

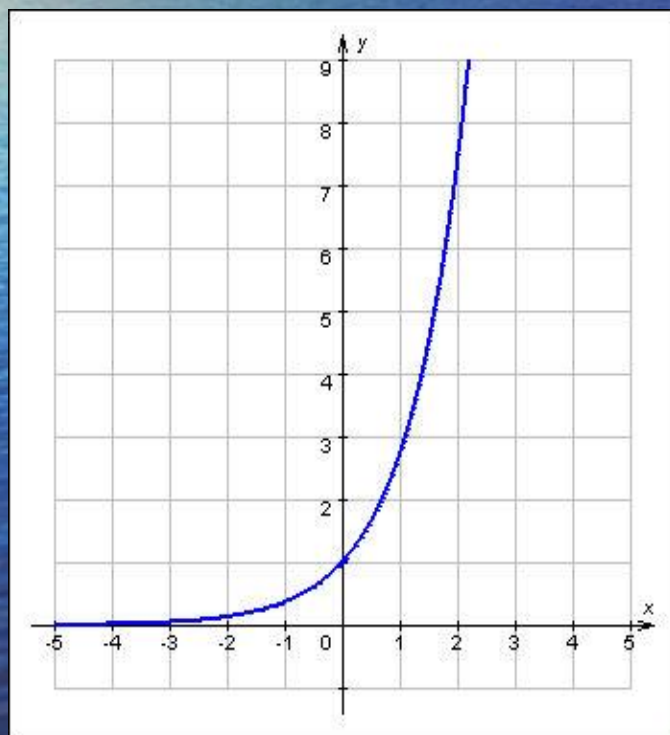
Показательная функция

- *Определение.*

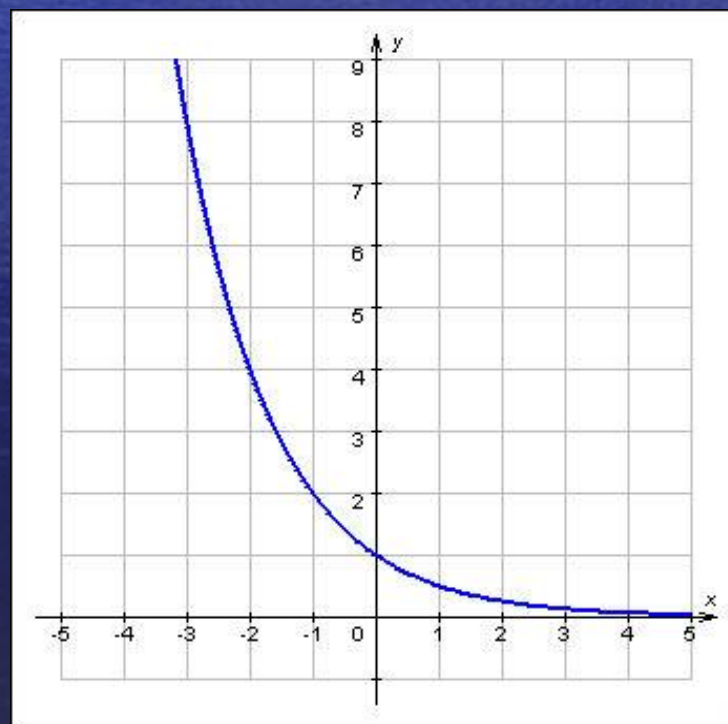
Функция, заданная формулой $y = a^x$ (где $a > 0$, $a \neq 1$, x – показатель степени), называется показательной функцией с основанием a .

График показательной функции.

При $a > 0$:



При $0 < a < 1$:



Свойства показательной функции

при $a > 0$:

- 1. Область определения – множество действительных чисел.
- 2. Область значений – множество положительных действительных чисел.
- 3. Функция возрастает на всей числовой прямой.
- 4. При $x = 0$, $y = 1$, график проходит через точку $(0; 1)$

при $0 < a < 1$:

- 1. Область определения – множество действительных чисел.
- 2. Область значений – множество положительных действительных чисел.
- 3. Функция убывает на всей числовой прямой.
- 4. При $x = 0$, $y = 1$, график проходит через точку $(0; 1)$.

Свойства функции

При $a > 1$, $0 < a < 1$ справедливы равенства:

- 1. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
- 2. $a^x : a^y = a^{x-y}$
- 3. $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$
- 4. $(a/b)^x = a^x / b^x$
- 5. $(a^x)^y = a^{xy}$

Выполни самостоятельно!

1. Постройте график функции

$$y = 3^x$$

2. Сравните числа:

1. 4^2 и 4^3

2. $(0,3)^2$ и $(0,3)^{-3}$


3. Вычислите:

1. $2^{1,3} \cdot 2^{-0,7} \cdot 4^{0,7}$

2. $(27 \cdot 64)^{1/3}$

Показательные уравнения

- Показательными уравнениями называются уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где a – положительное число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому уравнению.



Способы решения показательных уравнений

Первый способ

**Приведение
обеих частей
уравнения к
одному и тому
же основанию.**

Пример:

$$\begin{aligned}2^x &= 32, \\ \text{так как } 32 &= 2^5, \text{ то} \\ \text{имеем:} \\ 2^x &= 2^5 \\ x &= 5.\end{aligned}$$

Второй способ

**Путем введения
НОВОЙ
переменной
приводят
уравнение к
квадратному.**

Пример: $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$

Решение:

Заметив, что $4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$ и $2^{x+1} = 2^x \times 2^1$, запишем уравнение в виде:

$$(2^x)^2 + 2 \times 2^x - 24 = 0,$$

Введем новую переменную $2^x = y$;
Тогда уравнение примет вид:

$$y^2 + 2y - 24 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-24) = 100 > 0, \text{ находим } y_1 = 4, y_2 = -6.$$

Получаем два уравнения:

$$2^x = 4 \quad \text{и} \quad 2^x = -6$$

$$2^2 = 2^2 \quad \text{корней нет.}$$

$$x = 2.$$

Третий способ

**Вынесение
общего
множителя за
скобки.**

Пример:

$$3^x - 3^{x+3} = -78$$

$$3^x - 3^x \times 3^3 = -78$$

$$3^x (1 - 3^3) = -78$$

$$3^x (-26) = -78$$

$$3^3 = -78 : (-26)$$

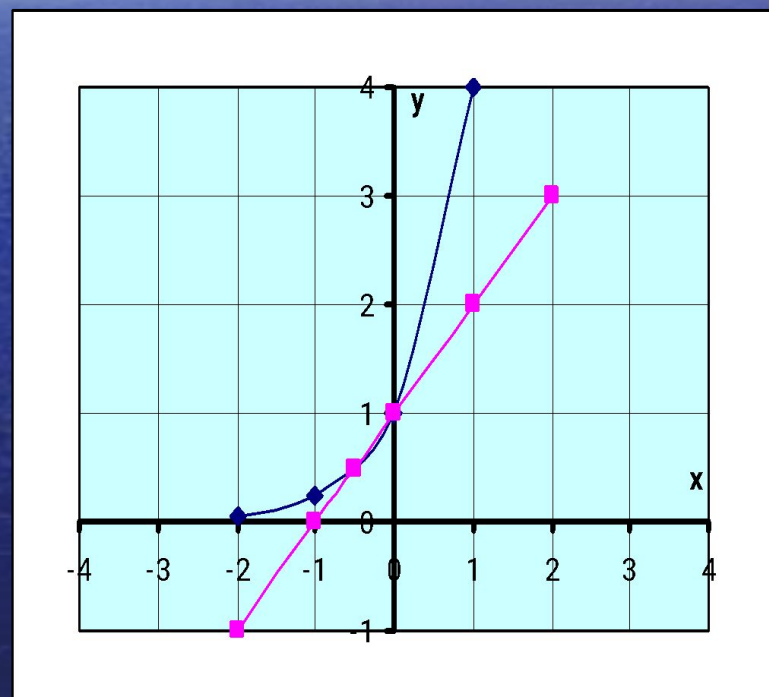
$$3^x = 3$$

$$x = 1.$$

Четвертый способ

Пример: $4^x = x + 1$

Графический:
построение
графиков
функций в
одной
системе
координат



Ответ: $x = -0,5$, $x = 0$.

Выполните самостоятельно!

Решите уравнения:

1) $(\frac{1}{3})^{x+2} = 9$

2) $2^{x-1} = 1$

3) $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$

4) $2^x = x + 3$

5) $4^{x+1} + 4^x = 320$

Показательные неравенства

- *Показательными неравенствами* называются неравенства вида $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, где a – положительное число, отличное от нуля, и неравенства, сводящиеся к этому виду $f(x) > g(x)$.

Свойства показательной функции

- Если $a > 0$,
то показательное неравенство
 $a^{f(x)} > a^{g(x)}$
равносильно
неравенству того
же смысла
 $f(x) > g(x)$.
- Если $0 < a < 1$,
то показательное
неравенство
 $a^{f(x)} > a^{g(x)}$
равносильно
неравенству
противоположног
о смысла
 $f(x) < g(x)$.

Решение показательных неравенств

$$2^{2x-4} > 64$$

$$2^{2x-4} > 2^6$$

$$2x - 4 > 6$$

$$2x > 10$$

$$x > 5$$

Ответ: $x > 5$

$$(0,2)^x \geq 0,04$$

$$(0,2)^x \geq (0,2)^2$$

$$x \leq$$

Ответ: $x \leq 2$

Выполни самостоятельно!

1. $4^{5-2x} \leq 0,25$

2. $0,3^{7+4x} > 0,027$

3. $2^x + 2^{x+2} < 20$

4. $11^{2x+3} \geq 121$

5. $5^{4x+2} \leq 125$

А. Дистервег

- „Развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто желает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением”