

# Семинар **2**

модуль **12-ОРМ**

Операционный менеджмент

## Определение уровня качества

Автор: Маркова Екатерина,  
Тьютор, Moscow Business School

# Тема: Оценка товарно-материальных запасов (ТМЗ)

---

- Цель:

Применение статистических методов. Проведение приёмочного статистического контроля. Выборочный контроль качества.

- Используемые инструменты:

Формирование карт контроля качества, построение кривых качества и анализ результатов выборочного контроля с помощью электронных таблиц.

- Актуальность:

Один из путей увеличения дохода – повышение качества продукции. Продукция высокого качества не просто способствует укреплению имиджа, но и прямо влияет на доходность, снижая затраты на оказание бесплатного сервисного и гарантийного обслуживания. Но и безмерное повышение качества опасно – слишком высокое качество, а значит, и стоимость сырья, ведёт к повышению затрат и снижению конкурентоспособности. Описанные аспекты делают весьма актуальной проблему грамотного управления процессами контроля качества.

# Статистический метод управления

---

- Задача статистического метода управления состоит в том, чтобы на основании результатов периодического контроля выборок малого объема прийти к заключению: "процесс налажен" или "процесс разлажен".
- Выявление разладки технологического процесса основано на результатах периодического контроля малых выборок, осуществляемого по количественному или альтернативному признакам. Для каждого из этих способов контроля используются свои статистические методы регулирования.

# Контроль по количественному признаку

---

- **Контроль по количественному признаку** заключается в определении с требуемой точностью фактических значений контролируемого параметра у единиц продукции из выборки. Фактические значения контролируемого параметра необходимы для последующего вычисления статистических характеристик, по которым принимается решение о состоянии технологического процесса. Такими характеристиками являются медиана и выборочное среднее; стандартное отклонение и размах (определения даны в заметках к слайду).
- Первые две характеристики - характеристики положения, а последние две - характеристики рассеивания случайной величины  $X$ .

## Контроль по альтернативному признаку

---

- **Контроль по альтернативному признаку** заключается в определении соответствия контролируемого параметра или единицы продукции установленным требованиям. При этом каждое отдельное несоответствие установленным требованиям считается дефектом, а единица продукции, имеющая хотя бы один дефект, считается дефектной.
- При контроле по альтернативному признаку не требуется знать фактическое значение контролируемого параметра - достаточно установить факт соответствия или несоответствия его установленным требованиям. Поэтому можно использовать простейшие средства контроля: шаблоны, калибры, контроль по образцу и др.
- Решение о состоянии технологического процесса принимается в зависимости от **числа дефектов** или числа дефектных единиц продукции, обнаруженных в выборке.

# Преимущества и недостатки методов

	ПРЕИМУЩЕСТВА	НЕДОСТАТКИ
Контроль по количественному признаку	Более информативен (по сравнению с контролем по альтернативному признаку) и поэтому требует меньшего объема выборки	Более дорогой (необходимы технические средства контроля, позволяющие получать фактические значения контролируемого параметра). Необходимы вычисления для определением статистических характеристик
Контроль по альтернативному признаку	Простота и относительная дешевизна, поскольку можно использовать простейшие средства контроля или визуальный контроль	Меньшая информативность, что требует значительно большего объема выборки при равных исходных данных

# Статистические методы регулирования

---

- В настоящее время существует большое разнообразие статистических методов регулирования технологических процессов. Статистическое регулирование технологических процессов удобно осуществлять с помощью **контрольных карт**, на которых отмечают значения определенной статистики, полученной по результатам **выборочного контроля**. Такими статистиками являются среднее арифметическое, медиана, стандартное отклонение  $S$ , размах  $R$ , доля дефектных единиц продукции  $P$  и др. На контрольной карте отмечают границы регулирования, ограничивающие область допустимых значений статистики.
- Выход точки за границы регулирования (или появление ее на самой границе) служит сигналом о разладке технологического процесса. Контрольная карта позволяет не только обнаруживать разладку процесса, но и помогает выявлять причины возникновения разладки. Кроме того, контрольная карта служит документом, который может быть использован для принятия обоснованных решений по улучшению качества продукции.
- На основании анализа результатов контрольной карты может быть принято, например, решение о пересмотре допуска на контролируемый параметр, либо это может послужить достаточным основанием для замены или модернизации оборудования.

# Карты для контроля по количественному признаку

---

- Наиболее часто используются
  - **X-карта.** На эту контрольную карту наносятся значения выборочных средних для того, чтобы контролировать отклонение от среднего значения непрерывной переменной.
  - **R-карта.** Для контроля за степенью изменчивости непрерывной величины в контрольной карте этого типа строятся значения размахов выборок.
  - **S-карта.** Для контроля за степенью изменчивости непрерывной переменной в контрольной карте данного типа рассматриваются значения выборочных стандартных отклонений.
  - **S\*\*2-карта.** В контрольной карте данного типа для контроля изменчивости строится график выборочных дисперсий.
- Подробнее рассмотрим X-карты и S-карты.



# Карты для контроля по альтернативному признаку

- Наиболее часто используются
  - **C-карта.** В таких контрольных картах строится график числа дефектов (в партии, в день, на один станок, в расчете на 100 футов трубы и т.п.). При использовании карты этого типа делается предположение, что дефекты контролируемой характеристики продукции встречаются сравнительно редко, при этом контрольные пределы для данного типа карт рассчитываются на основе свойств распределения Пуассона (распределения редких событий).
  - **U-карта.** В карте данного типа строится график относительной частоты дефектов, то есть отношения числа обнаруженных дефектов к  $n$  - числу проверенных единиц продукции (здесь  $n$  обозначает, например, число футов длины трубы, объем партии изделий). В отличие от C-карты, для построения карты данного типа не требуется постоянство числа единиц проверяемых изделий, поэтому ее можно использовать при анализе партий различного объема.
  - **np-карта.** В контрольных картах этого типа строится график для числа дефектов (в партии, в день, на станок), как и в случае C-карты. Однако, контрольные пределы этой карты рассчитываются на основе биномиального распределения, а не распределения редких событий Пуассона. Поэтому данный тип карт должен использоваться в том случае, когда обнаружение дефекта не является редким событием (например, когда обнаружение дефекта происходит более чем у 5% проверенных единиц продукции). Этой картой можно воспользоваться, например, при контроле числа единиц продукции, имеющих небольшой брак.
  - **P-карта.** В картах данного типа строится график процента обнаруженных дефектных изделий (в расчете на партию, в день, на станок и т.д.). График строится так же, как и в случае U-карты. Однако контрольные пределы для данной карты находятся на основе биномиального распределения (для долей), а не распределения редких событий. Поэтому P-карта наиболее часто используется, когда появление дефекта нельзя считать редким событием (если, например, ожидается, что дефекты будут присутствовать в более чем 5% общего числа произведенных единиц продукции).
- Подробнее рассмотрим на примере P-карт.

# Диаграммы статистических процессов

---

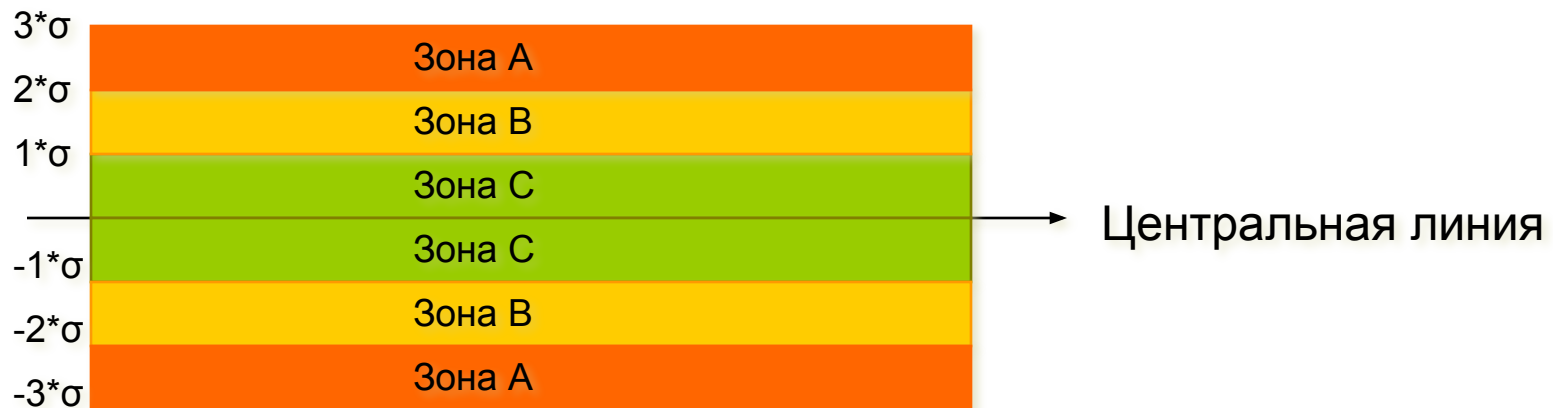
- Для наглядного представления данных обычно используют диаграммы.
- Для правильной интерпретации диаграмм на них наносят горизонтальные линии верхнего и нижнего контрольных пределов, а также центральную линию. Относительное расположение экспериментальных точек относительно данных линий и служит основанием оценки состояния процесса.
- Если экспериментальные показатели на графике выходят за верхний или нижний контрольный предел или расположение точек выражает определенную тенденцию поведения для следующих друг за другом выборок, то это рассматривается как указание на существование проблем с качеством.

# Установка контрольных пределов

- При контроле среднего значения некоторой величины - например, диаметра поршневых колец – допустим, что среднее значение диаметров и дисперсия в процессе производства *не* меняются. Тогда выборочные средние, полученные для последовательных выборок, будут распределены нормально относительно истинного среднего. Более того, стандартное отклонение распределения выборочных средних будет равно  $\sigma$  (стандартному отклонению отдельных наблюдений или измерений диаметра отдельных колец). Следовательно, примерно 95% значений выборочных средних попадут в интервал  $\mu \pm 1.96 * \sigma$ . На практике обычно заменяют 1.96 на 3 (при этом в интервал попадают приблизительно 99% выборочных средних) и определяют верхний и нижний контрольные пределы как плюс-минус  $3 * \sigma$  соответственно.
- Описанный принцип установления контрольных пределов применяется во всех типах контрольных карт. После выбора контролируемой характеристики (например, стандартного отклонения) оценивается ее ожидаемая изменчивость в выборках того размера, который будет использоваться в контролируемой процедуре. Затем с помощью полученных оценок изменчивости устанавливаются контрольные пределы карты.

## Выделение зон для расчёта индикаторов разладки процесса

- Ограничим контрольные пределы в  $3\sigma$  (при условии нормального распределения выборочных средних и нормальности производственного процесса).
- Для задания индикаторов разладки процесса область контрольной карты над центральной линией и под ней делится на три «зоны» - А, В и С. Каждая шириной в  $\sigma$ .



# Индикаторы разладки процесса

- **9 точек в зоне С или за ее пределами (с одной стороны от центральной линии).** Если этот критерий выполняется (т.е. если на контрольной карте обнаружено такое расположение точек), то делается вывод о возможном изменении среднего значения процесса в целом. Заметим, что здесь делается предположение о симметричности распределения исследуемых характеристик качества вокруг среднего значения процесса на графике. Но это условие не выполняется, например, для R-карт, S-карт и большинства карт по альтернативному признаку. Тем не менее, данный критерий полезен для того, чтобы указать занимающемуся контролем качества инженеру на присутствие потенциальных трендов процесса. Например, здесь стоит обратить внимание на последовательные выборочные значения с изменчивостью ниже среднего, так как с их помощью можно догадаться, каким образом снизить вариацию процесса.
- **6 точек монотонного роста или снижения, расположенные подряд.** Выполнение этого критерия сигнализирует о сдвиге среднего значения процесса. Часто такой сдвиг обусловлен изнашиванием инструмента, ухудшением технического обслуживания оборудования, повышением квалификации рабочего и т.п.
- **14 точек подряд в "шахматном" порядке (через одну над и под центральной линией).** Если этот критерий выполняется, то это указывает на действие двух систематически изменяющихся причин, которое приводит к получению различных результатов. Например, в данном случае может иметь место использование двух альтернативных поставщиков продукции или отслеживание двух различных альтернативных воздействий.
- **2 из 3-х расположенных подряд точек попадают в зону А или выходят за ее пределы.** Этот критерий служит "ранним предупреждением" о начинающейся разладке процесса. Заметим, что для данного критерия вероятность получения ошибочного решения (критерий выполняется, однако процесс находится в нормальном режиме) в случае X-карт составляет приблизительно 2 %.
- **4 из 5-ти расположенных подряд точек попадают в зону В или за ее пределы.** Как и предыдущий, этот критерий может рассматриваться в качестве индикатора - "раннего предупреждения" о возможной разладке процесса. Процент принятия ошибочного решения о наличии разладки процесса для этого критерия также находится на уровне около 2%.
- **15 точек подряд попадают в зону С (по обе стороны от центральной линии).** Выполнение этого критерия указывает на более низкую изменчивость по сравнению с ожидаемой (на основании выбранных контрольных пределов).
- **8 точек подряд попадают в зоны В, А или выходят за контрольные пределы, по обе стороны от центральной линии (без попадания в зону С).** Выполнение этого критерия служит свидетельством того, что различные выборки подвержены влиянию различных факторов, в результате чего выборочные средние значения оказываются распределенными по бимодальному закону. Такая ситуация может сложиться, например, когда отмечаемые на X-карте выборки изделий были произведены двумя различными станками, один из которых производит изделия со значением контролируемой характеристики выше среднего, а другой - ниже.

# Индекс пригодности процесса

- В случае контрольных карт для итогового анализа результатов часто используют так называемые *индексы пригодности* процесса. По сути, индексы пригодности процесса выражают, какая часть изделий, производимых в рамках производственного процесса, по своим характеристикам попадает в определенные технологами пределы (в частности, в инженерные допуски).
- К примеру, так называемый индекс  $C_p$  находится следующим образом:  
 $C_p = (BGS - HGS) / (6 * \sigma)$ , где  $\sigma$  представляет собой оценку стандартного отклонения процесса,  $BGS$  и  $HGS$  - соответственно верхнюю и нижнюю границы плановой спецификации (инженерные допуски).
- Если распределение контролируемой характеристики качества или переменной подчиняется нормальному закону, и процесс абсолютно точно центрирован (т.е. среднее значение процесса соответствует положению центральной линии на контрольной карте), то данный индекс может интерпретироваться как та часть стандартной кривой нормального распределения (ширина процесса), которая находится внутри границ инженерных допусков.
- В случае нецентрированного процесса, вместо рассмотренного выше индекса используется уточненный индекс  $C_{pk}$ .

$$C_{pk} = C_p - \frac{\left| \bar{x} - \left( \frac{BGS + HGS}{2} \right) \right|}{3\sigma}$$

- Для «более-менее пригодного» процесса индекс должен быть больше 1. Это означает, что для того, чтобы можно было ожидать попадание более 99% всех выпущенных деталей или изделий в рамки приемлемых инженерных спецификаций, величина интервала между контрольными пределами плановых спецификаций должна превышать  $6\sigma$ .

# Построение контрольных карт на примере

- Допустим имеются следующие данные наблюдений:

Дата	Результаты замеров							
17.10.2009	1421970	1445852	1406897	1436859	1446271	1434959	1420128	1426424
18.10.2009	1444357	1415618	1409933	1429544	1446601	1410771	1400657	1430475
19.10.2009	1449892	1431635	1427423	1436118	1408108	1405997	1400926	1429746
20.10.2009	1400088	1443116	1410786	1409694	1406425	1418465	1405021	1410238
21.10.2009	1423175	1406126	1416449	1420671	1427192	1413840	1421505	1426484
22.10.2009	1401442	1429202	1426506	1424363	1408183	1405559	1410345	1409108
23.10.2009	1402426	1427257	1408280	1403981	1418220	1411746	1419280	1407919
24.10.2009	1413475	1414245	1403137	1426422	1406387	1432664	1437300	1429160
25.10.2009	1407405	1417666	1446294	1428254	1428110	1405154	1406399	1413903
26.10.2009	1408183	1416470	1439869	1200863	1404776	1429217	1434428	1412629

- Кроме того, известно, что нормальное значение показателя по инженерным спецификациям равно 1 400 000, а допустимая погрешность  $\pm 2\%$ .
- Необходимо построить и проанализировать  $\bar{x}$ -,  $s$ - и  $p$ -карту (последнюю исходя из того, что изделие, не соответствующее инженерным спецификациям, отбраковывается).

# Подготовительные расчёты

- Для каждого дня измерений необходимо рассчитать среднее и стандартное отклонение. При этом к исходной таблице добавляются 2 новых столбца:

Дата	Результаты замеров								$\mu$	$\sigma$
17.10.2009	1421970	1445852	1406897	1436859	1446271	1434959	1420128	1426424	1429920	13607,2007
18.10.2009	1444357	1415618	1409933	1429544	1446601	1410771	1400657	1430475	1423495	16834,7874
19.10.2009	1449892	1431635	1427423	1436118	1408108	1405997	1400926	1429746	1423731	17024,1883
20.10.2009	1400088	1443116	1410786	1409694	1406425	1418465	1405021	1410238	1412979	13276,7847
21.10.2009	1423175	1406126	1416449	1420671	1427192	1413840	1421505	1426484	1419430	7040,79102
22.10.2009	1401442	1429202	1426506	1424363	1408183	1405559	1410345	1409108	1414339	10650,6738
23.10.2009	1402426	1427257	1408280	1403981	1418220	1411746	1419280	1407919	1412389	8533,78101
24.10.2009	1413475	1414245	1403137	1426422	1406387	1432664	1437300	1429160	1420349	12701,0222
25.10.2009	1407405	1417666	1446294	1428254	1428110	1405154	1406399	1413903	1419148	14273,429
26.10.2009	1408183	1416470	1439869	1200863	1404776	1429217	1434428	1412629	1393304	78781,6832

$n=8$ , т.к. ежедневно осуществлялось по 8 замеров

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ при } n < 20$$

- При расчётах с помощью Excel можно использовать встроенные функции «СРЗНАЧ(ЗамерыДня)» (для  $\mu$ ) и «КОРЕНЬ(КВАДРОТКЛ(ЗамерыДня)/(N-1))» (для  $\sigma$ ).



## Расчёт ЦЛ и допустимых границ для x-карты

- По массиву полученных значений  $\mu$  определим центральную линию и допустимые границы для x-карты:

$\mu$
1429920
1423495
1423731
1412979
1419430
1414339
1412389
1420349
1419148
1393304

Учитывая, что  $N = 10$  (число дней наблюдения), центральная линия будет проходить через среднее значение  $\mu$

$$\text{ЦЛ} = 1416908$$

$\sigma$  также рассчитывается на основе массива  $\mu$  с помощью формул, приведённых на слайде 16.

$$\sigma = 9899,805$$

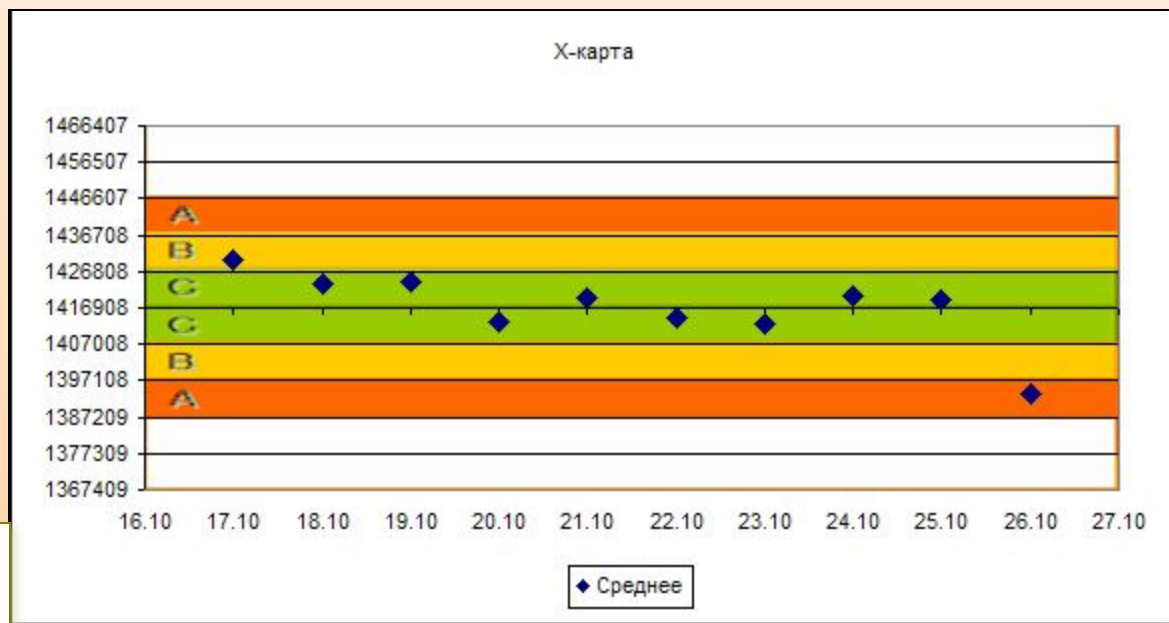
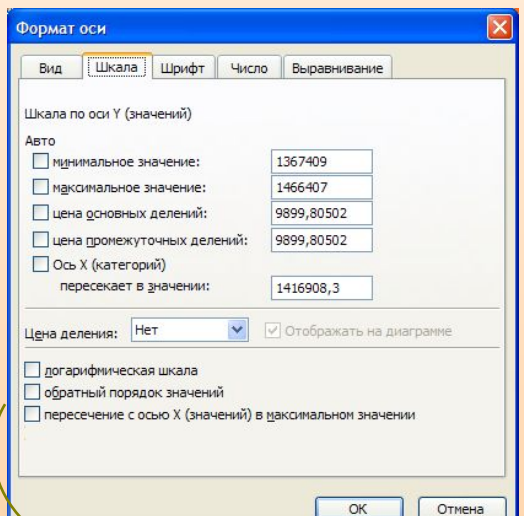
Контрольные пределы составят:

$$\text{НКП} = \text{ЦЛ} - 3 \cdot \sigma = 1387209$$

$$\text{ВКП} = \text{ЦЛ} + 3 \cdot \sigma = 1446608$$

# X-карта сделанных наблюдений

- Полученные значения используются для разбивки области построения x-карты на зоны.
- В итоге, получаем следующую диаграмму:



Установки шкалы сделаны на основе расчётов, например, минимальное значение ЦЛ-5Сигма

- для наглядности, на диаграмму добавлен фон в виде рисунка: а шкала вертикальной оси настроено таким образом, чтобы деления совпадали с границами зон.



# X-карта на основе спецификаций

- Определим ЦЛ, а также контрольные пределы на основе спецификаций:

ЦЛ = 1 400 000 (нормальное значение)

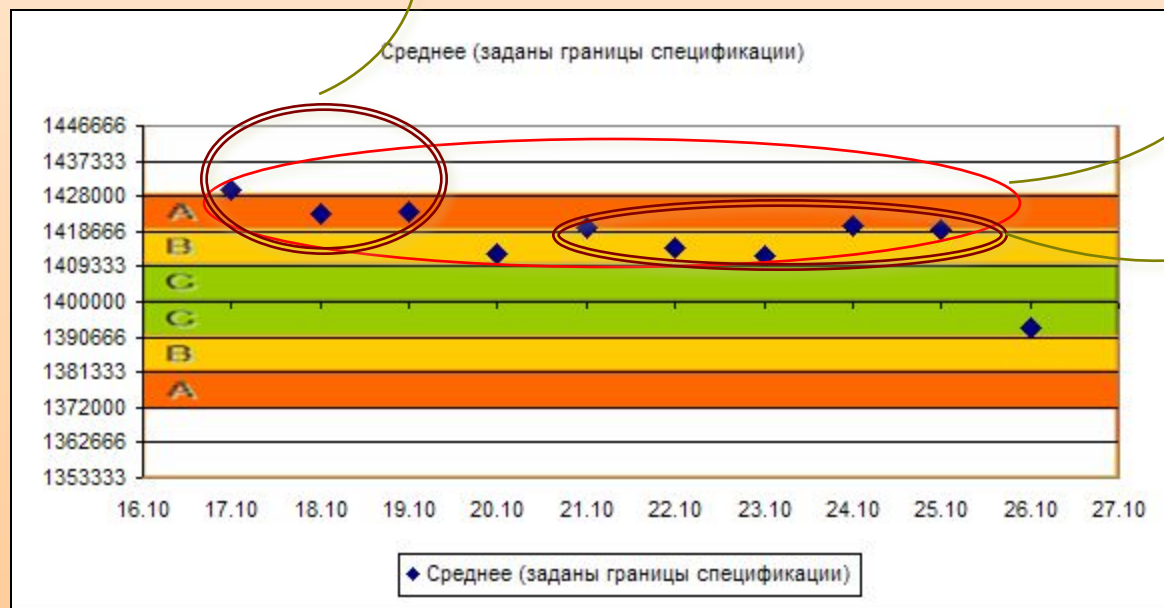
Контрольные пределы составят:

НКП = НГД = ЦЛ – 2% \* ЦЛ = 1372000

ВКП = ВГД = ЦЛ + 2% \* ЦЛ = 1428000

$\sigma = 2\% * \text{ЦЛ} / 3 = 9\,333,33$

2 из 3 подряд идущих точек в зоне «А» - индикатор начинающейся разладки процесса



9 точек с одной стороны ЦЛ – индикатор изменения среднего значения процесса в целом

4 из 5 подряд идущих точек в зоне «В» и выше – индикатор начинающейся разладки процесса

# Индекс пригодности процесса

- Определим  $C_p$ :

Ниже единицы, что свидетельствует о неудовлетворительном состоянии процесса

$$C_p = (VGS - HGS) / (6 * \sigma) = (1428000 - 1372000) / (6 * 9899,805) = \mathbf{0,94}$$

- Отметим смещение  $\mu$  относительно нормального значения показателя. Следовательно, необходим расчёт  $C_{pk}$

$$C_{pk} = C_p - |\mu - (VGS + HGS) / 2| / (3 * \sigma) = \\ = 0,94 - |1416908,3 - (1428000 + 1372000) / 2| / (3 * 9899,805) = \mathbf{0,37}$$

Скорректированный индекс (из-за смещения средних значений выборки относительно истинно среднего значения) указывает на уровень, значительно меньший единицы. Процесс требует вмешательства.

## Расчёт ЦЛ и допустимых границ для s-карты

- По массивам полученных значений  $\sigma$  определим центральную линию и допустимые границы для s-карты, соответственно:

$\sigma$
13607,2007
16834,7874
17024,1883
13276,7847
7040,79102
10650,6738
8533,78101
12701,0222
14273,429
78781,6832

Учитывая, что  $N = 10$  (число дней наблюдения), центральная линия будет проходить через среднее значение  $\sigma$

$$\text{ЦЛ} = 19272,43$$

$\sigma$  для s-карты также рассчитывается на основе массива с помощью формул, приведённых на слайде 16.

$$\sigma = 21155,06$$

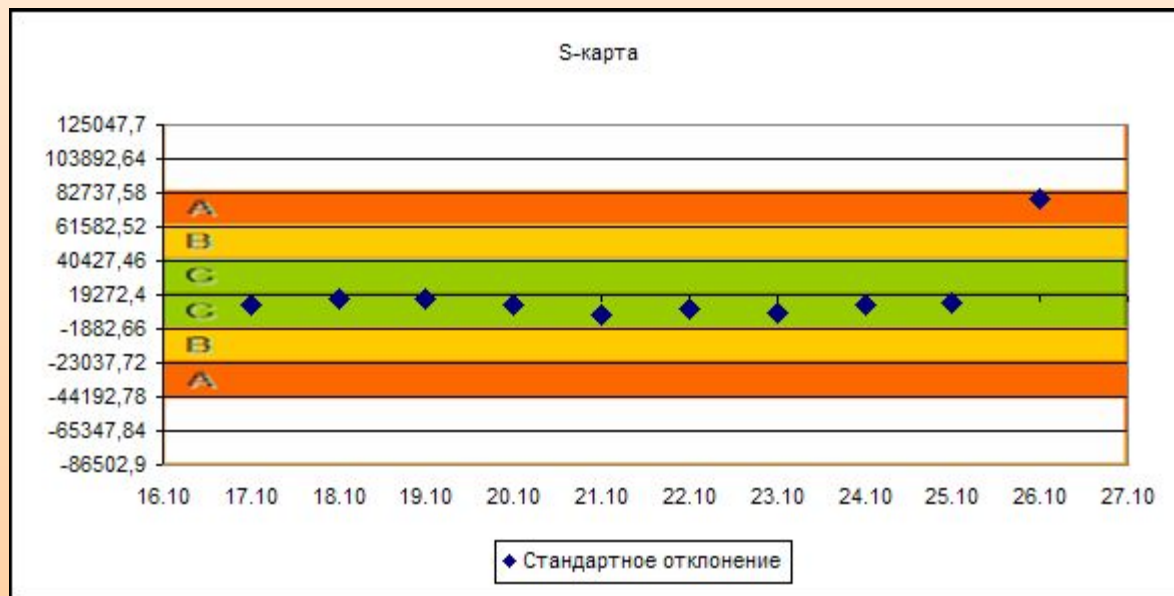
Контрольные пределы составят:

$$\text{НКП} = \text{ЦЛ} - 3 \cdot \sigma = -44192,8$$

$$\text{ВКП} = \text{ЦЛ} + 3 \cdot \sigma = 82737,62$$

# S-карта сделанных наблюдений

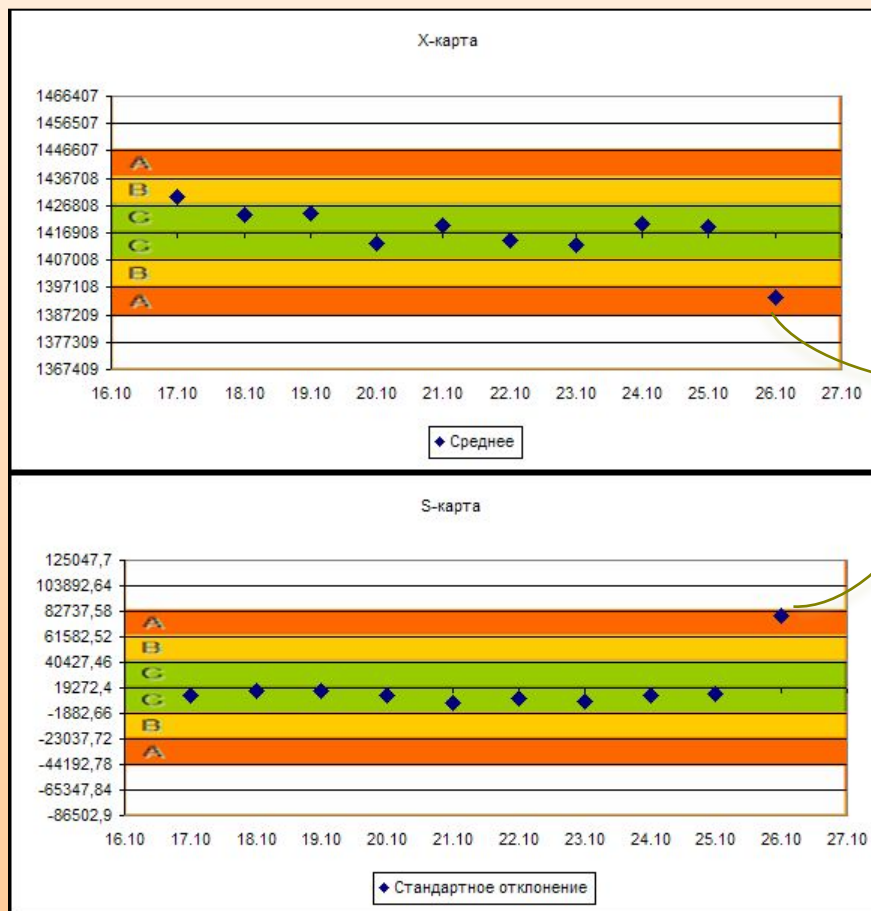
- Полученные значения используются для разбивки области построения s-карты на зоны.
- В итоге, получаем следующую диаграмму:



# Совместный анализ x- и s-карт

- Для более глубокого анализа карты, построенные на основе наблюдений (без учёта спецификаций), рассматривают в сопоставлении:

**Обратите внимание**  
на разницу в  
обнаруженных проблемах  
при определении ЦЛ и  
контрольных пределов на  
основе данных  
наблюдений и на основе  
спецификаций!



Обе карты содержат **резко отклоняющиеся значения, близко лежащие к КП.**

Возможная причина в ходе процесса именно 26.10 – необходимо проверить производственные условия в этот день.

## Данные для построения p-карты

- Преобразуем таблицу измерений следующим образом: для каждого замера будем регистрировать лишь факт соответствия спецификациям. Если соответствует, значение «1», иначе «0» (последнее – признак бракованной продукции).

дата	Признак соответствия спецификациям								p	s
17.10.2009	1	0	1	0	0	0	1	1	0,5	0,5
18.10.2009	0	1	1	0	0	1	1	0	0,5	0,5
19.10.2009	0	0	1	0	1	1	1	0	0,5	0,5
20.10.2009	1	0	1	1	1	1	1	1	0,125	0,330719
21.10.2009	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
22.10.2009	1	0	1	1	1	1	1	1	0,125	0,330719
23.10.2009	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
24.10.2009	1	1	1	1	1	0	0	0	0,375	0,484123
25.10.2009	1	1	0	0	0	0	1	1	0,375	0,484123
26.10.2009	1	1	0	0	1	0	0	1	0,5	0,5

n=8, т.к. ежедневно осуществлялось по 8 замеров

Доля выявленного за день брака

Для p-карты s определяется, как корень из выражения  $p*(1-p)$



# p-карта сделанных наблюдений

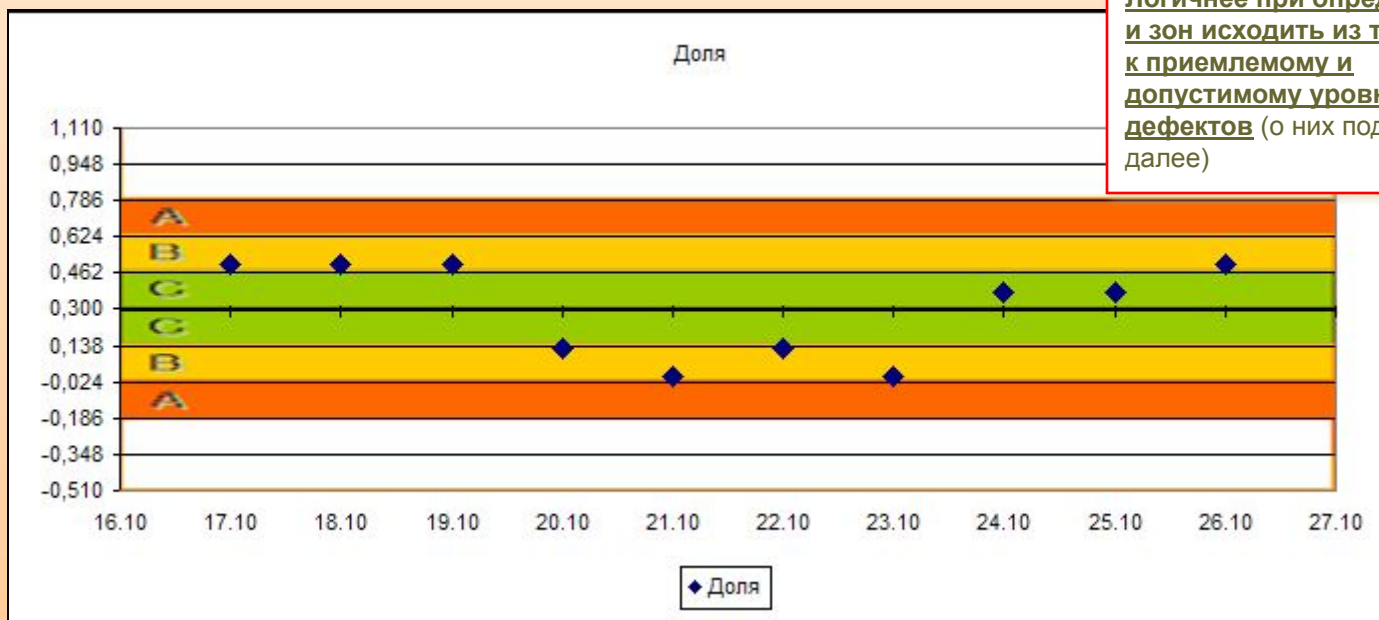
В качестве ЦЛ используется общая доля несоответствия: ЦЛ =  $P_0 = 0,3$

$\sigma$  для p-карты рассчитывается следующим образом

$$\sigma = \sqrt{\frac{P_0 * (1 - P_0)}{n}} = 0,162$$

Контрольные пределы составят:

$$\text{НКП} = \text{ЦЛ} - 3 * \sigma = -0,186; \text{ВКП} = \text{ЦЛ} + 3 * \sigma = 0,786$$



Карта не содержит признаков разладки процесса, но в основном из-за малости периода наблюдений.

Однако следует обратить внимание на огромную величину доли несоответствия – в **30% брак в среднем!**

**Логичнее при определении ЦЛ и зон исходить из требований к приемлемому и допустимому уровню дефектов** (о них подробнее далее)

## **ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!**

- Постройте и проанализируйте x-, s- и p-карты для следующих результатов наблюдений:

Дата	Результаты замеров							
17.10.2009	1421970	1445852	1406897	1436859	1446271	1434959	1420128	1426424
18.10.2009	1444357	1415618	1409933	1429544	1446601	1410771	1400657	1430475
19.10.2009	1449892	1397856	1427423	1436118	1408108	1405997	1400926	1429746
20.10.2009	1400088	1443116	1410786	1409694	1406425	1418465	1405021	1410238
21.10.2009	1423175	1406126	1416449	1399785	1427192	1413840	1421505	1426484
22.10.2009	1401442	1429202	1426506	1424363	1408183	1405559	1410345	1409108
23.10.2009	1402426	1427257	1408280	1403981	1418220	1411746	1419280	1407419
24.10.2009	1413475	1414245	1403137	1426422	1406381	1432664	1437300	1422960
25.10.2009	1410345	1409108	1427423	1436118	1408108	1405997	1427192	1413840
26.10.2009	1419280	1407419	1410786	1409694	1406425	1418465	1408183	1405559

- Дополнительно постройте и проанализируйте x-карту с учётом того, что нормальное значение показателя по инженерным спецификациям равно 1 400 000, а допустимая погрешность  $\pm 2\%$ .

# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте и проанализируйте x-, s- и p-карты для следующих результатов наблюдений:

Дата	Результаты замеров									
01.04.2009	998	1020	999	978	1011	990	947	1010	1001	1003
02.04.2009	1002	1003	1005	1002	1023	1001	1000	1008	1007	1000
03.04.2009	990	989	999	1012	1010	1001	999	994	992	990
04.04.2009	994	1002	995	994	989	999	998	987	991	992
05.04.2009	1001	994	991	998	1001	973	1005	978	988	992
06.04.2009	996	978	988	991	987	1001	965	990	988	996
07.04.2009	976	956	980	1007	985	945	1023	998	1023	978
08.04.2009	967	980	1002	999	988	997	980	1003	1020	989
09.04.2009	1002	989	1020	1001	976	957	987	983	995	991
10.04.2009	1011	1008	1002	1001	999	998	995	1003	980	998

- Дополнительно постройте и проанализируйте x-карту с учётом того, что нормальное значение показателя по инженерным спецификациям равно 1 000, а допустимая погрешность  $\pm 1\%$ .

## **ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!**

- Постройте и проанализируйте x-, s- и p-карты для следующих результатов наблюдений:

<b>Дата</b>	<b>Результаты замеров</b>									
<b>17.08.2009</b>	20001	20013	19997	20034	19980	20001	20030	19980	19870	19888
<b>18.08.2009</b>	20010	20080	19955	20100	19890	19970	19780	19999	20100	20080
<b>19.08.2009</b>	19800	19780	19890	19900	20001	19990	19870	19999	20090	20212
<b>20.08.2009</b>	20100	20098	20087	20099	20099	19990	20030	20056	20100	20543
<b>21.08.2009</b>	20089	20145	20144	20067	20098	20056	20067	20078	20034	20044
<b>22.08.2009</b>	20300	20677	19800	19899	20120	20089	20134	20076	20005	20003
<b>23.08.2009</b>	19978	19996	20004	20009	20067	20087	20033	20012	20001	19983
<b>24.08.2009</b>	20011	20065	19994	20014	20076	19987	19992	19923	20015	20033
<b>25.08.2009</b>	20078	19994	19887	19564	20001	20005	20001	19987	19945	20100
<b>26.08.2009</b>	19977	19898	20001	20006	19898	19834	20009	19890	19989	20010
<b>27.08.2009</b>	20001	19780	19345	19898	19888	19900	20001	20004	20006	19991
<b>28.08.2009</b>	20090	20077	20056	20010	20001	19995	20001	20003	19994	19923

- Дополнительно построьте и проанализируйте x-карту с учётом того, что нормальное значение показателя по инженерным спецификациям равно 20 000, а допустимая погрешность  $\pm 3\%$ .

## **ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!**

- Постройте и проанализируйте x-, s- и p-карты для следующих результатов наблюдений:

<b>Дата</b>	<b>Результаты замеров</b>								
<b>01.11.2009</b>	5002	5010	5011	5099	5012	4980	4990	5020	4998
<b>02.11.2009</b>	5003	5002	4992	4998	5005	5002	5034	5012	5010
<b>03.11.2009</b>	4993	5023	5012	5022	4988	4976	4923	5022	5011
<b>04.11.2009</b>	4995	4992	4994	4989	4991	4890	4870	5001	5002
<b>05.11.2009</b>	5002	5007	4980	4870	4876	4890	5020	5001	4989
<b>06.11.2009</b>	4898	4997	4899	4990	5034	5022	5001	5003	4999
<b>07.11.2009</b>	4960	4910	4996	4989	4956	4878	4898	4900	4956
<b>08.11.2009</b>	4989	4987	4980	4988	4879	4956	4878	4856	5040
<b>09.11.2009</b>	4909	5002	5001	5020	5030	5023	5045	5023	5012
<b>10.11.2009</b>	5002	5067	5034	5033	5036	5023	4999	5023	5011
<b>11.11.2009</b>	5023	5043	5045	5045	5067	5088	5097	5034	5065
<b>12.11.2009</b>	5022	5089	5067	5034	5044	5067	5099	5087	5054

- Дополнительно построьте и проанализируйте x-карту с учётом того, что нормальное значение показателя по инженерным спецификациям равно 5 000, а допустимая погрешность  $\pm 1\%$ .

# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте и проанализируйте х-, s- и р-карты для следующих результатов наблюдений:

Дата	Результаты замеров						
05.09.2009	6501	6590	6510	6499	6487	6501	6504
06.09.2009	6503	6520	6523	6498	6503	6496	6484
07.09.2009	6505	6512	6508	6504	6501	6503	6487
08.09.2009	6512	6467	6514	6498	6499	6523	6503
09.09.2009	6503	6487	6456	6498	6549	6470	6547
10.09.2009	6499	6489	6479	6502	6498	6456	6478
11.09.2009	6574	6509	6545	6512	6508	6495	6498
12.09.2009	6578	6506	6540	6500	6542	6530	6502
13.09.2009	6499	6487	6477	6498	6501	6498	6509
14.09.2009	6503	6501	6490	6487	6501	6580	6530
15.09.2009	6477	6456	6499	6435	6501	6500	6524
16.09.2009	6506	6502	6503	6501	6499	6477	6489

- Дополнительно постройте и проанализируйте х-карту с учётом того, что нормальное значение показателя по инженерным спецификациям равно 6 500, а допустимая погрешность  $\pm 1\%$ .

# Определение размер выборки

---

- Размер выборки для рассмотренных контрольных карт важен как для точности определения среднего значения/доли, так и для удалённости контрольных пределов. При этом, чем больше выборка, тем точнее результаты. Однако чем больше выборка, тем выше стоимость контроля. Поэтому необходимо найти некое сбалансированное значение.
- В приведённых выше примерах размер выборки и стандартное отклонение определяли контрольные пределы. Этот процесс можно рассмотреть в обратном порядке.
- Рассмотрим определение размера выборки на примере.

## Расчёт размера выборки

- Предположим, что общая доля несоответствия для данного процесса составляет 0.1, а доля несоответствия, равная 0.25, в данном случае является неприемлемой.
- Следовательно, расстояние между ЦЛ и ВКП можно найти как  $0.25 - 0.1 = 0.15$ . На основе полученного составим уравнение

$$0,25 - 0,1 = 0,15 = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,1 \cdot (1 - 0,1)}{N}}$$

где N – размер выборки.

- Выразив N, получаем

$$N = (3/0,15)^2 \cdot 0,1 \cdot (1 - 0,1) = 36.$$

- В общем виде размер выборки может быть определён как

$$N = \left(\frac{s}{d}\right)^2 \cdot p \cdot (1 - p)$$

d – размер отклонения, требующий обнаружения

p – доля несоответствия

s – количество  $\sigma$  между ЦЛ и ВКП



# Приёмочный контроль. Общая идея

- Решение о качестве партии изделий, принимаемой в результате выборочного контроля, требует определения объема выборки  $n$  при заданных уровне дефектности  $q$  и так называемом браковочном числе  $A_c$ .
- С позиции теории, такое решение относят к решениям, минимизирующим риск, и оно требует нахождения **оперативной характеристики**, которая определяется следующим образом:

$$F(q) = \sum_{z=0}^{z=A_c} P(n, z),$$

где  $F(q)$  - вероятность приемки партии изделий размером  $N$ , среди которых доля дефектных изделий составляет  $A_c/n$ ;  
 $A_c$  - приемочное число (допустимое число дефектных изделий в выборке  $n$ );  
 $P(n, z)$  - вероятности появления в выборке бракованных изделий, когда последовательно принимает значения от 0 до  $A_c$ .

- Иными словами это кумулятивная вероятность и ее можно определить по формуле:

$$\sum_{z=0}^{z=A_c} P(n, z) = P(60, 0) + P(60, 1) + P(60, 2) + \dots P(60, 20),$$

где  $n$  для примера взято равным 60, а  $z$  заранее неизвестно и принято в диапазоне 0-20.

- Оперативную характеристику можно представить в виде графика  $F(q)=f(q\%)$ , зафиксировав значение  $n$ , при заданных значениях  $A_c$  и  $N$ .

# График характеристики $F(q)$

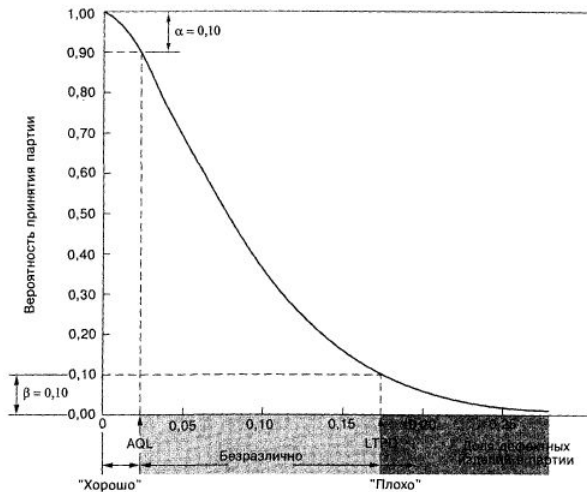
- Например, используя гипергеометрический закон распределения (его реализацию в электронных таблицах Excel) при  $q$  от нуля до 10, при  $N= 1200$ ;  $n = 100$  и  $Ac = 3$  получим:

$$F(q) = \text{ГИПЕРГЕОМЕТ}(n-3; n; N-N*q; N) + \text{ГИПЕРГЕОМЕТ}(n-2; n; N-N*q; N) + \text{ГИПЕРГЕОМЕТ}(n-1; n; N-N*q; N) + \text{ГИПЕРГЕОМЕТ}(n; n; N-N*q; N),$$

где  $N*q$  – объём дефектных изделий в партии.

- Результаты расчетов приведены в таблице. Полученная оперативная характеристика контроля, так называемая, кривая качества, показана на рисунке.

Доля дефектных изделий в партии $q$ (в %)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вероятность приемки $F(q)$	1	0,98	0,86	0,65	0,43	0,25	0,15	0,08	0,04	0,02	0,01



Приемлемый уровень качества (AQL) показывает приемлемые партии, допустимый уровень дефектов (LTPD) — некачественные партии

На рисунке показаны:  $\alpha$  - риск поставщика;  $\beta$  - риск заказчика; AQL - приемочный уровень дефектности (*accept* - принимать; *quality* - качество; *level* - уровень); LTPD – допустимый уровень дефектов. Другими словами кривая  $F(q)=f(q)$  должна быть согласована с величинами AQL,  $\alpha$ , LTPD и  $\beta$ .

Определения даны в заметках к слайду.

## Тенденции изменения вида кривой качества

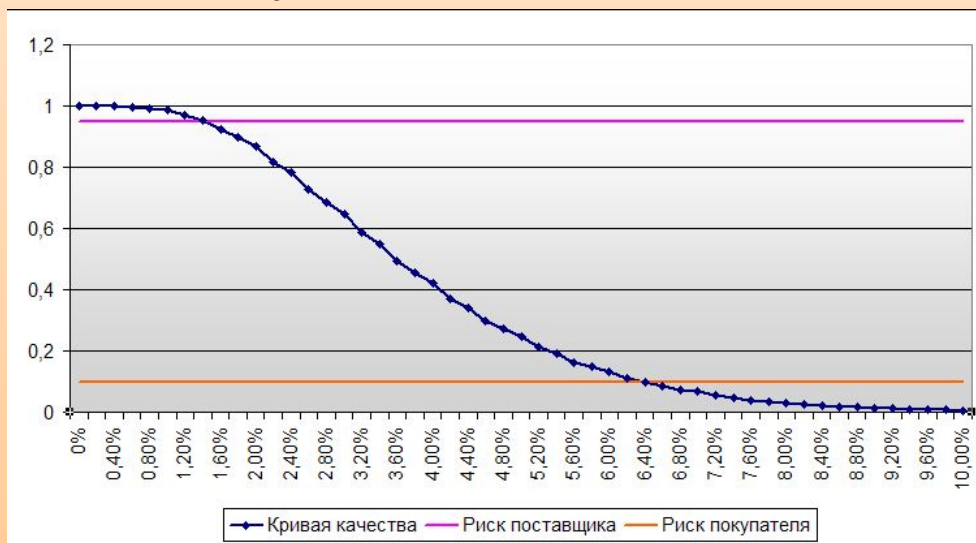
- Тенденции изменения вида функции  $F(q)$  при изменении величин  $n$ ,  $Ac$ :
  - Допустим, что  $Ac / n = \text{const}$ , но  $n$  и  $Ac$  увеличиваются. Кривая при этом увеличивает свою крутизну и в пределе, когда  $n = N$ , выборочный контроль перейдет в сплошной и  $AQL = LTPD$ .
  - Если при  $n = \text{const}$ ,  $Ac$  увеличивается, то контроль становится менее жестким.
  - $Ac = \text{const}$ ;  $n$  увеличивается, контроль ужесточается.

## Пример построения кривой качества

- Допустим, требуется построить кривую качества для следующих исходных данных:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	3
шаг $q$	0,20%
Размер выборки, $N$	100
Объем партии, $N_p$	1200

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% кривая качества будет иметь вид



Следовательно,

$AQL = 1,5\%$

$LTPD = 6,4\%$

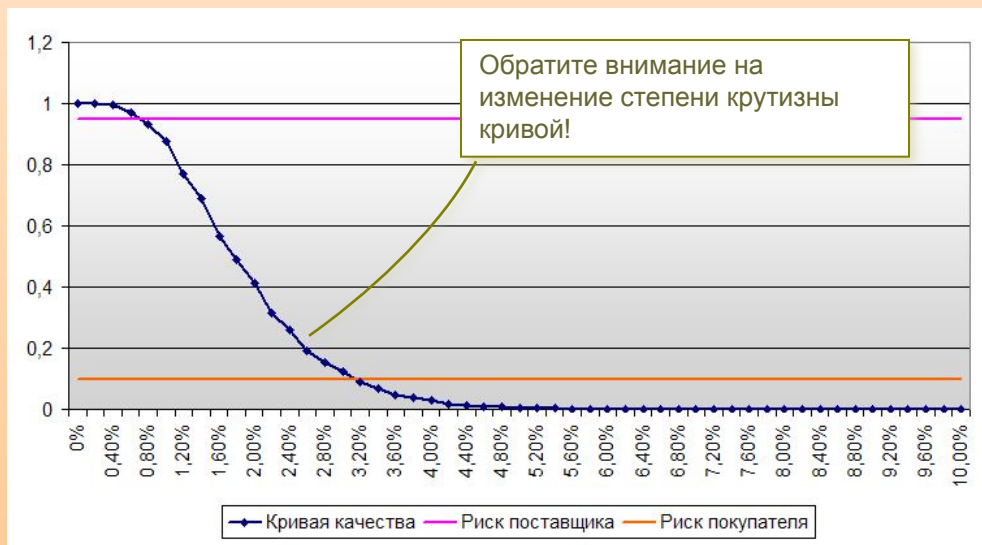
Полученные данные можно использовать для формирования спецификаций!

## Влияние размера выборки

- Для данных предыдущего слайда увеличим в 2 раза размер выборки при сохранении остальных величин:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	3
шаг $q$	0,20%
Размер выборки, $N$	200
Объем партии, $N_p$	1200

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% кривая качества будет иметь вид



Следовательно,

AQL = 0,7 %

LTPD = 3,1%

# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте кривую качества для следующих исходных данных:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	5
шаг $q$	0,25%
Размер выборки, $N$	250
Объём партии, $N_p$	1500

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% определите приёмочный и допустимый уровни дефектности.
- На основе полученных данных и обнаруженном уровне дефектности (при построении  $p$ -карты предыдущего задания) проанализируйте судьбу изготовленной партии продукции. Исходя из допущения, что при расширении выборки до 250 единиц уровень дефектности останется неизменным.

# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте кривую качества для следующих исходных данных:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	2
шаг $c$	0,1%
Размер выборки, $N$	100
Объём партии, $N_p$	5000

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% определите приёмочный и допустимый уровни дефектности.
- На основе полученных данных и обнаруженном уровне дефектности (при построении  $p$ -карты предыдущего задания) проанализируйте судьбу изготовленной партии продукции. Исходя из допущения, что при расширении выборки до 100 единиц уровень дефектности останется неизменным.

# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте кривую качества для следующих исходных данных:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	4
шаг $c$	0,2%
Размер выборки, $N$	200
Объём партии, $N_p$	1000

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% определите приёмочный и допустимый уровни дефектности.
- На основе полученных данных и обнаруженном уровне дефектности (при построении  $p$ -карты предыдущего задания) проанализируйте судьбу изготовленной партии продукции. Исходя из допущения, что при расширении выборки до 200 единиц уровень дефектности останется неизменным.



# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте кривую качества для следующих исходных данных:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	1
шаг $c$	0,2%
Размер выборки, $N$	100
Объём партии, $N_p$	1000

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% определите приёмочный и допустимый уровни дефектности.
- На основе полученных данных и обнаруженном уровне дефектности (при построении  $p$ -карты предыдущего задания) проанализируйте судьбу изготовленной партии продукции. Исходя из допущения, что при расширении выборки до 100 единиц уровень дефектности останется неизменным.

# ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ!

- Постройте кривую качества для следующих исходных данных:

Приемлемое число дефектных изделий в выборке, $A_c$	6
шаг $c$	0,4%
Размер выборки, $N$	180
Объём партии, $N_p$	1500

- При риске поставщика ( $\alpha$ ) в 5% и риске покупателя ( $\beta$ ) в 10% определите приёмочный и допустимый уровни дефектности.
- На основе полученных данных и обнаруженном уровне дефектности (при построении  $p$ -карты предыдущего задания) проанализируйте судьбу изготовленной партии продукции. Исходя из допущения, что при расширении выборки до 180 единиц уровень дефектности останется неизменным.

*Выполненные задания по данному семинару должны содержать решения приведённых для самостоятельной работы примеров (слайды **26-30** и **38-42**)*

*Номер варианта соответствует положению ФИО в списке группы.*

Список слушателей с указанным соответствием номера задачи на следующем слайде

**Вариант 1****Вариант 2****Вариант 3****Вариант 4****Вариант 5**

Адаменко Мария  
Владимировна

Васильев Вадим  
Валерьевич

Володько Михаил  
Михайлович

Квасков Алексей  
Игоревич

Макаревич Александр  
Иванович

Барбалат Олег  
Григорьевич

Васильков Константин  
Олегович

Груздев Игорь Сергеевич  
Николаевна

Косицына Мария

Молдавский Илья  
Александрович

Букин Северьян  
Иосифович

Власов Владислав  
Игоревич

Иксанов Кимрат  
Халитович

Левченко Александра  
Константиновна

Нерадовский Денис  
Леонидович

Ольшевский Алексей  
Валерьевич

Благодарю за внимание!