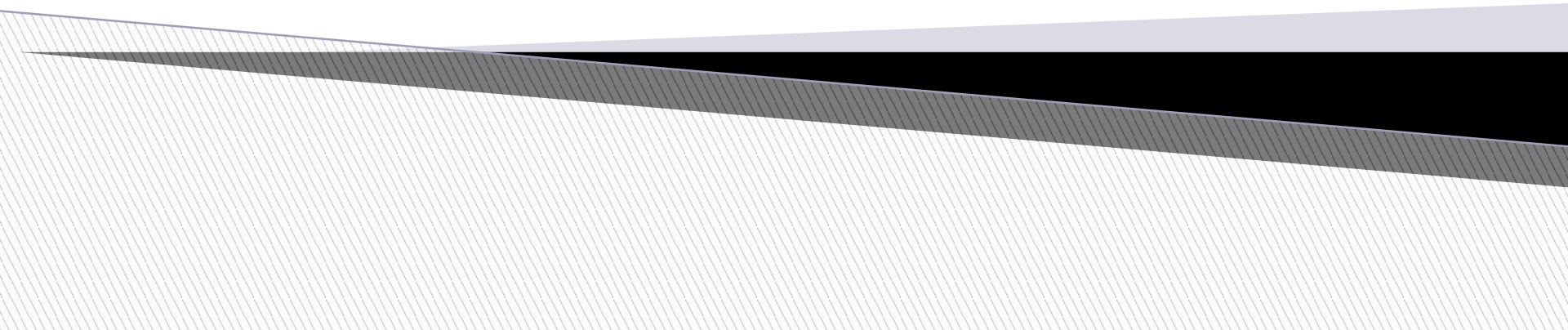
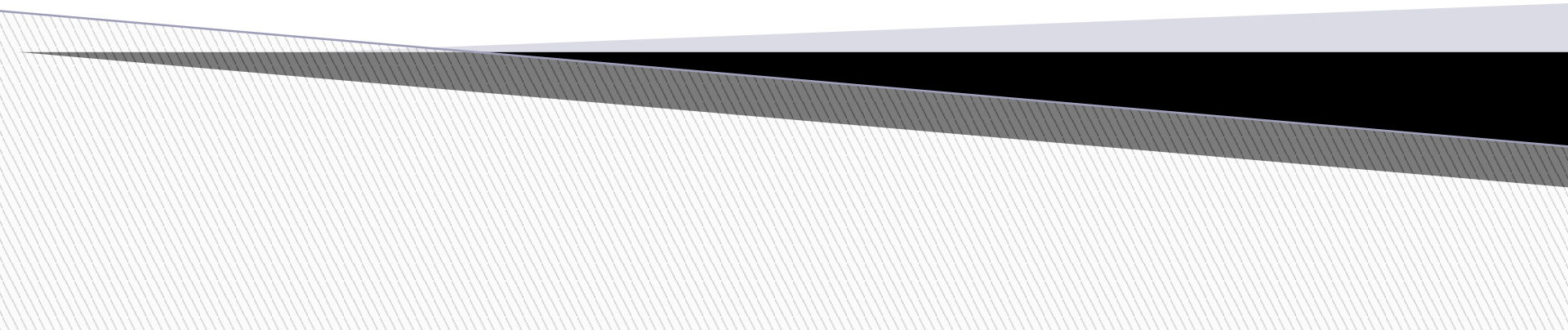


*ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.
Аммосова»
Инженерно-технический институт
Кафедра прикладной механики*

**Решение задач
по дисциплине «Техническая механика»
270800 - Строительство**



Кручение стержней круглого сечения



Задача 1

Определить диаметр сплошного вала, передающего крутящий момент 15 кН·м, если допускаемое напряжение вала $[\tau]=70$ МПа.

Решение: Из условия прочности вала на кручение определяем полярный момент сопротивления сечения вала:

$$\frac{M_k}{W_\rho} \leq [\tau]$$

отсюда
$$W_\rho^{\text{тр}} \geq \frac{M_k}{[\tau]} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{70} = 0,214 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 214 \text{ см}^3.$$

Полярный момент сопротивления для сплошного круглого сечения через его диаметр:

$$W_\rho = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3 \geq 214 \text{ см}^3,$$

отсюда
$$D \geq \sqrt[3]{\frac{214}{0,2}} = \sqrt[3]{1070} = 10,23 \text{ см}.$$

Принимаем $D = 103$ мм.

Задача 2

Определить диаметр сплошного вала, передающего крутящий момент мощностью 450 кВт при 300 об/мин. Угол закручивания не должен превышать 1° на 2 м длины вала, а наибольшее касательное напряжение $[\tau]=40$ МПа, модуль упругости $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

Решение

Если мощность W , передающаяся валом, задана в киловаттах при n оборотах в минуту, то крутящий момент, воспринимаемый валом, вычисляется:

$$M_{\kappa} = \frac{1020 \cdot 60}{2\pi} \cdot \frac{W}{n} \text{ Н} \cdot \text{м} = 9736 \frac{W}{n} = 9736 \frac{450}{300} = 14604 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из условия задачи имеем:
$$[\varphi_{\kappa}] = \frac{1^\circ \pi}{180^\circ} \cdot \frac{1}{2 \text{ м}} = 0,0087 \text{ рад/м}$$

– допускаемый относительный угол закручивания.

Из условия жесткости вала
$$\frac{M_{\kappa}}{GI_{\rho}} \leq [\varphi_{\kappa}]$$

определяем полярный момент инерции:

$$I_{\rho}^{\text{тр}} \geq \frac{M_{\kappa}}{G[\varphi_{\kappa}]} = \frac{14604 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,0087} = \frac{14604 \cdot 10^{-8}}{6,9813} = 2092 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4 = 2092 \text{ см}^4.$$

Полярный момент инерции круглого сплошного сечения вала, выраженный через диаметр:

$$I_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1D^4 \geq 2092 \text{ см}^4, \quad \text{отсюда } D=12,03 \text{ см.}$$

Из условия прочности вала определяем полярный момент сопротивления сечения:

$$\frac{M_{\kappa}}{W_{\rho}} \leq [\tau]$$
$$W_{\rho}^{\text{тр}} \geq \frac{M_{\kappa}}{[\tau]} = \frac{14604 \cdot 10^{-6}}{40} = 365,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 365,1 \text{ см}^3.$$

Полярный момент сопротивления круглого сплошного сечения вала, выраженный через диаметр:

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3 \geq 365,1 \text{ см}^3, \quad \text{отсюда } D=12,22 \text{ см.}$$

Окончательно принимаем вал с диаметром $D=123 \text{ мм}$.

Задача 3

Стальной вал длиной 2 м и диаметром 7,5 см при нагружении его крутящим моментом 4000 Н·м закручивается на угол $1,8^0$. Предел пропорциональности для касательных напряжений равен 50 МПа. Определить модуль упругости материала при сдвиге вала G .

Решение

Определяем максимальные касательные напряжения в вале:

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p} = \frac{400000}{0,2 \cdot 7,5^3} = 4740 \text{ Н/см}^2 = 47,4 \text{ МПа.}$$

Следовательно, вал на кручение работает в пределах упругих деформаций, т.к. $\tau_{\max} = 47,4 \text{ МПа} < 50 \text{ МПа}$.

Из формулы определения угла закручивания вала определяем модуль упругости при сдвиге материала вала:

$$\varphi_K = \frac{M_K \cdot l}{GI_p} = \frac{4000 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{G \cdot 0,1 \cdot 7,5^4 \cdot 10^{-8}} = \frac{1,8^0 \cdot \pi}{180^0} \text{ (рад)} = 0,0314,$$

отсюда $G = 8,05 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Задача 4

Сплошной вал диаметром 40 см заменяется полым валом, у которого внутренний диаметр составляет 60% от наружного. Определить наружный диаметр полого вала при условии, что допускаемое касательное напряжение у них одинаковое (равнопрочные валы). Сравнить вес сплошного и полого валов.

Решение

Условие прочности сплошного вала:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_P} = \frac{M_{кр}}{0,2 \cdot 40^3} \leq [\tau]. \quad (1)$$

Условие прочности полого вала:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_P} = \frac{M_{кр}}{0,2 \cdot D^3 (1 - \alpha^4)} \leq [\tau], \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$$

$$d = \frac{D \cdot 60\%}{100\%} = 0,6D$$

При равнопрочности сплошного и полого валов, сравнивая (1) и (2), получаем

$$\frac{M_{кр}}{0,2 \cdot 40^3} = \frac{M_{кр}}{0,2 \cdot D^3 (1 - \alpha^4)},$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{40^3}{1 - 0,6^4}} = 41,89 \text{ см.}$$

Принимаем $D=42$ мм, $d=25,2$ мм.

Сравниваем вес валов:

$$\eta = \frac{Q_{спл}}{Q_{пол}} = \frac{\gamma \cdot A_{спл} \cdot l}{\gamma \cdot A_{пол} \cdot l} = \frac{\pi \cdot 40^2 \cdot 4}{4 \cdot \pi \cdot 42^2 (1 - \alpha^2)} = 1,417,$$

т.е. при равной прочности сплошного и полого валов расход материала сплошного вала в 1,42 раза больше, чем полого.

Задача 5

Цилиндрическая винтовая пружина, изготовленная из 6-миллиметровой проволоки, имеет 20 витков со средним радиусом 7,5 см. Определить осевую растягивающую нагрузку, которая может быть допущена на пружину, если касательное напряжение в ней не должно превышать 80 МПа. Чему при этом будут равны удлинение пружины и наибольшая удельная работа деформации при $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Решение

Из условия прочности материала проволоки пружины определяем допускаемую нагрузку:

$$\frac{P_{\text{дон}}}{\pi \cdot r^2} + \frac{2 \cdot P_{\text{дон}} \cdot R}{\pi \cdot r^3} \leq [\tau]$$

$$P_{\text{дон}} \cdot \left(\frac{1}{3,14 \cdot 3^2 \cdot 10^{-6}} + \frac{2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-2}}{3,14 \cdot 3^3 \cdot 10^{-9}} \right) \leq 80,$$

$$P_{\text{дон}} \leq 44,44 \text{ Н.}$$

Удлинение пружины определяем по:

$$\lambda = \frac{4P \cdot R^3 \cdot n}{G \cdot r^4} = \frac{4 \cdot 44,44 \cdot 10^{-6} \cdot 7,5^3 \cdot 10^{-6} \cdot 20}{8 \cdot 10^4 \cdot 3^4 \cdot 10^{-12}} = 2314,6 \cdot 10^{-4} \text{ м,}$$

$$\lambda = 23,15 \text{ см.}$$

Удельную работу, совершаемую этой силой при деформации пружины, определяем по:

$$a = \frac{A}{V} = \frac{\frac{P \cdot \lambda}{2}}{2\pi \cdot R \cdot n \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{44,44 \cdot 23,15}{4 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 7,5 \cdot 0,3^2} = 1,93 \frac{\text{Н} \cdot \text{см}}{\text{см}^3} = 19300 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$