Теоретические основы курса математики

Величина

Величина

- Понятие «величина»
- Измерение величин
- Виды величин
- Частные виды величин:

Длина
Масса
Площадь
Объем
Время

Понятие «величина»

Понятие «величина» является одним из основных понятий в приложениях математики к окружающему миру.

Каждый объект или явление, с которыми людям приходится сталкиваться повседневно, обладают различными свойствами.

Этими свойствами обладают и различные объекты в различной степени и, кроме того, могут меняться с течением времени.

Чтобы дать научное обоснование происходящим процессам, нужно уметь их оценивать.

Выявить содержание понятия «величина»

Дано:

- Множество отрезков
- Множество прямоугольников
- Множество пакетов с продуктами

Каким общим свойством обладают:

- Отрезки
- Прямоугольники
- Пакеты?

- Протяженность
- Занимать место на плоскости
- Инертность

- Приведите примеры других свойств, по которым можно сравнивать объекты или явления.

- Продолжительность, длительность
- Численность
- Вместимость

И др.

Даны два высказывания, в которых используется слово «протяженность».

- Многие окружающие нас предметы обладают свойством протяженность.
- Стол обладает свойством протяженности.

В первом предложении утверждается, что данным свойством обладают объекты некоторого класса.

Во втором речь идет о том, что данным свойством обладает конкретный объект из этого класса.

Можно сказать, что термин «протяженность» употребляется для обозначения *свойства* либо класса объектов, либо конкретного объекта из этого класса.

- Обладают ли объекты названного класса другими свойствами?
- Назовите их:

быть изготовленным из дерева или металла;

иметь разную форму;

иметь разное назначение.

Чем отличается свойство «протяженность» от перечисленных?

Свойство «иметь протяженность» – особое свойство объектов,

Оно проявляется, когда объекты сравнивают по их длине.

Говорят, что один стол может быть длиннее или короче другого, чего не скажешь о других названных свойствах.

В процессе сравнения устанавливают, что либо длина двух объектов одинакова, либо длина одного меньше длины другого.

Названные свойства имеют более привычные научные названия

- Протяженность
- Занимать место на плоскости
- Инертность
- Продолжительность, длительность
- Численность
- Вместимость

- Длина
- Площадь
- Масса
- Время
- Количество
- Объем

Перечисленные свойства получили в математике название **величина**.

Определение

1-е значение.

- Под величиной понимается свойство предметов или явлений, по которому их можно сравнивать.

или

- Под понятием величина понимается свойство предмета, объекта, которое можно измерить, исчислить: длина, объем, скорость, время и т.д.

В этом значении термин «величина» является родовым понятием для видовых понятий: «длина», «объем», «время» и др.

- Множество объектов, обладающих данным свойством, называется **областью определения величины**.

Задание

Какова область определения величины:

- длина
- масса
- площадь?

- Множество отрезков
- Множество грузов
- Множество фигур

2-е значение.

- В математике обычно имеют дело не с самой величиной, а ее моделью – **значением величины**.
- «Значение величины» – это количественная характеристика свойства предмета, выраженная в единицах измерения.
- Для определения значения величины следует ее измерить.

Способы сравнения величин

- **Непосредственное сравнение**

Можно установить, равны они или нет непосредственно сравнивая сами величины.

Если величины не равны, то можно указать, какая из них меньше, а какая больше.

- **Опосредованное сравнение**

Для получения более точного результата сравнения и ответа на вопрос «На сколько меньше (больше)?», необходимо величины измерить, то есть провести сравнение с помощью мерки.

Измерение величин

Измерением величины называется отображение множества, являющегося областью определения величины во множество чисел R_+, при котором выполняются следующие условия:

- *Существование единицы измерения*

Выделяется элемент величины **е**, принимаемый за единицу измерения. f(e)=1

- *Инвариантность меры*

Равным элементам множества ставится в соответствие одно и тоже число.

- *Аддитивность меры*

Если величина равна сумме нескольких величин, то ее мера равна сумме мер слагаемых величин.

- *Монотонность меры*

Меньшая величина имеет меньшую меру.

Способы измерения

Измерение - вид деятельности, направленный на определение величины условного объекта.

Объект измерения - измеряемая величина,

Средство измерения - выбранная мерка.

Цель измерения - определить величину предмета, выразить ее числовым значением.

Результат измерения - установить численное отношение между измеряемой величиной и заранее выбранной единицей измерения.

Различают:

- **Непосредственное измерение** – сравнение величины с ее частью, установление отношения между величиной и ее частью, определение сколько раз часть укладывается в данной величине
- **Косвенное измерение** – нахождение численного значения величины с помощью математических операций.

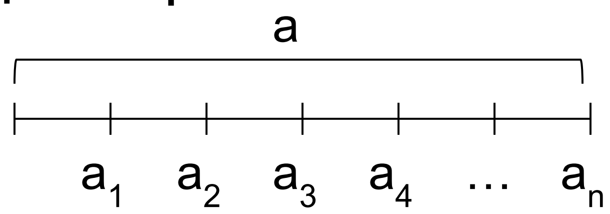
- Измерение различных величин в техническом отношении носит различный характер.
- Однако в основе любого измерения лежит один и тот же принцип:

измеряемый объект сравнивается с эталоном, то есть с предметом или явлением, величина которого принята за единицу измерения.

- В результате сравнения получается число, характеризующее измеряемую величину.

Процесс измерения рассмотрим на примере измерения величины «длина»

Дан отрезок ***a***



Говорят, что отрезок ***a*** разбит на отрезки $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, …, $\boldsymbol{a}_n$, если он является их объединением и никакие два из них не имеют общей внутренней точки, хотя могут иметь общие концы.

Тогда отрезок ***a*** называется значением суммы данных отрезков.

$a=a_1+a_2+\ldots+a_n$

$$a = \sum_{1}^{n} a_i$$

Пусть е – **единичный отрезок** или **единица измерения** длины или **мерка**.

Если отрезок **а** разбит на **n** отрезков, каждый из которых конгруэнтен **е**, то говорят, что отрезок **а** кратен отрезку **е**.

Тогда **n** называется **значением длины** или **мерой** отрезка **а** при единичном отрезке **е**.

Символическая запись $m_e(a)=n$

Свойства измерения

- Если $m_e(a)=n$, то $a\cong ne$ (a состоит из n отрезков, конгруэнтных e).
- Если e и f два единичных отрезка и e=f, то $m_e(a)= m_f(a)$ (мера отрезка a не меняется при замене единичного отрезка на конгруэнтный ему отрезок).
- Если a=ne и a=nf, то e=f.
- Если a=ne и a=me, то n=m (один и тот же отрезок не может иметь двух различных мер при заданной единице измерения).
- Если a=b, то $m_e(a)= m_e(b)$ (если отрезки конгруэнтны, то их меры равны).
- Если $m_e(a)= m_e(b)$, то a=b (если меры равны, то отрезки конгруэнтны).

Виды величин

1. <u>По области определения</u> выделяют **аддитивные** и **не аддитивные** величины:

Если во множестве определения величин выполнима операция «сложения» или «расчленения», то величина называется **аддитивной**

Например: длина, масса и др.

Если во множестве данные операции не выполнимы величина называется **не аддитивная**

Например: хронологическое время.

2. По множеству значений величины бывают:

непрерывные, если множеством значений является множество действительных чисел

Например: масса предмета, площадь фигуры.

дискретные, если множеством значений величины является множество натуральных чисел

Например: количество предметов.

3. По способу обозначения выделяют:

скалярные, которые определяются одним числовым значением.

К ним относятся: протяженность, площадь, объем, время и др.;

векторные, которые определяются не только числовым значением, но и направлением

Например: сила, ускорение.

4. По выражаемым свойствам объектов величины бывают:

однородные - выражают одно и тоже свойство объектов некоторого множества;

разнородные - выражают различные свойства объектов.

5. По некоторым свойствам объектов выделяются **геометрические** величины.

Геометрические величины - это свойства геометрических фигур, характеризующие их форму и размеры.

К ним относятся: длина, площадь, объем и величина угла.

- Величины не существуют в отрыве от реальности, их вводят в ходе познания для наблюдений за происходящими изменениями в природе и обществе.
- Дети знакомятся со свойствами, общими для всех **скалярных** величин, то есть величин, характеризуемых только числовым значением.
- Замечание

Говоря о величинах, необходимо четко различать:

объект или явление, к которому относится величина;

саму величину, как свойство объекта или явления;

числовое значение величины.

В обыденной речи и даже в математической такая четкость не всегда соблюдается.

Понятия «величина» и «числовое значение величины» часто отождествляются, что недопустимо.

- Некорректное использование термина «величина» объясняется, прежде всего, тем, что обозначаемое им понятие не является чисто математическим.

Его применение во многих областях знаний (физике, химии, астрономии и др.) привело к употреблению этого термина в различных смыслах.

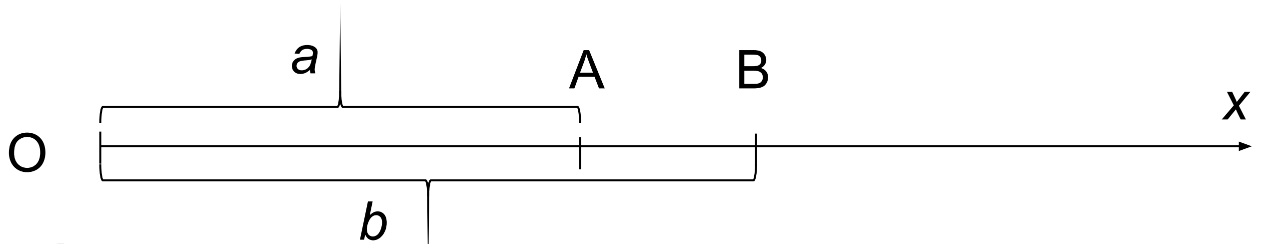
Произошло смешение понятий «величина» и «измерение величины».

Частные виды величин
Длина отрезка и ее основные свойства

Длина является величиной, характеризующей пространственную протяженность объектов.

Длины всевозможных отрезков образуют некоторое множество *L.*

Рассмотрим луч *Ox,* на котором от начала *O* отложены всевозможные отрезки.



Пусть *A* - произвольная точка, принадлежащая лучу.

Будем считать, что *A* изображает длину *a* отрезка *OA.*

Пусть *b* - длина, характеризующая произвольный отрезок *MN.*

Отложим на луче *Ox* отрезок *OB,* равный отрезку *MN.*

Точка *B* будет соответствовать длине *b.*

- Справедливы утверждения:

\- каждая точка луча изображает некоторую длину;

\- разные точки изображают разные длины;

\- каждая длина изображается некоторой точкой. Таким образом, между множеством длин отрезков *L* и множеством точек луча *Ox* установлено взаимно однозначное соответствие.

- На множестве *L* легко определить отношение «меньше», которое будет являться отношением порядка.

Длина *a* меньше длины *b* тогда и только тогда, когда на луче *Ox* точка *A* лежит между точками *O* и *B.*

- Таким образом, множество длин *L* с введенным на нем отношением «меньше» и операцией сложения (L,<,+) является примером конкретной системы положительных скалярных величин.

Процесс измерения длин отрезков

Дано множество отрезков

Выберем какой-нибудь отрезок *e* и примем его за единицу длины.

На отрезке *a* от одного из его концов отложим последовательно отрезки равные *e,* до тех пор, пока это возможно.

- Если отрезки, равные *e* отложились *n* раз, и конец последнего совпал с концом отрезка *e,* то говорят, что значение длины отрезка *a* есть натуральное число *n,* и пишут:

  $a = ne.$
- Если отрезки, равные *e,* отложились *n* раз, и остался еще остаток, меньший *e,* то на нем откладывают отрезки равные $e_1 = 1/10e$.
- Если они отложились точно n_1 раз, то говорят, что значение длины отрезка *a* есть конечная десятичная дробь, и пишут

  $a = n{,}n_1e$
- Если отрезок e_1 отложился n_1 раз, и остался еще остаток меньший e_1, то на нем откладывают отрезки, равные $e_2 = 1/100e$.
- Если они отложились точно n_2 раз, то говорят, что значение длины отрезка *a* есть конечная десятичная дробь, и пишут

  $a = n{,}n_1n_2e$ и т.д.

Если представить этот процесс бесконечно продолженным, то получим, что значение длины отрезка *а* есть бесконечная десятичная дробь.

Итак, при выбранной единице, длина любого отрезка выражается действительным числом.

Верно обратное утверждение:

если дано положительное число $n,n_1n_2...$, то, взяв его приближение с определенной точностью и проведя построения, отраженные в записи этого числа, получим отрезок, численное значение которого есть дробь: $n,n_1n_2....$

Данное утверждение есть одно из основных свойств отрезков:

при выбранной единице длины длина любого отрезка выражается положительным действительным числом, и для любого положительного действительного числа есть отрезок, длина которого выражается этим числом.

Перечисленные свойства *определили* аддитивно-скалярную величину - *длина.*

Чтобы измерить длину отрезка, нужно иметь единицу длины.

Такой единицей может служить длина произвольного отрезка.

Результатом измерения длины отрезка является неотрицательное действительное число.

Это число называют численным значением длины отрезка при выбранной единице длины или просто длиной.

На практике для измерения длин отрезков используют различные инструменты, например, линейка с нанесенными на ней единицами длины.

- В процессе измерения длин отрезков построено отображение $M \to R_+$ множества длин отрезков М во множество положительных действительных чисел R_+
- Данное отображение обладает следующими свойствами:

1 . *Существование единицы длины.*

Существует отрезок *е* длина которого принимается за единицу

$m(e) = 1$.

2. *Свойство инвариантности длины.*

Равные длины при выбранной единице выражаются равными числами

$(\forall a, b \in M)(a = b \Rightarrow m_e(a) = m_e(b))$.

3. *Свойство аддитивности длины.*

Число, соответствующее сумме длин, равно сумме чисел, соответствующих слагаемым, то есть для любых длин $a_1, a_2, \ldots, a_n$ выполняется условие

$a = a_1 + a_2 + \ldots + a_n \Rightarrow m_e(a_1) + m_e(a_2) + \ldots + m_e(a_n)$

4. *Свойство монотонности длины.*

Длина меньшего отрезка выражается меньшим числом

$(\forall a, b \in M)\ (a < b \Rightarrow m_e(a) < m_e(b))$.

Единицы длины

миллиметр (мм), сантиметр (см), дециметр (дм), метр (м) и километр (км).

- Соотношения между единицами длины:

10 мм = 1см

10 см = 1дм

10 дм = 1м

1000 м = 1км

Величина угла и ее измерение

При измерении величин углов строится отображение $M \to R_+$ множества величин углов M во множество положительных действительных чисел и данное отображение обладает следующими свойствами:

1. *Существование единицы численного значения величины угла*. Существует единица измерения величины угла e – 1° градус

$$m(e) = 1.$$

2. *Свойство инвариантности численного значения величины угла*. Если два угла равны, то меры их величин при выбранной единице также равны

$$(\forall a, b \in M)(a = b \Rightarrow m_e(a) = m_e(b)).$$

3. *Свойство аддитивности численного значения величины угла*. При сложении величин углов меры их складываются

$$a=a_1+a_2+\ldots+a_n \Rightarrow m_e(a_1) + m_e(a_2)+\ldots+ m_e(a_n).$$

4. *Свойство монотонности численного значения величины угла*. Больший угол имеет большую меру

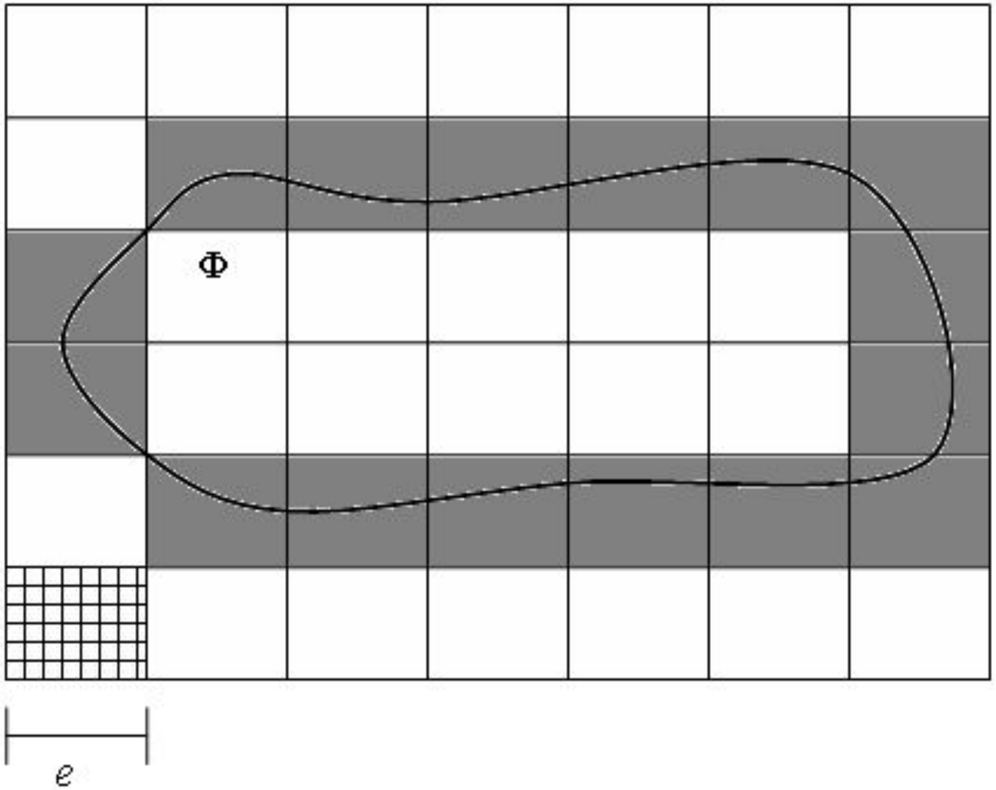
$$(\forall a, b \in M)\ (a<b \Rightarrow m_e(a) < m_e(b)) .$$

На практике за единицу измерения величины угла принимают градус – часть прямого угла. Один градус записывают так: 1˚. Величина прямого угла равна 90˚, величина развернутого – 180˚.

Градус делится на 60 минут, а минута на 60 секунд. Одну минуту обозначают 1', одну секунду – 1''. Так, если мера величины угла равна 5 градусам 3 минутам и 12 секундам, то пишу 5˚3'12''. Если нужна большая точность в измерении величин углов, используют и доли секунды.

Площадь плоской фигуры. Способы измерения площадей

Пусть *M* – множество фигур на плоскости, имеющих замкнутый контур, и – одна из таких фигур, площадь которой надо измерить. По отношению к фигуре будем различать внутренние и внешние точки, а также точки контура. Далее через произвольную точку плоскости проведем две взаимно перпендикулярные прямые (оси) и выберем единичный отрезок *e*. Откладывая на каждой прямой отрезки, равные единичному, и проводя через их концы прямые, параллельные осям, получим на плоскости сеть квадратов, площадь каждого из которых равна единице.



Заштрихуем те квадраты, через которые проходит контур фигуры Φ.

Тогда по отношению к фигуре выделяются квадраты трех видов:

- квадраты, целиком состоящие из внутренних точек фигуры Φ;
- квадраты, состоящие как из внутренних, так и внешних точек фигуры Φ (на рисунке они закрашены);
- квадраты, не содержащие внутренних точек фигуры Φ.

В математике находят приближенное значение площади фигуры Ф с помощью палетки.

$$S(\Phi) \approx \left(m + \frac{k}{2} \right) e^2$$

Здесь *m* – число единичных квадратов целиком лежащих внутри фигуры, *k* – число единичных квадратов, через которые проходит контур фигуры Ф.

Итак, приближенное значение площади фигуры равно сумме числа квадратов, целиком лежащих внутри фигуры Ф, и половине числа квадратов, через которые проходит контур этой фигуры.

В ходе описанных рассуждений построено отображение $M \to R_+$ множества квадрируемых фигур M во множество положительных действительных чисел, которое обладает следующими свойствами:

1. *Существование единицы площади*. Значение площади единичного квадрата $E=e^2$ равно единице, то есть

$$S(e) = 1.$$

2. *Свойство инвариантности площади*. Если два фигуры равны, то меры их величин при выбранной единице также равны

$$(\forall \Phi_1, \Phi_2 \in M)(\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow S_E(\Phi_1) = S_E(\Phi_2)).$$

Справедливость этого утверждения следует из определения равенства геометрических фигур. Действительно, равными в геометрии считаются любые фигуры, которые при наложении могут быть совмещены.

3. *Свойство аддитивности площади*. При сложении фигур их площади складываются

$$(\forall \Phi \in M)(\Phi = \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \ldots \cup \Phi_n \Rightarrow$$
$$S_E(\Phi) = S_E(\Phi_1) + S_E(\Phi_2) + \ldots + S_E(\Phi_n)).$$

4. *Свойство монотонности площади*. Большая фигура имеет большую площадь

$$(\forall \Phi_1, \Phi_2 \in M)(\Phi_1 > \Phi_2 \Rightarrow S_E(\Phi_1) > S_E(\Phi_2))..$$

- Фигуры $Ф_1$ и $Ф_2$ называются ***равновеликими***, если их площади равны.
- Фигуры F и $Ф$ называются ***равносоставленными***, если существуют фигуры F_1, F_2, …, F_n и $Ф_1$, $Ф_2$, … $Ф_n$ такие, что выполняются условия:

1) $F = F_1 \cup F_2 \cup \ldots \cup F_n$ и $\Phi = \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \ldots \cup \Phi_n$

2) $F_1 = \Phi_1$ $F_2 = \Phi_2$ … $F_n = \Phi_n$

3) фигуры $F_1, F_2, \ldots, F_n$ и фигуры $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n$

не имеют попарно общих внутренних точек.

Из рассмотренных свойств площади следует, что равносоставленные плоские фигуры всегда равновелики. Однако, обратное утверждение не всегда справедливо.

Прием измерения площадей фигур при помощи палетки, описанный выше, имеет целый ряд недостатков. Он неточен, громоздок и пригоден только для небольших фигур. Поэтому в математике с древнейших времен шел поиск косвенных путей измерения площадей.

Для вычисления *площади треугольника* используют формулу:

$$S = \frac{1}{2}ah$$

где *a* – численное значение длины основания, *h* – численное значение длины высоты, проведенной к основанию;

Для вычисления *площади параллелограмма* можно использовать формулу:

$S=ah$, где a – численное значение длины основания, h – численное значение длины высоты, проведенной к основанию.

Площадь прямоугольника вычисляется по формуле:

$S=ab$, где a, b – численные значения длин сторон прямоугольника.

Площадь квадрата: $S=a^2$, где a – численное значение длины стороны квадрата.

Площадь трапеции: $S=(a+b\ /\ 2) \cdot h$, где a, b – численные значения длины оснований, h – высота.

Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней, а *площадью боковой поверхности призмы* – сумма площадей ее боковых граней. Площадь $S_{полн}$ полной поверхности выражается через площадь $S_{бок}$ боковой поверхности и площадь $S_{осн}$ основания призмы формулой:

$$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$$

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы:

$$S_{бок} = Ph$$

Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней, а площадью боковой поверхности пирамиды – сумма площадей ее боковых граней. Поэтому

$$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$$

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна произведению периметра основания на апофему:

$$S_{бок} = \frac{1}{2} P h_{бок}$$

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению половины длины окружности основания на высоту цилиндра

$$S_{бок} = 2\pi rh$$

где *r* – длина радиуса окружности основания, *h* – длина высоты.

Площадью полной поверхности цилиндра называется сумма площадей боковой поверхности и двух оснований

$$S_{цил} = 2\pi r(r + h)$$

Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую

$$S_{бок} = \pi r l$$

где *r* – длина радиуса окружности основания, *l* – длина образующей.

Для вычисления *площади* $S_{кон}$ *полной поверхности конуса* имеется формула

$$S_{кон} = \pi r \left(l + r \right)$$

Площадь сферы: $S = 4\pi R^2$ где *R* – радиус сферы.

При решении практических задач используют следующие единицы площади: квадратный сантиметр ($см^2$), квадратный миллиметр ($мм^2$), квадратный дециметр ($дм^2$), в квадратный метр ($м^2$) и в квадратный километр ($км^2$).

Так же площадь можно измерять в арах и гектарах.

Ар – это площадь квадрата со стороной 10 м.

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$$

Гектар – это площадь квадрата со стороной 100 м.

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

Данными единицами измеряют площадь полей, лесов, поселков и небольших городов.

Объем тела. Измерение объемов

Теория измерения объемов может быть построена совершенно аналогично изложенной теории измерения площадей. Для этого вводится понятие «единичного куба», то есть куба, ребра которого параллельным осям координат и равны единичному отрезку .

В ходе описанных рассуждений построено отображение $M \to R_+$ множества кубируемых фигур M во множество положительных действительных чисел, которое обладает следующими свойствами:

1. *Существование единицы объема*. Значение объема единичного куба рано единице, то есть $V(e) = 1$.
2. *Свойство инвариантности объема* Объемы равных фигур при выбранной единице измерения выражаются одним и тем же числом:

$$(\forall \Phi_1, \Phi_2 \in M)(\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow V_E(\Phi_1) = V_E(\Phi_2)).$$

3. *Свойство аддитивности объема*. При сложении фигур их объемы складываются

$$(\forall \Phi \in M)(\Phi = \Phi_1 \cup \Phi_2 \cup \ldots \cup \Phi_n \Rightarrow$$
$$V_E(\Phi) = V_E(\Phi_1) + V_E(\Phi_2) + \ldots + V_E(\Phi_n)).$$

4. *Свойство монотонности объема*. Большая фигура имеет больший объем

$$(\forall \Phi_1, \Phi_2 \in M)(\Phi_1 > \Phi_2 \Rightarrow V_E(\Phi_1) > V_E(\Phi_2))..$$

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту или произведению трех его измерений (*a*, *b*, *c*)

$$V=a \cdot bc$$

Объем призмы равен произведению площади основания на высоту

$$V = S_{осн}h$$

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Объем пирамиды равен одной трети произведению площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

Объем конуса равен одной трети произведению площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

где *r* – длина радиуса окружности основания, *h* – длина высоты.

Объем шара радиуса R равен $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Масса тела и ее измерение

Масса тела – одна из основных физических величин, определяющая инерционные и гравитационные свойства материи.

Понятие массы тела тесно связано с понятием веса – силы, с которой тела притягивается Землей. Поэтому вес тела зависит не только от самого тела. Например, он различен на разных широтах: на полюсе тело весит на 0,5% больше, чем на экваторе. Однако при своей изменчивости вес обладает особенностью: отношение весов двух тел в любых условиях остается неизменным. Масса тела везде одинакова. Вес тела измеряют на пружинных весах (динамометрах), а массу – на чашечных или электронных.

Процесс измерения масс называется *взвешивание*. Производится с помощью весов и заключается в следующем. Выбирается тело *Е*, масса которого *е* принимается за единицу измерения. Основной единицей измерения массы является *килограмм*. Используются также дольные и кратные единицы массы. По ним изготовляют гири – специальные тела, выбранные в качестве единиц измерения.

На одну чашу весов кладут тело, которое измеряют, а на другую гири. Гирь должно быть столько, чтобы чашки весов уравновесились. В результате взвешивания получается число, характеризующее массу тела. В настоящее время рычажные весы заменяются электронными, на которых для взвешивания тел гири не используются.

Таким образом, в процессе взвешивания строится отображение $M \to R_+$ множества масс M во множество положительных действительных чисел R_+, при котором выполняются следующие свойства:

1. *Существование единицы численного значения массы*. Масса эталона равна 1

$$m\,(e) = 1\ .$$

2. *Свойство инвариантности массы.*

Масса одинакова у тел, уравновешивающих друг друга на весах.

$$(\forall a, b \in M)(a = b \Rightarrow m_e\,(a) = m_e\,(b))\ .$$

3. *Свойство аддитивности массы.*

Если какое-то тело, например, *C*, на чашках рычажных весов уравновешивается телами *A* и *B*, то говорят, что масса тела *C* равна *сумме масс тел A* и *B*

$$C=A+B \Rightarrow m_e\,(C) = m_e\,(A)+\ldots+m_e\,(B)$$

4. *Свойство монотонности массы.*

Масса тела *A меньше* массы тела *B* , если чашка весов с телом *A* опустилась, а с телом *B* поднялась и стала выше.

$$(\forall a, b \in M)\ (a<b \Rightarrow m_e\,(a) < m_e\,(b))\ .$$

Время и его измерение

Время как объективная реальность характеризует длительность и темп протекания реальных процессов, а также их последовательность.

Термин «время» обозначает две различные величины:

1) время как длительность какого-либо процесса или явления;

2) время хронологическое, то есть время, прошедшие до или после некоторого фиксированного начала отчета.

Следует иметь в виду, что время – длительность является аддитивно-скалярной величиной, а время – дата только скалярной, так как хронологическое время не аддитивно (сумма двух дат вообще не имеет смысла).

Говоря о времени, мы будем имеем в виду промежутки времени фиксированной продолжительности. Промежутки времени можно сравнивать, складывать, вычитать, умножать на положительное действительное число, делить.

Например, на один и тот же путь велосипедист затратит больше времени, чем автомобилист. Лекция в университете длится столько же времени, сколько два урока в школе.

Поскольку для указанных действий выполняются свойства, схожие со свойствами длины, площади и массы, то в математике и физике время считают скалярной величиной.

Из рассмотренных выше ситуаций следует вывод о том, что можно построить отображение $M \to R_+$ множества промежутков времени M во множество положительных действительных чисел R_+, при котором выполняются следующие свойства:

1. *Существование единицы времени*. Время эталона равно 1

$$m\,(e) = 1\ .$$

2. *Свойство инвариантности времени.*

Равные промежутки времени имеют равную длительность.

3. *Свойство аддитивности времени.*

Если процесс C распадается на отдельные периоды A и B, то длительность периода C является суммой длительностей периодов A и B

$$C=A+B \Rightarrow m_e\,(C) = m_e\,(A)+\ldots+ m_e\,(B)$$

4. *Свойство монотонности времени.*

Меньший промежуток времени имеет меньшую длительность. $(\forall a,\, b \in M)\ (a<b \Rightarrow m_e\,(a) < m_e\,(b))$.

Процесс измерения времени значительно сложнее измерения длин, площадей, объемов и масс. Так, за единицу времени не может быть взят произвольный промежуток, а только такой, который связан с периодически повторяющимся процессом. Поэтому существующее измерение времени основано на учете вращения Земли вокруг оси и обращения Земли вокруг Солнца.

За основную единицу времени в астрономии приняты *сутки* – промежуток, равный времени обращения Земли вокруг своей оси. Сутки и их доли (часы, минуты и секунды) используются при измерении коротких промежутков времени.

Поскольку вращение Земли вокруг оси отличается, хотя и незначительно, от равномерного, то астрономические сутки как единица времени не обладает достаточной точностью. Поэтому в СИ за единицу времени принята *секунда*, определение которой связано с периодом излучения атома цезия – 133. Для измерения больших промежутков времени служит другая единица, основанная на движении Земли вокруг Солнца – *тропический год*.

Система счета длительных промежутков времени называется *календарем*. За многовековую историческую практику было разработано и использовалось много различных календарей. Тем не менее, все используемые календари можно разделить на три основные группы: *солнечные*, *лунные* и *лунно-солнечные*.

В основе солнечных календарей лежит продолжительность тропического года, а в основе лунных – продолжительность *лунного месяца*, то есть промежутка времени между одинаковыми фазами Луны. Лунно-солнечные календари основаны на обоих этих периодах.

Примером лунного календаря служит *магометанский календарь*. Год в нем состоит из 12 лунных месяцев и содержит 354 или 355 средних солнечных суток.

В еврейском лунно-солнечном календаре год состоит из 12 месяцев (354 дней) или из 13 месяцев (384 дней). Кроме того, есть годы «недостаточные» (353 или 383 дня) и «избыточные» (355 или 385 дней).

Современный календарь, которым пользуются в большинстве стран, является солнечным с основной единицей времени – тропический год. Продолжительность тропического года – 365,2422 средних солнечных суток.

Начало календарного года (Новый год) – понятие условное. В России, например, до XV в. первым днем года считали 1 марта, что было связано с началом полевых работ, а с XV в. до 1700 г. – 1 сентября. Затем Указом Петра I Русское государство перешло на другое летоисчисление. Годы стали считать не от «сотворение мира», а от «Рождества Христова», и началом года стало 1 января.

Выбор начала счета годов, то есть установление эры, также является условным. В прошлом существовало около 200 различных эр. Они связывались либо с реальными событиями (войнами, олимпиадами, возведением на престол монархов), либо с религиозными («сотворение мира», «»всемирный потоп» и т. п.).

Счет лет от «Рождества Христова» был предложен монахом Дионисим в 1284 г. «от основания Рима». Он объявил, что Христос родился 532 г. назад и следующие годы предложил нумеровать как 533, 534 и т. д.

Деление суток на 24 часа было введено в Древнем Египте. Минута и секунда использовались в Древнем Вавилоне и были заимствованы из шестидесятеричной системы счисления.