

Общая физика

Механика

Динамика
материальной точки

Лекция 3. Динамика

Инерциальные системы отсчета, первый закон Ньютона. Масса и импульс материальной точки. Сила. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Преобразования Галилея.

■ Классическая динамика основана на трех законах сформулированных Ньютоном. Классическая ньютоновская динамика (механика) описывает обширный круг явлений. Однако существуют границы ее применимости. Классическая динамика применима при скоростях на много меньших скоростей света $3 \cdot 10^8$ м/с и на расстояниях значительно больших атомных 10^{-13} см.

Первый закон Ньютона формулируется следующим образом:

всякое тело находится в состоянии покоя или равномерно и прямолинейно движется, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

Оба этих состояния характеризуются тем, что ускорение тела равно нулю. Формулировке первого закона можно придать следующий вид: *скорость любого тела остается постоянной, пока воздействие на это тело со стороны других тел не вызовет ее изменение*

Динамика.

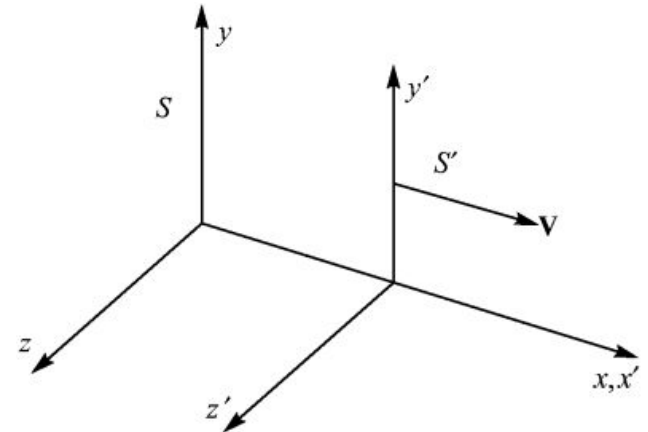
- Система отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется инерциальной.
- Система отсчета в которой первый закон Ньютона не выполняется называется неинерциальной системой отсчета.

Любая система, движущаяся относительно инерциальной системы отсчета прямолинейно и равномерно тоже будет инерциальной.

Для инерциальных систем справедлив

- принцип относительности, согласно которому все инерциальные системы по своим механическим свойствам эквивалентны друг другу.

Данное утверждение составляет содержание принципа относительности Галилея.



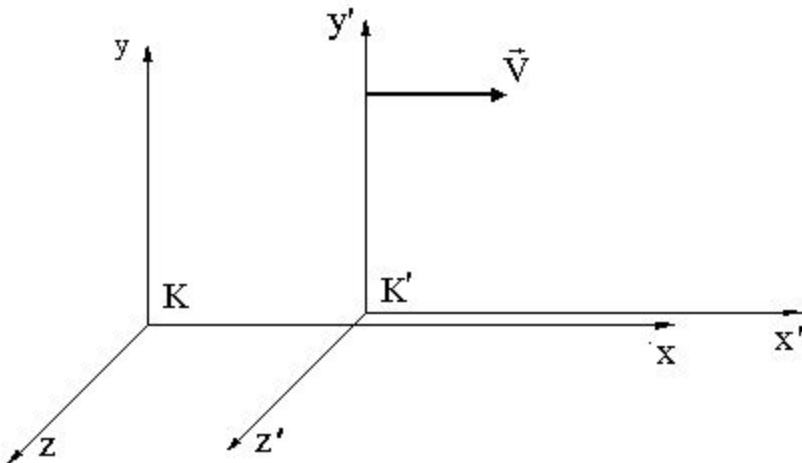
Динамика.

- Пусть инерциальная система K' движется со скоростью \mathbf{V} относительно другой инерциальной системы K . Выберем оси координат x', y', z' K' -системы параллельно соответствующим осям x, y, z K -системы так, чтобы оси x' и x совпадали между собой и были направлены вдоль вектора \mathbf{V} . Взяв за начало отсчета времени момент, когда начала координат O' и O совпадали, запишем соотношение между радиус-векторами \mathbf{r}' и \mathbf{r} одной и той же материальной точки в K' - и K -системах:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$$

и, кроме того,

$$t' = t$$





Динамика.

Подразумевается, что длина отрезков и ход времени не зависят от состояния движения и, следовательно, одинаковы в обеих системах отсчета. В координатах *преобразования Галилея* имеют вид:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

Продифференцировав по времени преобразования Галилея, найдем классический закон преобразования скорости материальной точки при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}$$

Дифференцируя это выражение по времени с учетом того, что $\mathbf{V} = \text{const}$, получаем $\mathbf{w}' = \mathbf{w}$, т.е. ускорение точки одинаково во всех инерциальных системах отсчета.



Динамика.

В динамике рассматривается движение материальной точки в связи с теми причинами (взаимодействиями), которые обуславливают тот или иной характер движения.

- *Влияние другого тела или тел, вызывающее ускорение тела (изменение скорости), называют силой .*

Опыт показывает, что всякое тело оказывает сопротивление при любых попытках изменить его скорость – как по модулю, так и по направлению.

- *Свойство, выражающее степень сопротивления тела изменению его скорости, называют инертностью.*
- *Мерой инертности служит величина, называемая массой*



Динамика.

- Понятие массы m , вводится по определению отношений масс двух различных тел по обратному отношению ускорений, сообщаемых им равными силами:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

В рамках ньютоновской механики масса обладает следующими двумя важнейшими свойствами:

- 1) масса – величина аддитивная, т.е. масса составного тела равна сумме масс его частей;
- 2) масса тела как такового – величина постоянная, не изменяющаяся при его движении.

Динамика.

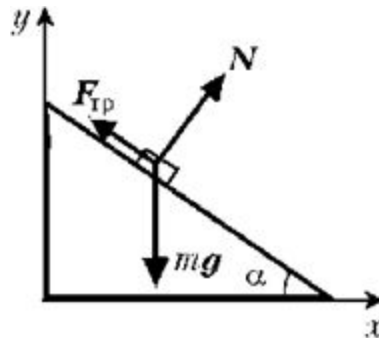
- Второй закон Ньютона формулируется следующим образом: ускорение всякого тела прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально массе тела.

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}.$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

Опыт показывает, что если на тело действуют несколько сил, то результирующая сила \mathbf{F} определяется следующим образом:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots,$$

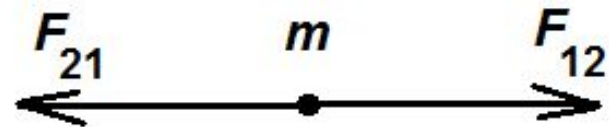


Динамика.

Во всех случаях, когда в опытах участвуют два тела А и В и тело А сообщает ускорение телу В, обнаруживается, что и тело В сообщает ускорение телу А. Отсюда мы заключаем, что действия тел друг на друга имеют характер взаимодействия. Ньютон постулировал общее свойство всех сил взаимодействия третьим законом Ньютона:

- *силы, с которыми две материальные точки действуют друг на друга, всегда равны по модулю и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки, т.е.*

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$



Чтобы свести нахождение закона движения частицы к чисто математической задаче, необходимо, прежде всего, знать зависимость силы от определяющих ее величин. Такие зависимости являются следствием обобщения результатов опыта. Наиболее часто встречаемые силы это гравитационные, электрические, сила упругости, сила трения скольжения, однородная сила тяжести.

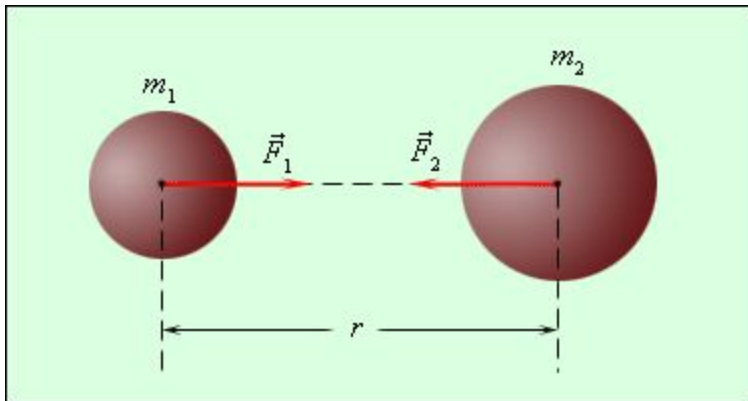
Лекция 4. Динамика

Гравитационное взаимодействие. Сила тяжести. Сила упругости. Сила трения.

Сила гравитационного притяжения, действующая между двумя телами в соответствии с законом всемирного тяготения имеет вид:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

где γ – гравитационная постоянная.
 r – расстояние между центрами масс тел.





Динамика.

Сила тяжести– это сила, с которой тело притягивается к Земле.

В системе отсчета, связанной с землей, на всякое тело массой m действует сила:

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

Все тела падают на землю с одинаковым ускорением, которое называется ускорением свободного падения:

$$g = 9,81 \frac{M}{c^2}$$

Весом тела называется сила, с которой тело вследствие тяготения к земле действует на опору или натягивает нить подвеса.



Динамика.

Сила тяжести действует всегда, а вес тела проявляется лишь тогда, когда на тело действуют другие силы.

Сила тяжести равна весу тела лишь тогда, когда ускорение тела относительно Земли равно нулю.

В противном случае:

$$\vec{P} = m \left(\vec{g} - \vec{a} \right)$$

где \vec{a} – ускорение тела с опорой относительно Земли.

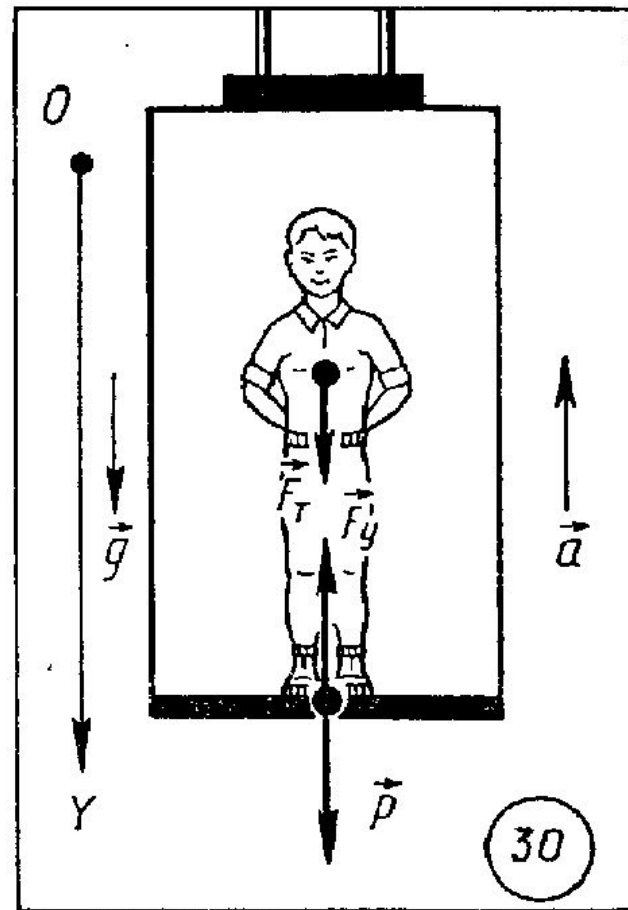
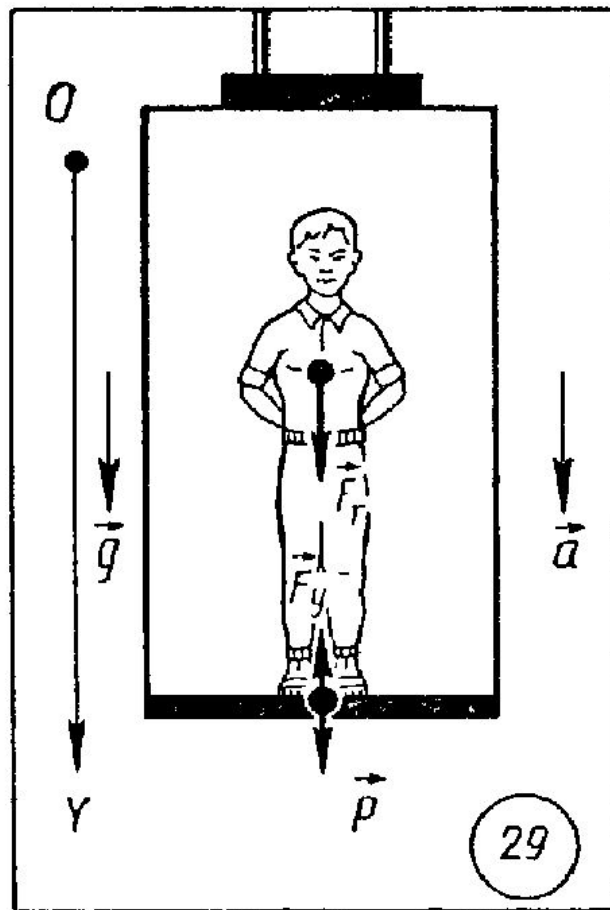
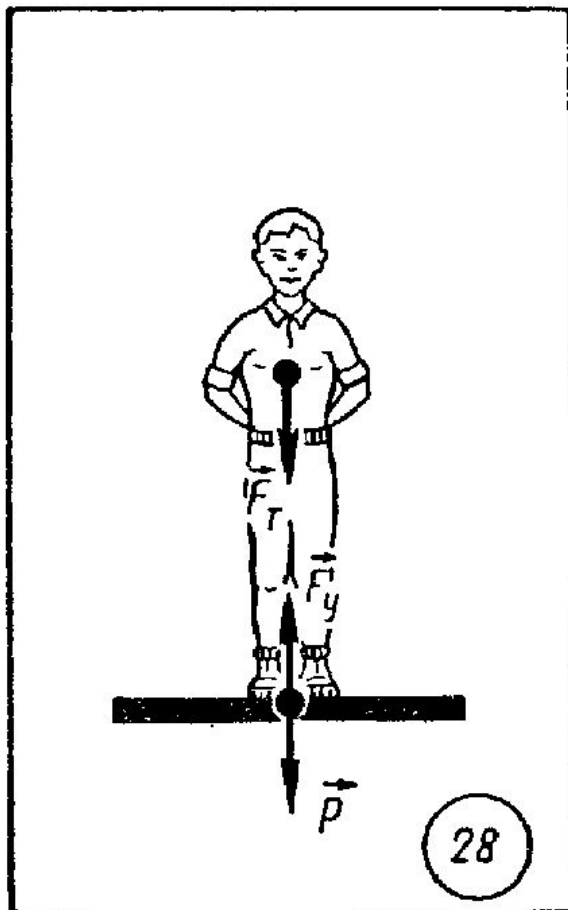
Если тело движется в поле тяготения, то:

и вес будет равен нулю, т.е. тело будет невесомым.

$$\vec{g} = \vec{a}$$

Невесомость – это состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

Динамика.



$$\vec{F}_T + \vec{F}_y = m\vec{a}.$$

$$P = m(g - a).$$

$$P = m(g + a).$$

Динамика.

Сила тяжести и вес с точки зрения теории тяготения

Если пренебречь суточным вращением Земли вокруг своей оси, то сила тяжести P и сила гравитационного тяготения F равны между собой:

$$P = mg = F = G \frac{mM}{R^2}$$

где M – масса Земли, R – расстояние между телом и центром Земли, G – гравитационная постоянная.

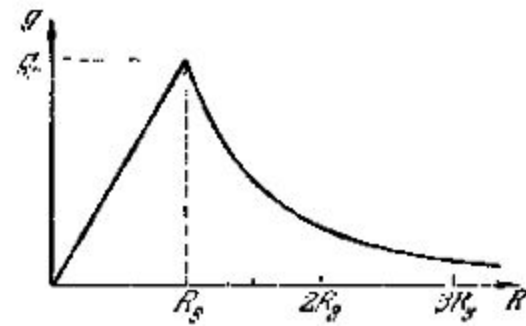
Пусть тело находится на высоте h от поверхности Земли, тогда

$$P(h) = mg(h) = G \frac{mM}{(R + h)^2}$$

т. е. сила тяжести $P(h)$ с удалением от поверхности Земли уменьшается. Из последних соотношений получаем зависимость ускорения свободного падения от высоты h от поверхности Земли:

$$g(h) = g_0 \left(1 + \frac{h}{R} \right)^{-2}$$

где g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли.



Динамика.

Первая космическая скорость

Первая космическая скорость (круговая скорость) — скорость, которую необходимо придать объекту, который после этого не будет использовать реактивное движение, чтобы вывести его на круговую орбиту (пренебрегая сопротивлением атмосферы и вращением планеты). Иными словами, первая космическая скорость — это минимальная скорость, при которой тело, движущееся горизонтально над поверхностью планеты, не упадёт на неё, а будет двигаться по круговой орбите.

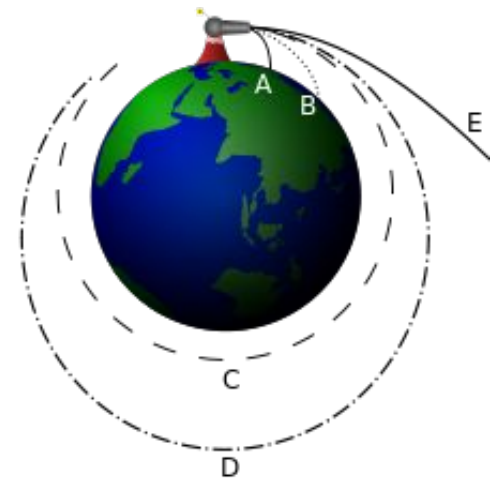
Первая космическая скорость вычисляется из равенства силы тяжести центростремительной силе:

$$m \frac{v_1^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2};$$

$$v_1 = \sqrt{G \frac{M}{R}};$$

Или, учитывая, что $g = GM/R^2$,

$$v_1 = \sqrt{gR};$$





Динамика.

Вторая космическая скорость

Вторая космическая скорость (параболическая скорость, скорость освобождения, скорость убегания) — наименьшая скорость, которую необходимо придать объекту (например, космическому аппарату), для преодоления гравитационного притяжения небесного тела.

Параболической вторая космическая скорость называется потому, что тела, имеющие при старте скорость, в точности равную второй космической, движутся по дуге параболы относительно небесного тела. Однако, если энергии телу придано чуть больше, его траектория перестает быть параболой и становится гиперболой; если чуть меньше, то она превращается в эллипс.

Для получения формулы второй космической скорости удобно обратить задачу — спросить, какую скорость получит тело на поверхности планеты, если будет падать на неё из бесконечности. Очевидно, что это именно та скорость, которую надо придать телу на поверхности планеты, чтобы вывести его за пределы её гравитационного влияния.

Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{mv_2^2}{2} - G\frac{mM}{R} = 0,$$



Динамика.

Решая это уравнение относительно v_2 , получим

$$v_2 = \sqrt{2G \frac{M}{R}}.$$

Между первой и второй космическими скоростями существует простое соотношение:

$$v_2 = \sqrt{2}v_1.$$

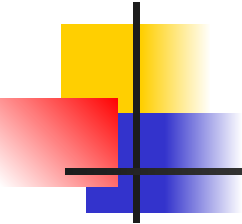
Вообще, космическая скорость -это минимальная скорость, при которой какое-либо тело в свободном движении с поверхности небесного тела сможет:

- v_1 (круговая скорость) — стать спутником небесного тела (то есть вращаться по круговой орбите на нулевой или пренебрежимо малой высоте относительно поверхности);
- v_2 (параболическая скорость, скорость убегания) — преодолеть гравитационное притяжение небесного тела и уйти в бесконечность;
- v_3 — покинуть звёздную систему, преодолев притяжение звезды;
- v_4 — покинуть галактику.

Динамика.

| Небесное тело ◆ | Масса (по отношению к массе Земли) ◆ | v_1 , км/с ◆ | v_2 , км/с ◆ |
|-------------------|--------------------------------------|----------------|----------------|
| Луна | 0,0123 | 1,680 | 2,375 |
| Меркурий | 0,055 | 3,05 | 4,3 |
| Марс | 0,108 | 3,546 | 5,0 |
| Венера | 0,82 | 7,356 | 10,22 |
| Земля | 1 | 7,91 | 11,2 |
| Уран | 14,5 | 15,6 | 22,0 |
| Нептун | 17,5 | | 24,0 |
| Сатурн | 95,3 | | 36,0 |
| Юпитер | 318,3 | | 61,0 |
| Солнце | 333 000 | 437 | 617,7 |
| Сириус В | 325 675 | | 10 000 |
| Нейтронная звезда | 666 000 | | 200 000 |
| Кварковая звезда | 832 500 | | 300 000 |
| Чёрная дыра | 832 500 — $5,6 \cdot 10^{15}$ | | не имеет |

Первая и вторая космические скорости для различных объектов



Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса связаны с фундаментальными свойствами времени и пространства.

Закон сохранения энергии связан с однородностью времени, а законы сохранения импульса и момента импульса – соответственно с однородностью и изотропностью пространства.

Однородность времени означает, что все моменты времени эквивалентны и физические законы не изменяются со временем, т.е. не зависят от начала отсчета времени.

Однородность пространства заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого её физические законы и законы движения не изменяются (не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета).

Изотропность пространства означает одинаковость свойств пространства по всем направлениям, т.е. независимость физических законов от выбора направления координат системы отсчета.



Динамика.

Упругие силы

Абсолютно твердое тело – это такое тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться. В абсолютно твердом теле при всех условиях расстояние между двумя произвольными точками остается неизменным. Все реальные тела при определенных условиях деформируются, т.е. тем или иным образом изменяют свою форму и размеры.

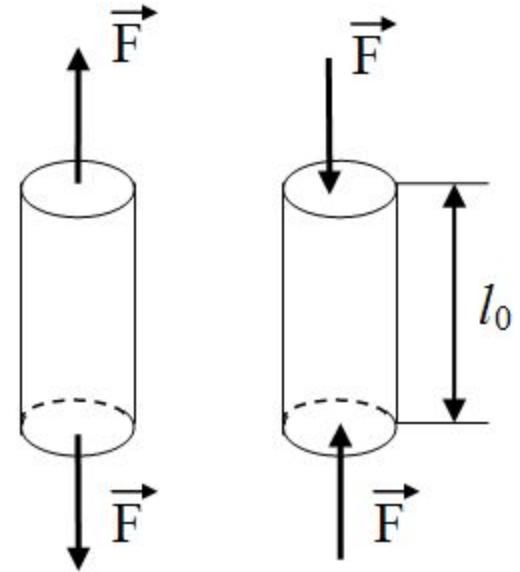
В случае твердых тел различают два предельных случая: упругие деформации и пластические деформации.

Деформация называется **упругой**, если после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму. Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил, называются **пластическими** (или остаточными).

Характер деформации (упругая или пластическая) зависит как от материала тела, так и от величины внешнего воздействия. Мы ограничимся изучением только упругих деформаций изотропных тел. **Изотропными** называются тела, свойства которых одинаковы по всем направлениям.

Динамика.

Рассмотрим однородный стержень длиной l_0 и площадью поперечного сечения S и приложим к его основаниям растягивающие или сжимающие силы F , в результате чего длина стержня меняется на величину Δl . Естественно, что при растяжении Δl положительно, а при сжатии – отрицательно.



Силу, отнесенную к единице площади поперечного сечения стержня, называют напряжением:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Количественной мерой, характеризующей степень деформации, испытываемой телом, является его относительное удлинение. Так, относительное изменение длины стержня (продольная деформация) равно:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$



Динамика.

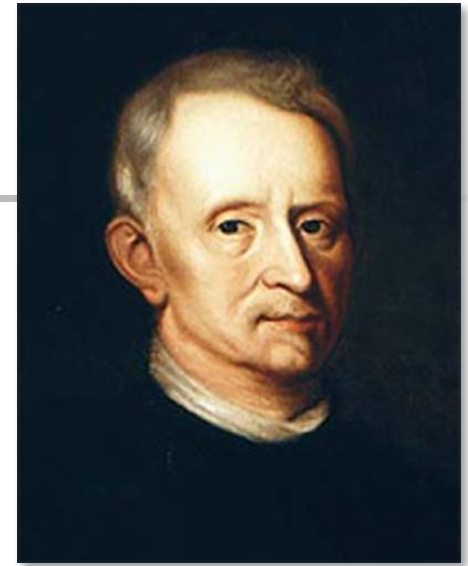
Английский физик **Р. Гук** (1635–1703) экспериментально установил, что для малых деформаций относительное удлинение ε и напряжение σ прямо пропорциональны друг другу (**закон Гука**):

$$\sigma = E\varepsilon$$

где коэффициент пропорциональности E называется модулем Юнга. Из последнего выражения видно, что модуль Юнга (модуль упругости) численно равен напряжению, вызывающему относительное удлинение, равное единице. Поэтому модуль Юнга часто определяют как напряжение, которое необходимо приложить к стержню, чтобы его длина удвоилась (если бы при такой деформации закон Гука оставался еще верным).

Недостаток этого определения состоит в том, что при таких больших деформациях закон Гука почти для всех тел становится недействительным: тело либо разрушается, либо нарушается пропорциональность между деформацией и приложенным напряжением.

Динамика.



Роберт Гук (1635- 1703)-

английский физик, астроном, ботаник и изобретатель, один из создателей и деятельный член Лондонского королевского общества, его секретарь в 1677-83 гг., профессор Лондонского университета.

Р. Гук, разносторонний ученый и экспериментатор, сделал ряд крупнейших физических открытий (закон деформации упругого тела, теория упругости, волновая теория света и др.). Заинтересовавшись оптической новинкой XVII в. – микроскопом – он реконструировал этот прибор. Микроскопические наблюдения исследователя изложены им в труде "Микрография, или некоторые физиологические описания мельчайших тел, осуществленные посредством увеличительных стекол" (1665 г.). Рассматривая самые разнообразные объекты из мертвой и живой природы, Р. Гук, в частности, открывает клеточное строение растений; он является и автором термина "клетка", вошедшего со временем в научный обиход.

Динамика.

Томас Юнг (1773 - 1829) - английский ученый, один из создателей волновой оптики и теории упругости.



С ранних лет обнаружил необыкновенные способности и феноменальную память. В 2 года научился бегло читать, в 4 знал на память много сочинений английских поэтов, в 8-9 лет овладел токарным ремеслом и мастерил различные физические приборы, к 14 годам познакомился с дифференциальным исчислением (по Ньютону), изучил много языков (греческий, латынь, французский, итальянский, арабский и др.).

Его работы относятся к оптике, акустике, теплоте, механике, математике, астрономии, геофизике, филологии, зоологии. Объяснил явление аккомодации глаза изменением кривизны хрусталика. Впервые указал на усиление и ослабление звука при наложении звуковых волн (интерференция звука) и предложил принцип суперпозиции волн.

В теории упругости Юнгу принадлежат исследования деформации сдвига, он впервые ввел характеристику упругости - модуля растяжения (модуль Юнга).



Основные параметры деформация твердого тела

Напряжение – сила, действующая на единицу площади поперечного сечения :

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Относительная деформация – количественная мера, характеризующая степень деформации, испытываемой телом:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Относительное поперечное растяжение (сжатие):

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}.$$

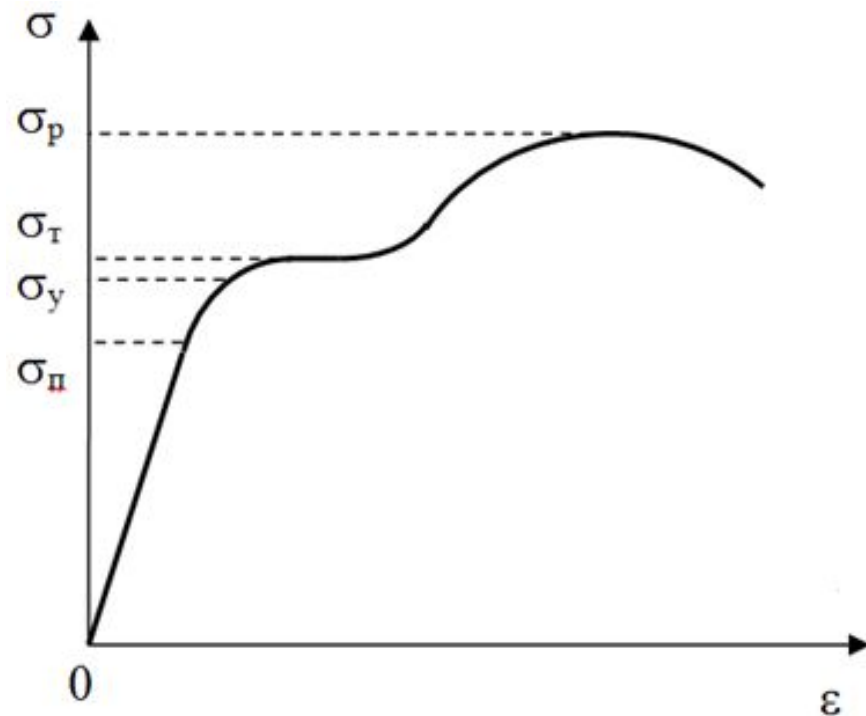
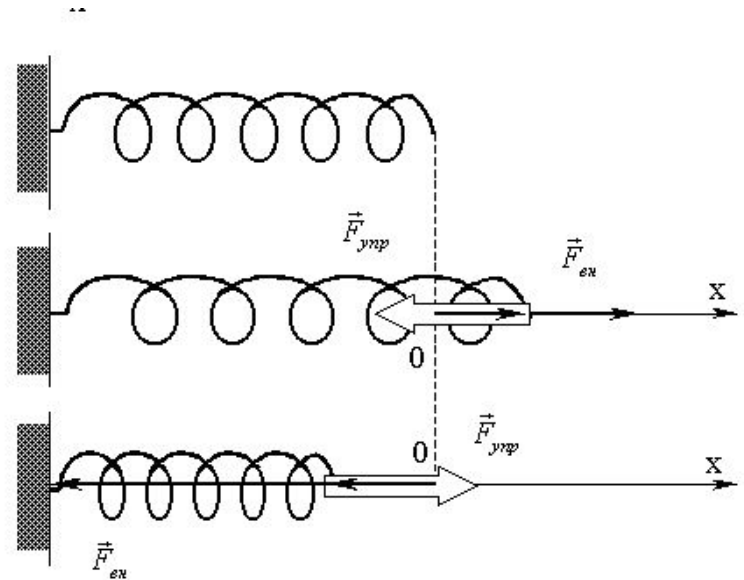
d — диаметр стержня.

Динамика.

Закон Гука может быть записан также в виде

$$F = \frac{ES}{l_0} \Delta l = k \cdot \Delta l \quad k = \frac{ES}{l_0}$$

где k – коэффициент упругости (жесткости).
График зависимости напряжения σ от относительного удлинения ε называют диаграммой растяжения. Диаграмма растяжения твердого тела $\sigma(\varepsilon)$ имеет вид, изображенный на рисунке. Деформации твердых тел подчиняются закону Гука лишь в очень узких пределах (до предела пропорциональности $\sigma_{\text{п}}$).





Динамика.

При увеличении напряжения зависимость $\sigma(\epsilon)$ становится нелинейной, хотя деформация еще упругая вплоть до предела упругости (σ_y) (т.е. остаточные деформации не возникают).

При дальнейшем увеличении напряжений в теле возникают остаточные деформации. Напряжение, при котором остаточная деформация достигает $\approx 0,2\%$, называется пределом текучести (σ_T). При этом деформация возрастает без увеличения напряжения, т. е. тело как бы «течет». Эта область называется областью текучести (или областью пластических деформаций).

Материалы, для которых область текучести значительна, называются вязкими, а для которых область текучести практически отсутствует – хрупкими.

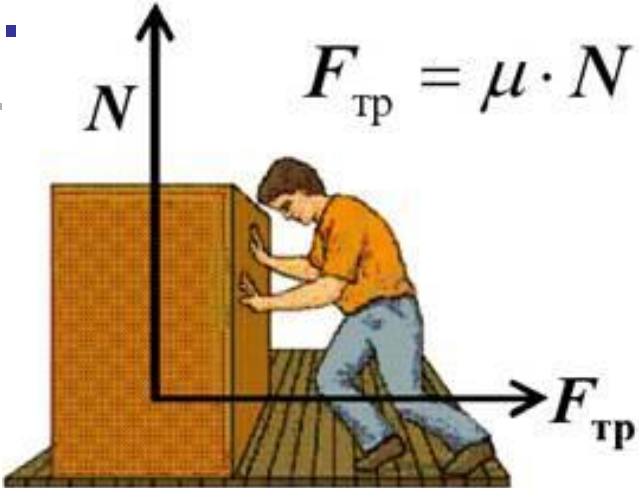
Дальнейший рост напряжения приводит к разрушению тела. Максимальное напряжение, предшествующее разрушению тела, называется пределом прочности (σ_p).

Одно и то же твердое тело может при сильном кратковременном воздействии вести себя как хрупкое, а при слабом длительном – как вязкое.

Динамика.

Силы трения

Силы трения возникают как при относительном перемещении соприкасающихся тел или их частей, так и при их относительном покое.



Трение называют **внешним**, если оно действует между различными соприкасающимися телами (например, трение между бруском и наклонной плоскостью, на которой он лежит или с которой соскальзывает).

Если же трение проявляется между различными частями одного и того же тела, например между различными слоями жидкости или газа, скорости которых непрерывно меняются от слоя к слою, то трение называют **внутренним**.

Трение между поверхностями двух соприкасающихся твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки (смазки) называют **сухим**.

Трение между поверхностью твердого тела и окружающей его жидкой или газообразной средой, в которой оно движется, а также трение между различными слоями такой среды, называют **вязким**.



Динамика.

В случае сухого трения силы трения существуют как при относительном движении соприкасающихся тел, так и при их относительном покое (силы трения покоя), а жидкое трение возможно лишь при относительном движении тел или частей тела. Применительно к сухому трению, когда соприкасающиеся тела движутся друг относительно друга, различают **трение скольжения и трение качения**.

С трением мы сталкиваемся на каждом шагу, но без трения мы не сделали бы и шага. Невозможно представить себе мир без сил трения. В отсутствие трения многие кратковременные движения продолжались бы бесконечно. Земля сотрясалась бы от непрерывных землетрясений, так как тектонические плиты постоянно сталкивались между собой. Все ледники сразу же скатились бы с гор, а по поверхности земли носилась бы пыль от прошлогоднего ветра...

С другой стороны, трение между деталями машин приводит к их износу и дополнительным расходам. Приблизительные оценки показывают, что научные исследования в трибологии – науки о трении – могли бы сберечь около от 2 до 10% национального валового продукта.



Динамика.

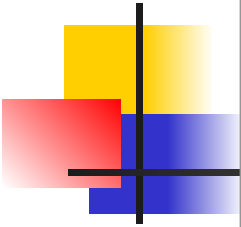
Два самых главных изобретения человека - колесо и добывание огня - связаны с силой трения. Изобретение колеса позволило значительно уменьшить силу, препятствующую движению, а добывание огня поставило силу трения на службу человеку. Однако до сих пор учёные далеки от полного понимания физических основ силы трения. И вовсе не потому, что людей с некоторых пор перестало интересовать это явление.

Первая формулировка законов трения принадлежит великому **Леонардо да Винчи**, который утверждал, что сила трения, возникающая при контакте тела с поверхностью другого тела, пропорциональна силе прижатия, направлена против направления движения и не зависит от площади контакта.

Этот закон был заново открыт через 180 лет **Г. Амонтоном**, а затем уточнён в работах **Ш. Кулона** (1781). Амонтон и Кулон ввели понятие коэффициента трения как отношения силы трения к нагрузке, придав ему значение физической константы, полностью определяющей силу трения для любой пары контактирующих материалов.

где постоянную μ называют коэф. трения (соответственно покоя или скольжения). Она зависит от свойств контактирующих поверхностей.

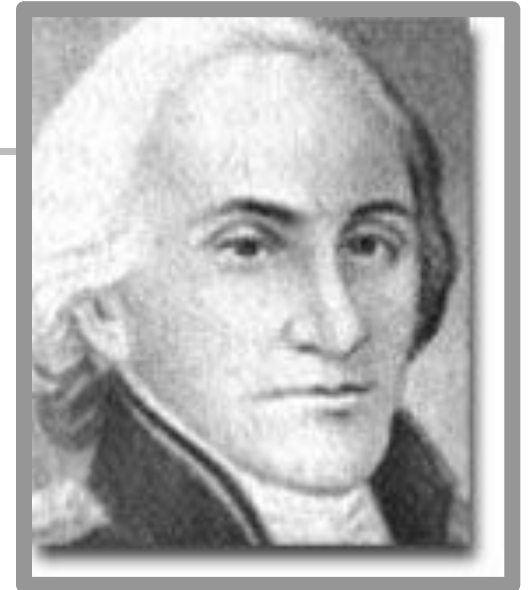
$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$



Леонардо да Винчи



Г.Амонтон



Ш.О. Кулон



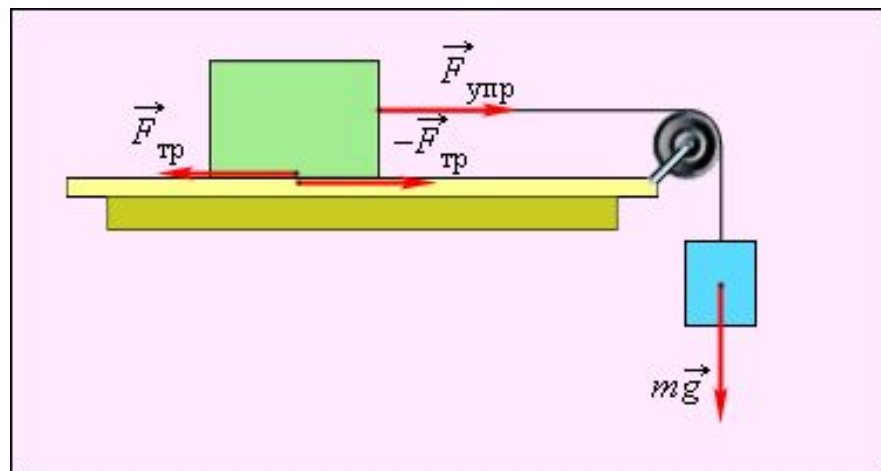
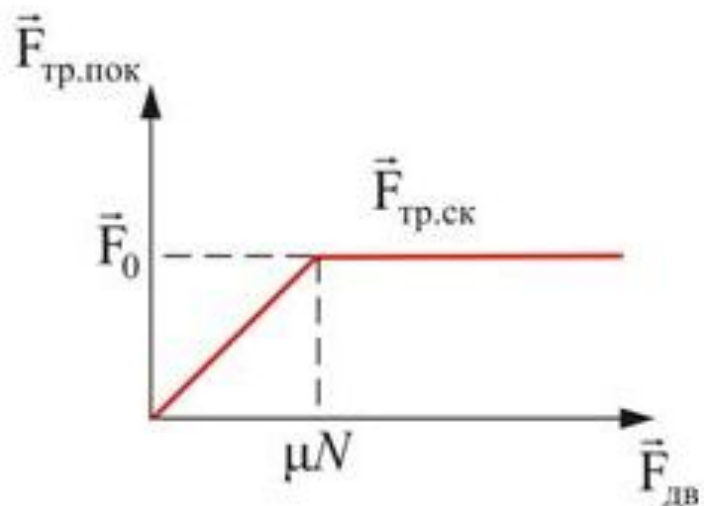
Динамика.

Итак, трение – один из видов взаимодействия тел. Оно возникает при соприкосновении двух тел. Трение, как и все другие виды взаимодействия, подчиняется третьему закону Ньютона: если на одно из тел действует сила трения, то такая же по модулю, но направленная в противоположную сторону сила действует и на второе тело.

Силы трения, как и упругие силы, имеют **электромагнитную природу**. Они возникают вследствие взаимодействия между атомами и молекулами соприкасающихся тел.

Динамика.

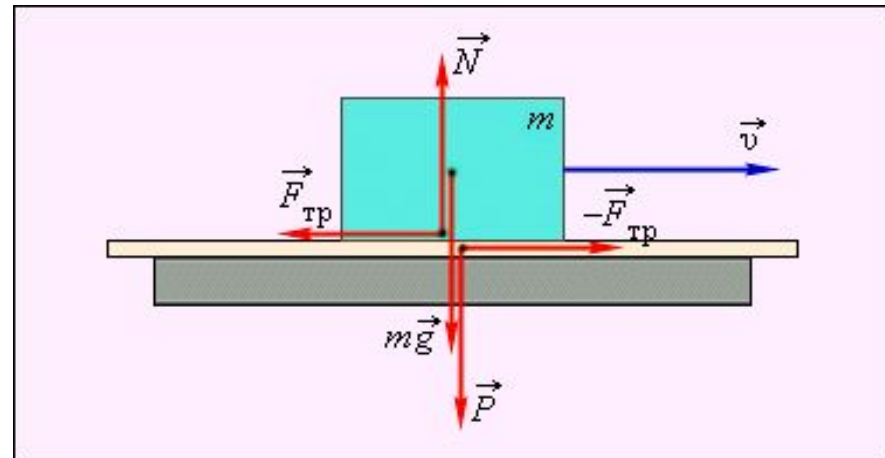
Трение, возникающее при относительном покое тел, называют трением покоя. Сила трения покоя всегда равна по величине внешней силе и направлена в противоположную сторону



Динамика.

Сила трения покоя не может превышать некоторого максимального значения F_{\max} . Если внешняя сила больше F_{\max} , то возникает относительное проскальзывание. Силу трения в этом случае называют силой трения скольжения. Она всегда направлена в сторону, противоположную направлению движения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$





Динамика.

При движении твердого тела в жидкости или газе возникает сила вязкого трения. Сила вязкого трения значительно меньше силы сухого трения. Она также направлена в сторону, противоположную относительной скорости тела. При вязком трении нет трения покоя.

Сила вязкого трения сильно зависит от скорости тела. При достаточно малых скоростях $F_{\text{тр}} \sim v$, при больших скоростях $F_{\text{тр}} \sim v^2$. При этом коэффициенты пропорциональности в этих соотношениях зависят от формы тела.



Динамика.

Трение играет большую роль в природе и технике. Во многих случаях силы трения оказываются полезными. Так, автомобиль приводится в движение силами трения, действующими между шинами колес и полотном дороги. Силы трения между поверхностью дороги и подошвами пешеходов способствуют перемещению пешеходов. Силы трения, возникающие между приводным ремнем и шкивами, осуществляют передачу движения от одного маховика к другому. Благодаря трению удерживается забитый в стену гвоздь и т. д.



Динамика.

В некоторых случаях силы трения оказывают вредное действие. Таковы, например, силы трения, возникающие между деталями машин. Они приводят к преждевременному износу машин, и поэтому их надо уменьшать. Для этого на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в 10 раз), которая заполняет неровности между этими поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности как бы перестают касаться друг друга, а скользят друг относительно друга отдельные слои жидкости. Таким образом, внешнее трение твердых тел заменяется значительно меньшим внутренним трением жидкости. Радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т.д.).

Динамика.

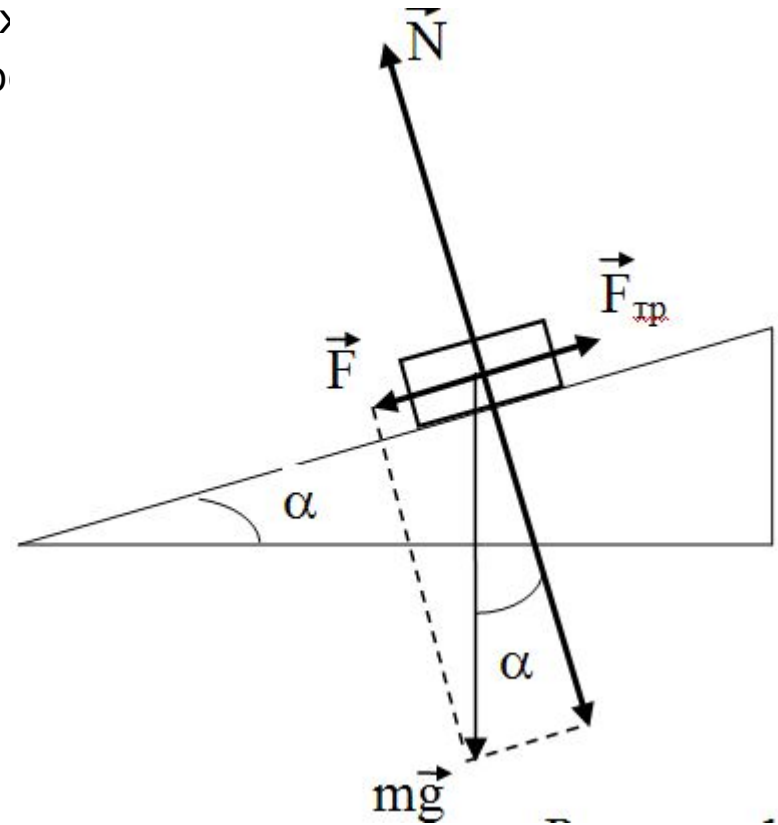
Коэффициент трения скольжения **можно найти** с помощью наклонной плоскости. Тело на наклонной плоскости приходит в движение (составляющая силы тяжести больше силы трения в начале скольжения тела):

$$mg \cdot \sin \alpha = \mu N = \mu mg \cdot \cos \alpha,$$

откуда

$$\mu = \tan \alpha.$$

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла α , при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.





Сила трения качения определяется по закону, установленному Кулоном:

$$F_{\text{тр}} = f_{\text{к}} \frac{N}{r}$$

r — радиус катящегося тела; ***f_к*** — коэффициент трения качения.