1. Matrices

- A *matrix A* is a rectangular array (a table) of scalars (numbers) presented in the following form:

Матрица А – это прямоугольный массив (таблица) скалярных величин (чисел) представленных в следующем виде:

matrix	**матрица**
rectangular	прямоугольный
array	массив
table	таблица
scalar	скаляр
number	число
presented	представленный
following	следующий
form	форма

1. Matrices

- The *rows* of such a matrix *A* are the *m* horizontal lists of scalars.
- The *columns* of *A* are the n vertical lists of scalars.

Ряды такой матрицы A – это m горизонтальных списков скалярных величин.

Столбцы A это n вертикальных списков скалярных величин.

row	**ряд**
such	такой
horizontal	горизонтальный
list	список
column	столбец
vertical	вертикальный

Matrix Addition

- Let A and B be two matrices with the same size.
- The *sum* of A and B is the matrix obtained by adding corresponding elements from A and B.

Пусть A и B – две матрицы одинакового размера.

Сумма A и B– это матрица, полученная сложением соответствующих элементов из A и B.

addition	**сложение**
same	одинаковый
size	размер
sum	сумма
obtain	получать
add	прибавлять
correspond	соответствовать
from	из

Scalar Multiplication

- The product of the matrix *A* by a scalar *k* is the matrix obtained by multiplying each element of *A* by *k*.

Произведение матрицы A на скаляр k это матрица, полученная умножением каждого элемента A на k.

multiplication	умножение
product	произведение
multiply	умножать

Matrix Multiplication

- DEFINITION: Suppose A and B are matrices such that the number of columns of A is equal to the number of rows of B. Then the product AB is the matrix whose ij-entry is obtained by multiplying the ith row of A by the jth column of B.
- *ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Предположим A и B – это матрицы такие, что число столбцов A равно числу строк B. Тогда произведение AB это матрица, чей ij-элемент получен умножением i-ой строки A на j-ый столбец B.*

product	произведение
multiply	умножать
multiplication	умножение
product	произведение

Transpose of a Matrix

- The *transpose* of a matrix A, written A^T, is the matrix obtained by writing the columns of A, in order, as rows.

- Транспонированная матрица A, записываемая A^T, is – это матрица, полученная записыванием столбцов A, в порядке, как ряды.

transpose	Транспонированная
write	писать
order	порядок

Determinants

- Each n-square matrix $A=[a_{ij}]$ is assigned a special scalar called the *determinant* of A, denoted by $\det(A)$ or $|A|$.

Каждой квадратной матрице n порядка $A=[a_{ij}]$ ставится в соответствие специальное число, называемое определителем A, обозначаемое det(A) или $|A|$.

determinant	определитель
square	квадратный
assign	ставить в соответствие, назначать
special	специальный
denote	обозначать

Minors

- Consider an n-square matrix $A=[a_{ij}]$.

Рассмотрим квадратную матрицу n-го порядка.

- Let M_{ij} denote the $(n-1)$-square submatrix of A obtained by deleting its ith row and jth column.

Пусть M_{ij} обозначает квадратную подматрицу A $(n-1)$-порядка полученную удалением ее i-ой строки и j-го столбца.

- The determinant $|M_{ij}|$ is called the *minor* of the element a_{ij} of A

Определитель $|M_{ij}|$ называется минором элемента a_{ij} A

consider	рассматривать
submatrix	подматрица
delete	стирать
is called	называют
minor	минор
element	элемент

Cofactors . Laplace Expansion

- We define the cofactor of a_{ij}, denoted by A_{ij}; as the "signed" minor

Мы определим алгебраическое дополнение a_{ij}, обозначаемое A_{ij}; как минор "со знаком"

- THEOREM : (Laplace) The determinant of a square matrix $A=[a_{ij}]$ is equal to the sum of the products obtained by multiplying the elements of any row (column) by their respective cofactors:

Теорема (Лаплас). Определитель квадратной матрицы $A=[a_{ij}]$ равен сумме произведений, полученных умножением элементов некоторой строки (столбца) на соответствующие алгебраические дополнения.

expansion	разложение
define	определять
cofactor	алгебраическое дополнение
sign	знак
theorem	теорема
any	какой-нибудь
respective	соответствующий

Basic cliches in Math English

- ***Выражение вида A = B можно перевести одним из следующих способов:***
- A is equal to B,
- A equals B,
- A, B are equal
-
- ***Соответственно, A ≠B:***
- A isn't equal to B,
- A doesn't equal B,
- A, B aren't equal

Basic cliches in Math English

- ***В математических текстах очень часто используется let–конструкция***
- • Let ⟨символ, термин⟩ be ⟨термин⟩
  - *Let A be a matrix*
- • Let ⟨символы, термин⟩ be ⟨термин⟩
  - *Let A,B be m×n matrices*
- • Let ⟨символ⟩ be ⟨термин⟩, ⟨символ⟩, ⟨термин⟩
  - *Let A be a matrix, A_j its jth row, and k a scalar*
- Обратите внимание: при таком перечислении опускаются все <let>, <be> после их первого использования

Basic cliches in Math English

- Let ⟨ символ, термин⟩ have ⟨ термин⟩

Let the matrix A have the inverse

Обратите внимание, в этой конструкции используется инфинитив без частицы **to** " ("**have**"),но не «**has**»)

- • Let ⟨формула⟩

$$Let \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Basic cliches in Math English

Для определения новых понятий (терминов) можно использовать конструкции

- •⟨описание понятия⟩ is called ⟨новый термин⟩

A matrix with only one row is called a row matrix

- ⟨понятие⟩ is called ⟨новый термин⟩ if ⟨описание понятия⟩ .

A matrix is called a row matrix if the number of its rows equals 1.

(Обратите внимание: в этих конструкциях определяемое понятие стоит обязательно после «is called».)

Можно использовать более короткую симметричную конструкцию с «is».

- • (**понятие**) is (новый термин), if (описание понятия).

A matrix A is an invertible matrix if there exists a matrix B such that $AB = BA = I$.

- • (новый **термин**) is (понятие) such that (описание понятия).
- *The transpose of a matrix A is the matrix* A^T *such that* $(A^T)_{ij}=(A)_{ji}$

Basic cliches in Math English

Для введения обозначения используются конструкции:

- By (обозначение) denote (термин)

*By A_j **denote** jth row of A.*

Обозначение можно ввести одновременно с определением нового понятия:

- (описание понятия) is called (новый термин) and is denoted by (обозначение)

*The matrix obtained by multiplying of each element of A by k is called the product of the matrix A by a scalar k and **is denoted by kA.***

Test questions

- 1. Give a definition of a matrix.
- 2. What is the size of a matrix?
- 3. Explain the notation a_{ij}.
- 4. Give a definition of a zero matrix.
- 5. Give a definition of matrix equality.
- 6. Give a definition of matrix addition.

Test questions

- 7. Give a definition of scalar multiplication (product of a matrix by a scalar).

- 8. Give a definition of the product of a row and a column.

- 9. Give a definition of matrix multiplication.

- 10. Given $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$. Find $(AB)_{23}$ and BA.

Answers

- 1.Give a definition of a matrix.

Answers

- 1.Give a definition of a matrix.

- A rectangular array of scalars is called *a matrix*. (*A matrix* is a rectangular table of scalars.)

Answers

- 2. What is the size of a matrix?

Answers

- 2. What is the size of a matrix?

- The *size* of a matrix is the pair (m, n), where m is the number of rows and n is the number of columns of the matrix. The size is denoted by $m\times n$.

Answers

- 3. Explain the notation a_{ij}.

Answers

- 3. Explain the notation a_{ij}.

- The entry in the ith row and jth column of a matrix A is denoted as a_{ij}.

(a_{ij} is the element in the ith row and jth column of a matrix A.)

Answers

- 4. Give a definition of a zero matrix.

Answers

- 4. Give a definition of a zero matrix.

- A matrix is called a *zero matrix* if all elements of the matrix are equal to zero.

Answers

- 5. Give a definition of matrix equality.

Answers

- 5. Give a definition of matrix equality.

- Matrices A, *B* are equal, if they have the same size, and corresponding elements of *A* and *B* are equal

Answers

- 6. Give a definition of matrix addition.

Answers

- 6. Give a definition of matrix addition.

- Let A, B be matrices with the same size. The matrix whose elements are the sum of corresponding elements of A and B is called the sum of the matrices A, B and is denoted by $A+B$.

Answers

- 7. Give a definition of scalar multiplication (product of a matrix by a scalar).

Answers

- 7. Give a definition of scalar multiplication (product of a matrix by a scalar).

- Let A be a matrix, k a scalar. The matrix whose elements are the product of each element of A by k is called the *product* of the matrix A by the scalar k and is denoted by kA

Answers

- 8. Give a definition of the product of a row and a column.

Answers

- 8. Give a definition of the product of a row and a column.

- Let A be an $1 \times p$ matrix, B a $p \times 1$ matrix, that is the number of columns of the row $A = \left[a_1, a_2, \ldots, a_p \right]$

equals the number of rows of the column $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_p \end{bmatrix}$

The scalar $a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_p b_p$

is called the product of A and B and

is denoted by AB

Answers

- 9. Give a definition of matrix multiplication.

Answers

- 9. Give a definition of matrix multiplication.

- Let A be an $m \times p$ matrix, B a $p\times n$ matrix, that is the number of columns of A equals the number of rows of B. The product of A and B is the $m \times n$ matrix C by multiplying ith row of A by jth column of B

Answers

- 10. Given $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$.

Find $(AB)_{23}$ and BA.

Answers

- 10. Given $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$.

Find $(AB)_{23}$ and BA.

-
- The matrix AB doesn't exist because the number of columns of A equals 3, but the number of rows of B is 2.

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 \\ 0 & -13 & -2 \end{bmatrix}$$

Adjoint Matrix

- The adjoint matrix of *A*, denoted by adj *A*, is the transpose of the matrix of cofactors of A. Namely,

Присоединенная к матрице A, обозначаемая adj A, это транспозиция матрицы алгебраических дополнений of A.

adjoint	присоединенный

Identity Matrix

- The n-square **identity** or **unit** matrix, denoted by I_n, or simply I, is the n-square matrix with 1's on the diagonal and 0's elsewhere.

Единичная квадратная матрица порядка n, обозначаемая I_n, или просто I, это квадратная матрица порядка n с 1 на диагонали os the n-square matrix with 1's on the diagonal and 0 в других местах.

identity	единичный
unit	единица
simply	просто
diagonal	диагональ
elsewhere	где-то в другом месте

Inverse Matrix

- A square matrix *A* is said to be invertible or nonsingular if there exists a matrix *B* such that

$$AB = BA = I$$

where *I* is the identity matrix. We call such a matrix *B* the inverse of *A* and denote it by A^{-1}.

- Квадратная матрица *A* называется обратимой или несингулярной, если существует матрица *B*, такая, что

$$AB = BA = I$$

invertible	обратимая
nonsingular	несингулярная
exist	существует
inverse	обратная

Linear Equation

- A linear equation in unknowns $x_1, x_2, \ldots x_n$ is an equation that can be put in the standard form $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$ where $a_1, a_2, \ldots a_n$, and b are constants. The constant a_k is called the coefficient of x_k, and b is called the constant term of the equation.

- Линейное уравнение неизвестных $x_1, x_2, \ldots x_n$ это уравнение, которое может быть представлено в форме $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$, где $a_1, a_2, \ldots a_n$ и b – константы. Постоянная a_k называется коэффициентом x_k, и b называется постоянным членом уравнения.

linear	линейный
equation	уравнение
unknown	неизвестная
put	вложить
constant	постоянный
term	член

Linear Equation

- A solution of the linear equation is a list of values for the unknowns such that the following statement (obtained by substituting k_i for x_i in the equation) is true: $a_1k_1 + a_2k_2 + \ldots + a_nk_n = b$. In such a case we say that vector $u = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$ satisfies the equation.

- Решение линейного уравнения – это список значений неизвестных, такой, что следующее высказывание (полученное подстановкой k_i вместо x_i в уравнение) верно $a_1k_1 + a_2k_2 + \ldots + a_nk_n = b$. В этом случае, мы говорим, что вектор *u* удовлетворяет уравнению

solution	решение
value	значение
statement	высказывание
true	истина
say	сказать
vector	вектор
satisfy	удовлетворять

System of Linear Equations

- A system of linear equations is a list of linear equations with the same unknowns. In particular, a system of m linear equations $L_1, L_2, \ldots, L_m$ in n unknowns can be put in the standard form

$$
\begin{aligned}
&L_1: \ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
&L_2: \ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&L_m: \ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m
\end{aligned}
$$

where the a_{ij} and b_i are constants. The number a_{ij} is the coefficient of the unknown x_j in the equation L_i, and the number b_i is the constant of the equation L_i.

- Система линейных уравнений– это множество линейных уравнений с одинаковыми неизвестными. В частности, система m линейных уравнений $L_1, L_2, \ldots, L_m$ с n неизвестными может быть представлена в стандартной форме, где a_{ij} и b_i – постоянные. Величина a_{ij} – коэффициент при неизвестной x_j в уравнении L_i, и величина b_i – это постоянная уравнения L_i.

system	система
list	множество
In particular	в частности
can be put	может быть представлено
standard	стандартный
coefficient	коэффициент

System of Linear Equations

- The system is said to be *homogeneous* if all the constant terms are zero. Otherwise the system is said to be *nonhomogeneous*.
- The system of linear equations is said to be *consistent* if it has one or more solutions, and it is said to be *inconsistent* if it has no solution.

- Система называется *однородной*, если все постоянные члены равны нулю. В противном случае, система называется *неоднородной*
- Система линейных уравнений называется *совместной*, если она имеет одно или более решений, и называется *несовместной*, если она не имеет решений
-

homogeneous	однородный
nonhomogeneous	неоднородный
zero	ноль
otherwise	иначе
consistent	совместный
inconsistent	несовместный

System of Linear Equations

- A linear equation is said to be *degenerate* if all the coefficients are zero.
- A system in *echelon* form has the following form:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{2j_2}x_{j_2} + a_{2j_2+1}x_{j_2+1} + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{rj_r}x_{j_r} + \ldots + a_{rn}x_n + b_r$$

where $1 < j_2 < \ldots < j_r$ and are not zero. The *pivot* variables are .
Note that $r \le n$.
If $r=n$, the echelon form usually is called a *triangular* form.

- Линейное уравнение называется вырожденным, если все коэффициенты равны нулю.
- Система в ступенчатой форме имеет следующий вид

где $1 < j_2 < \ldots < j_r$ и не равны нулю. *Разрешающими* переменными являются . Заметим, что $r \le n$.
- Если $r=n$, ступенчатая форма обычно называется *треугольной* формой.
-

degenerate	вырожденный
echelon	ступенчатый
pivot	разрешающий
variable	переменная
note	заметить
usually	обычно
triangular	треугольный

Elementary Operations

- The following operations on a system of linear equations $L_1, L_2, \dots, L_m$ are called elementary operations. $[L_i \leftrightarrow L_j]$
- 1. Interchange two of the equations. $[kL_i \leftrightarrow L_i]$
- 2. Replace an equation by a nonzero multiple of itself. $[kL_i + L_j \leftrightarrow L_j]$
- 3. Replace an equation by the sum of a multiple of another equation and itself.
- Следующие операции с системой линейных уравнений $L_1, L_2, \dots, L_m$ называются элементарными операциями
- 1. Перестановка двух уравнений.
- 2. Замена уравнения ненулевым кратным его.
- 3. Замена уравнения суммой кратного другого уравнения и его самого. .

operation	операция
elementary	элементарный
interchange	перестановка
replace	замена
multiple	кратное
itself	себя
another	другой