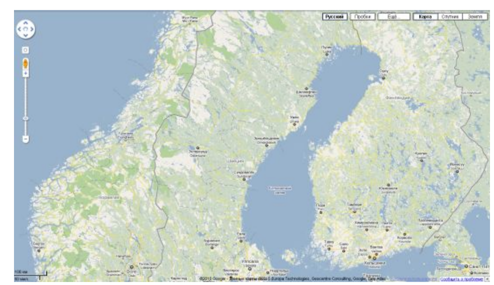


Фигуры принято называть подобными, если они имеют одинаковую форму (похожи по виду).

# Подобие в жизни(карты местности)

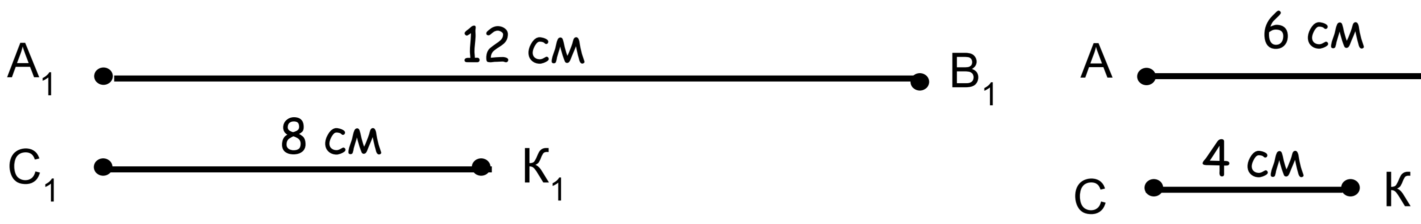




# Пропорциональные отрезки

**Определение:** **отрезки называются пропорциональными, если пропорциональны их длины.**




$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4} \qquad \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{C_1K_1}{CK}$$

Говорят, что отрезки $A_1B_1$ и $C_1K_1$ пропорциональны отрезкам $AB$ и $CK$.

Пропорциональны ли отрезки AB и CK отрезкам EP и HT, если:

а) AB = 15 см, CK = 2,5 см, EP = 3 см, HT = 0,5 см ? **да**

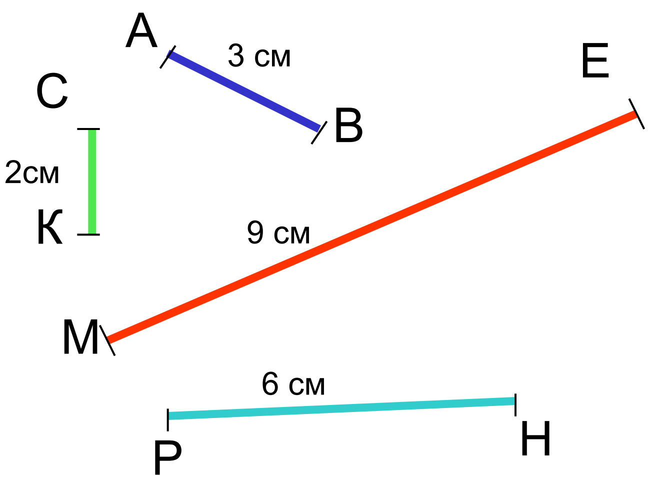
б) AB = 12 см, CK = 2,5 см, EP = 36 см, HT = 5 см ? **нет**

в) AB = 24см, CK = 2,5 см, EP = 12 см, HT = 5 см ? **нет**

# Пропорциональные отрезки

1.

## Тест




Указать верное утверждение:

а) отрезки АВ и РН пропорциональны отрезкам СК и МЕ;

б) отрезки МЕ и АВ пропорциональны отрезкам РН и СК;

в) отрезки АВ и МЕ пропорциональны отрезкам РН и СК.

б

Приложение: равенство $\frac{\text{МЕ}}{\text{РН}} = \frac{\text{АВ}}{\text{СК}}$

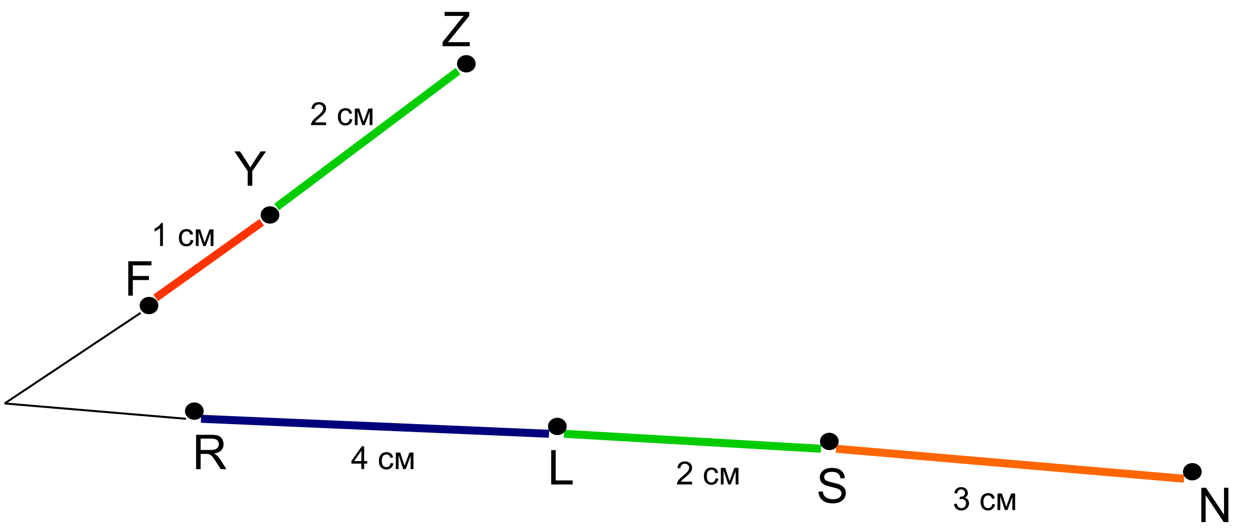
можно записать ещё тремя равенствами:

$\frac{\text{РН}}{\text{МЕ}} = \frac{\text{СК}}{\text{АВ}}$; $\frac{\text{МЕ}}{\text{АВ}} = \frac{\text{РН}}{\text{СК}}$; $\frac{\text{АВ}}{\text{МЕ}} = \frac{\text{СК}}{\text{РН}}$.

# Пропорциональные отрезки

2.

## Тест




Какой отрезок нужно вписать , чтобы было верным утверждение: отрезки FY и YZ пропорциональны отрезкам LS и …….

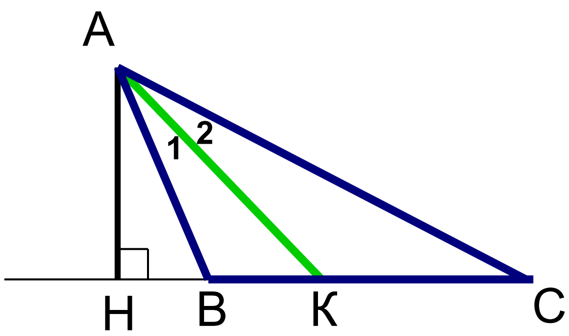
а) RL; б) RS; в) SN

а) **RL**

# Пропорциональные отрезки

(нужное свойство)

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.




Дано: $\triangle$ ABC, AK – биссектриса.

Доказать: $\dfrac{BK}{AB} = \dfrac{KC}{AC}$

Доказательство:

Т. к. AK – биссектриса, то $\angle 1 = \angle 2$, значит,

$\triangle$ ABK и $\triangle$ ACK имеют по равному углу, поэтому

$$\frac{S_{ABK}}{S_{ACK}} = \frac{AB \cdot AK}{AC \cdot AK} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC}$$

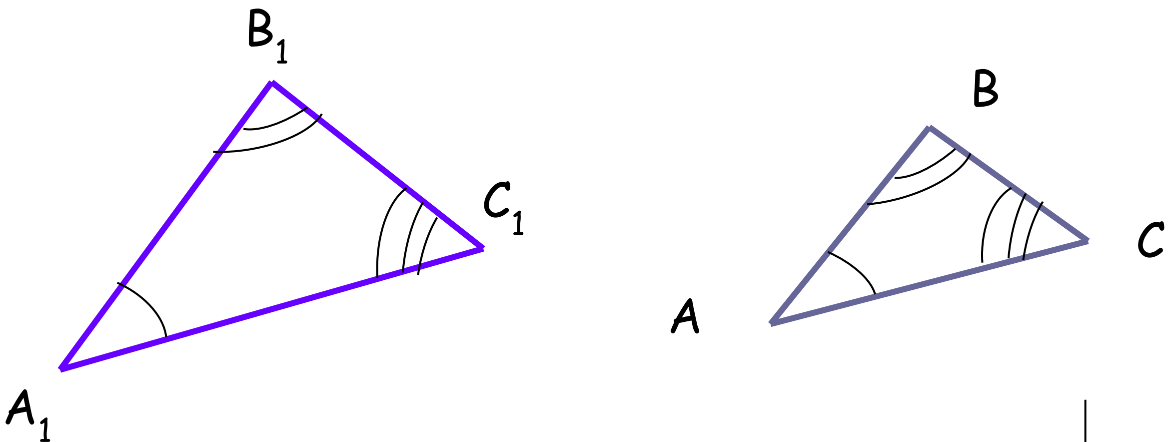
Проведём AH $\perp$ BC.

$\triangle$ ABK и $\triangle$ ACK имеют общую высоту AH, значит, $\dfrac{S_{ABK}}{S_{ACK}} = \dfrac{BK}{KC}$

Следовательно, $\dfrac{BK}{AB} = \dfrac{KC}{AC}$

# Подобные треугольники

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.




$\angle A_1 = \angle A$, $\angle B_1 = \angle B$, $\angle C_1 = \angle C$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$

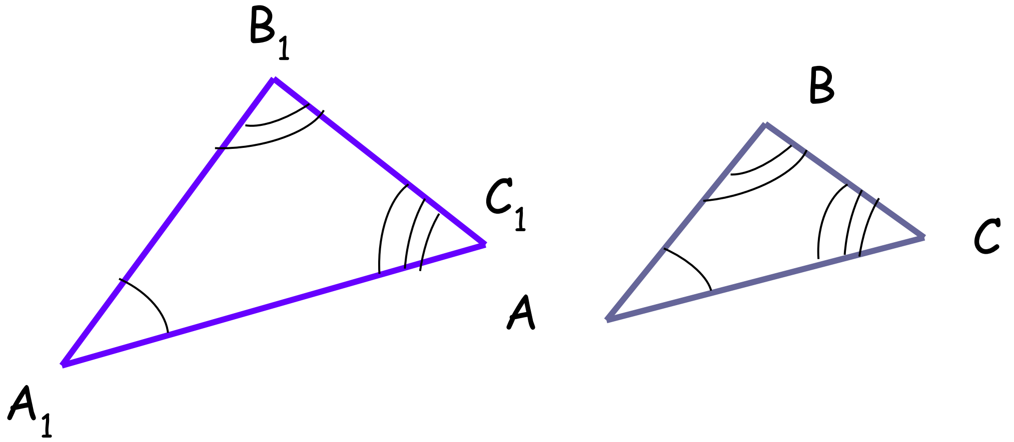
$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$

K – коэффициент подобия

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

# Подобные треугольники

## Нужное свойство:




$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC,$

K – коэффициент подобия

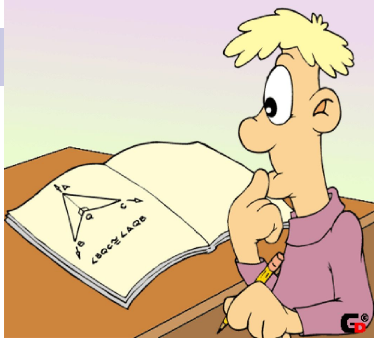
$\angle A_1 = \angle A, \quad \angle B_1 = \angle B, \quad \angle C_1 = \angle C,$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{1}{k}$$

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1,$

$\frac{1}{k}$ – коэффициент подобия

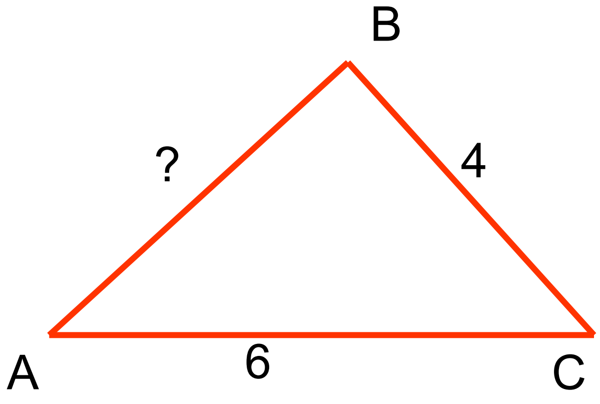
# Реши задачи

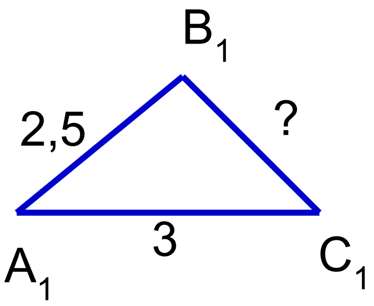


1. Найти стороны $\triangle A_1B_1C_1$, подобного $\triangle ABC$, если $AB = 6$, $BC = 12$. $AC = 9$ и $k = 3$ .

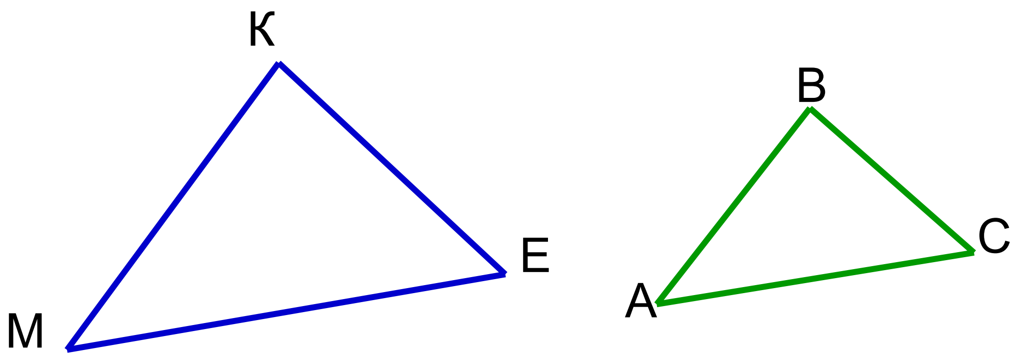
2. Найти стороны $\triangle A_1B_1C_1$, подобного $\triangle ABC$, если $AB = 6$, $BC = 12$. $AC = 9$ и $k = 1/3$.

3. По данным на чертеже найти стороны AB и $B_1C_1$ подобных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$:



## Теорема 1. **Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.**




Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

$K$ – коэффициент подобия.

Доказать: $P_{MKE} : P_{ABC} = k$

Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

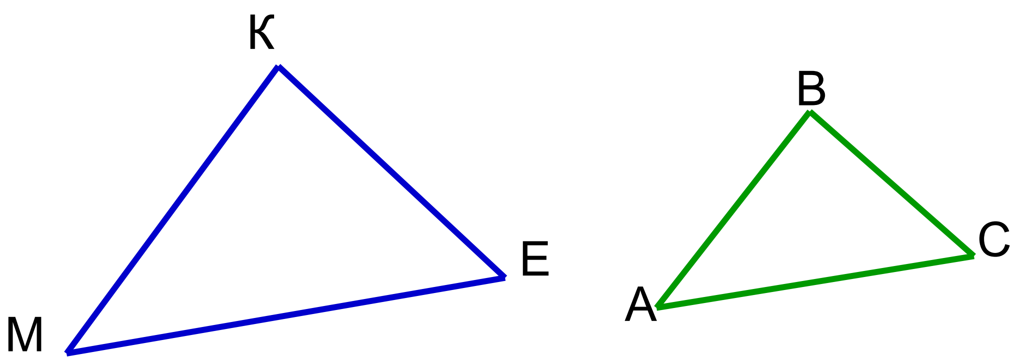
$$\frac{MK}{AB} = \frac{KE}{BC} = \frac{ME}{AC} = K,$$

Значит, $MK = k \cdot AB$, $KE = k \cdot BC$, $ME = k \cdot AC$.

$$P_{MKE} = MK + KE + ME = k \cdot AB + k \cdot BC + k \cdot AC = k \cdot (AB + BC + AC) = k \cdot P_{ABC}.$$

Значит, $P_{MKE} : P_{ABC} = k$.

Теорема 2. **Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.**




Дано: $\triangle$ MKE $\sim$ $\triangle$ ABC,

K – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

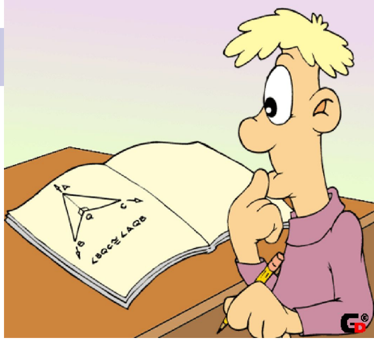
Доказательство:

Т. к. по условию $\triangle$MKE ~ $\triangle$ABC, k – коэффициент подобия, то

$\angle M = \angle A$, $\dfrac{MK}{AB} = \dfrac{ME}{AC} = k$, значит, MK = k·AB, ME = k·AC.

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$

# Реши задачи



1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

**24 см**

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна 9 см$^2$. Чему равна площадь первого треугольника ?

**81 см$^2$**

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна 32 см$^2$. Чему равна площадь первого треугольника ?

**8 см$^2$**

4. Площади двух подобных треугольников равны 12 см$^2$ и 48 см$^2$. Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

**8 см**

# Решение задачи

Площади двух подобных треугольников равны 50 дм$^2$ и 32 дм$^2$, сумма их периметров равна 117 дм. Найдите периметр каждого треугольника.

Дано: $\triangle$ ABC, $\triangle$ PEK подобны, $S_{ABC}$ = 50 дм$^2$, $S_{PEK}$ = 32 дм$^2$, $P_{ABC} + P_{PEK}$ = 117дм.

Найти: $P_{ABC}$, $P_{PEK}$

Решение:

Т. к. по условию треугольники ABC и PEK подобны, то:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PEK}} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} = K^2.$$ Значит, $k = \frac{5}{4}$

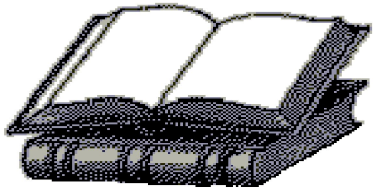
$$\frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = K, \qquad \frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$ Значит, $P_{ABC} = 1{,}25\ P_{PEK}$

Пусть $P_{PEK}$ = x дм, тогда $P_{ABC}$ = 1,25 x дм

Т. к. по условию $P_{ABC} + P_{PEK}$ = 117дм, то 1,25 x + x = 117, x = 52.

Значит, $P_{PEK}$ = 52 дм, $P_{ABC}$ = 117 – 52 = 65 (дм). Ответ: 65 дм, 52 дм.

« Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит»



М. В. Ломоносов

# Желаю успехов в учёбе!