

# **ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ**

**Практическое занятие №6**

**РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕМНЫХ  
РЕЗОНАТОРОВ ВОЛНОВОДНОГО ТИПА**

- **Основные расчетные формулы:**

- 1. Резонансная частота и длина собственных колебаний типа  $E_{mnp}$  и  $H_{mnp}$  в прямоугольном объемном резонаторе

$$f_p = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{\lambda}\right)^2}, \quad (6.1)$$

$$\lambda_{mnp} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{\lambda}\right)^2}}. \quad (6.2)$$

- где  $a, b, \lambda$  – геометрические размеры резонатора;
- $m, n, p$  – индексы, соответствующие типу колебания ( $E_{mnp}$  или  $H_{mnp}$ );
- $\epsilon_a, \mu_a$  – абсолютная диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества, заполняющего резонатор.

- 2. Резонансная частота колебаний в цилиндрическом резонаторе типа  $H_{mnp}$

$$f_{pH_{mnp}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} \sqrt{\left(\frac{\xi_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{\boxtimes}\right)^2}, \quad (6.3)$$

- типа  $E_{mnp}$

$$f_{pE_{mnp}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} \sqrt{\left(\frac{x_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{\boxtimes}\right)^2}, \quad (6.4)$$

- где  $a$  и  $\boxtimes$  – радиус и длина объемного резонатора;  $\xi_{mn}$  –  $n$ -й корень  $m$ -го порядка, при котором функции Бесселя  $m$ -го порядка  $J_m(x) = 0$  (таблица 5.1);  $x_{mn}$  –  $n$ -й корень  $m$ -го порядка, при котором производная функции Бесселя первого рода  $J'_m(x) = 0$   $m$ -го порядка (таблица 5.2);  $p$  – индекс, определяющий число вариаций поля вдоль объемного резонатора.

- 3. Добротность объемных резонаторов:

- для колебаний типа  $H_{101}$  в прямоугольном резонаторе
 
$$Q = \frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \frac{ab\lambda(a^2 + \lambda^2)}{a^3(\lambda + 2b) + \lambda^3(a + 2b)}$$
 , (6.5)

- для колебаний типа  $E_{010}$  в цилиндрическом резонаторе
 
$$Q = \frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \frac{a\lambda}{a + \lambda}$$
 , (6.6)

- для колебаний типа  $E_{011}$  в цилиндрическом резонаторе
 
$$Q = \frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \frac{a\lambda}{2a + \lambda}$$
 , (6.7)

- для колебаний типа  $H_{011}$  в цилиндрическом резонаторе
 
$$Q = \frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \frac{\omega_p^2 \epsilon_a \mu_a \lambda a^2}{\mu_a^2 \frac{\lambda}{a} + \pi^2 \frac{a^2}{\lambda^2}}$$
 . (6.8)

$$Q_i \approx \frac{V_0}{\delta_i S}$$

- Императорская формула определения добротности

- 4. Добротность объемного резонатора, заполненного диэлектриком с потерями

$$Q_d = \frac{1}{1/Q + \operatorname{tg}\Delta} \quad , \quad (6.10)$$

- где  $Q$ - добротность резонатора, обладающего лишь потерями металлических стенок.
- 5. Полоса пропускания объемного резонатора

$$2\Delta f = \frac{f_p}{Q} \quad . \quad (6.11)$$

- **Примеры решения типовых задач**

- 1. Прямоугольный объемный резонатор преселектора приемного устройства имеет размеры, равные  $a=15$  мм,  $b=20$  мм,  $l=35$  мм. Определить резонансную длину волны двух низших типов колебаний. Как они обозначаются?

- Решение

- В прямоугольном резонаторе низшими могут быть колебания типов  $H_{101}$ ,  $H_{011}$  и  $E_{110}$ , у которых один из индексов равен нулю, а два других - единице. Определим резонансную длину волны этих колебаний по соотношению (6.2).
- Подставляя численные данные, найдем резонансные длины волн для указанных типов колебаний:

$$\lambda_{\text{pH}_{101}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3,5}\right)^2}} = 2,76 \quad \text{см,}$$

$$\lambda_{\text{pH}_{011}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{0}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3,5}\right)^2}} = 3,47 \quad \text{см,}$$

$$\lambda_{\text{pE}_{110}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{0}{3,5}\right)^2}} = 2,4 \quad \text{см.}$$

- Таким образом, основным является колебание  $\text{H}_{011}$ , у которого значение  $\lambda_{\text{pE}_{110}}$  наибольшее, за ним следует колебание  $\text{H}_{101}$ .

- 2. Цилиндрический резонатор приемного тракта радиолокационной станции диаметром, равным 8 см и длиной 6 см заполнен диэлектриком с параметрами  $\epsilon = 4,5$  и  $\text{tg}\Delta = 2 \cdot 10^{-4}$   $\gamma = 5,7 \cdot 10^7$  СМ/М

- и . Материал стенок – медь ( ). Какой тип колебаний в резонаторе является основным? Найти резонансную частоту, добротность и полосу пропускания резонатора на этом типе колебаний.

- Решение

- Основным колебанием типа Е в цилиндрическом резонаторе является  $E_{010}$  с резонансной частотой (на основании соотношения (6.4) и таблицы 5.2)

$$\omega_{pE_{010}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{2,405}{a}\right)^2}$$

- Основным колебанием типа Н – Н<sub>111</sub> с резонансной частотой (на основании соотношения (6.5) и таблицы 5.1)

$$\omega_{pH_{111}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{1,841}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2}$$

- Нетрудно убедиться, что  $\left(\frac{2,405}{a}\right)^2 < \left(\frac{1,841}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$
- Поэтому основным является колебание типа E<sub>010</sub> , для которого

$$\omega_{pE_{010}} = \frac{1}{\sqrt{4,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \frac{2,405}{0,04} = 8,5 \cdot 10^9 \quad \text{рад/с,}$$

$$f_{pE_{010}} = \frac{\omega_{pE_{010}}}{2\pi} = \frac{8,5 \cdot 10^9}{2 \cdot 3,14} = 1,35 \text{ ГГц}$$

Для расчета добротности объемного резонатора необходимо найти поверхностное сопротивление  $R_s$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\gamma}} = \sqrt{\frac{8,5 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 5,7 \cdot 10^7}} = 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ Ом/м.}$$

- На основании соотношений (6.6) и (6.8) добротность резонатора

$$Q = \frac{1}{1/\frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \frac{a}{a+b} + \text{tg}\delta} = \frac{1}{1/\frac{1,52 \cdot 10^{10} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 6}{2 \cdot 9,7 \cdot 10^{-3} \cdot (4+6)} + 2 \cdot 10^{-4}} = 4981$$

- .

- Полоса пропускания резонатора определяется по соотношению (6.11)

$$2\Delta f = \frac{2\pi f_p}{Q} = \frac{2\pi \cdot 1,35 \cdot 10^9}{4981} = 1,7 \text{ МГц}$$

- .

- 3. Вычислить первые три резонансные частоты для цилиндрического резонатора перспективного диспетчерского радиолокатора диаметром  $d=6$  см и / длиной  $l=4$  см.

- Решение

- Основным колебанием типа E в цилиндрическом резонаторе является  $E_{010}$  при  $m=0$ ,  $n=1$ ,  $p=0$  На основании соотношения (6.4) и таблицы 5.2

$$f_{pE_{010}} = \frac{x_{01}}{2\pi a \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{2,405}{2\pi \cdot 0,04 \sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 2,87 \text{ ГГц} \quad \cdot$$

- Для H- колебания  $H_{111}$  с резонансной частотой (на основании соотношения (6.5) и таблицы 5.1)

$$f_{pH_{111}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} \sqrt{\left(\frac{1,841}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} \sqrt{\left(\frac{1,841}{0,04}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{0,07}\right)^2} = 3,07 \text{ ГГц}$$

- Далее аналогично для  $E_{110}$

$$f_{pE_{110}} = \frac{x_{11}}{2\pi a\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} = \frac{3,832}{2\pi \cdot 0,03\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 4,57 \text{ ГГц}$$

- 4. Какую длину должен иметь цилиндрический объемный резонатор радиусом  $a=5$  см при условии существования в нем колебаний  $H_{111}$  и  $E_{110}$ .

- Решение

- По условию задачи  $f_{pH_{111}} = f_{pE_{110}}$

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} \sqrt{\left(\frac{\xi_{111}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_a\mu_a}} \frac{x_{11}}{a}$$

- Возведя обе части в квадрат и сделав соответствующие преобразования, можно

получить 
$$\frac{\pi a}{\sqrt{(x_{11})^2 + (y_{11})^2}} = \frac{\pi \cdot 0,05}{\sqrt{(3,832)^2 + (1,841)^2}} \approx 3,67$$

- **Контрольные вопросы:**

- 1. Какие типы колебаний могут существовать в объемных резонаторах волноводных типов?
- 2. Почему объемный резонатор может быть представлен моделью в виде бесконечного числа колебательных контуров с сосредоточенными параметрами?
- 3. От каких факторов зависит добротность объемного резонатора?
- 4. Какая резонансная частота является основной частотой объемного резонатора?
- 5. Какой тип колебаний в объемном резонаторе называется простейшим, а какой – основным?
- 6. Как определить резонансную частоту в прямоугольных объемных резонаторах?
- 7. Как определить резонансную частоту в цилиндрических объемных резонаторах?
- 8. Почему колебание  $E_{010}$ , являясь простейшим в цилиндрическом объемном резонаторе, практически не используется?
- 9. Какое из E- колебаний наиболее часто используется в цилиндрическом объемном резонаторе?
- 10. Какие существуют методы настройки и возбуждения объемных резонаторов?

-