

Тема урока

СИСТЕМИ СЧИСЛЕНИЯ

Цели изучения темы:

- Сформулировать понятие СС, основания СС.
- Рассмотреть СС с различными основаниями, рассмотреть СС используемые в ЭВМ.
- Развивать интеллект и память.
- Воспитать точность формулировок рассуждений и ответов, аккуратность записей.

Система счисления - это способ изображения чисел и соответствующие ему правила действий над ними.

Системы счисления

```
graph TD; A[Системы счисления] --> B[Непозиционные (Римская)]; A --> C[Позиционные (Арабская)];
```

Непозиционные (Римская)

I=1

V=5

X=10

L=50

C=100

D=500

M=1000

Позиционные (Арабская)

1, 2, 3, 4, 5, 6,
7, 8, 9, 10, 11,
12, ...

Непозиционные СС

- В такой СС величина символа, используемого в записи числа, не зависит от его позиции в этой записи. Например: $XXX=30$, каждый символ X означает число 10.
- $MCMXCVIII=1000+(1000-100)+(100-10)+5+1+1+1=1000+900+90+5+3=1998$

Позиционные СС

- В таких СС величина символа, используемого в записи числа, зависит от его позиции (места положения) в этой записи.

Например:

- $555 = 5 * 100 + 5 * 10 + 5 * 1$
- $23 = 2 * 10 + 3 * 1$
- $1670 = 1 * 1000 + 6 * 100 + 7 * 10 + 0 * 1$

Основание позиционной СС- это количество цифр, используемых в записи чисел (p).

- Каково основание арабской СС?

$p = 10$ 1234567890 – очень большое 1,234567890 – очень маленькое

- $23_{10} = 2 * 10^1 + 3 * 10^0$ - развернутая форма записи числа
- $555_{10} = 5 * 10^2 + 5 * 10^1 + 5 * 10^0$
- $1670_{10} = 1 * 10^3 + 6 * 10^2 + 7 * 10^1 + 0 * 10^0$
- $567,89 = 5 * 10^2 + 6 * 10^1 + 7 * 10^0 + 8 * 10^{-1} + 9 * 10^{-2}$ –
развернутая форма записи числа

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Двоичная	2	0,1
Восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15)

Алгоритм перевода чисел в десятичную СС

2	1	0	
1	5	9	$=1*10^2+5*10^1+9*10^0$

Данный алгоритм основан на развернутой форме записи числа

3	2	1	0	
1	0	0	1	$=1*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0 = 9_{10}$

1	0
---	---

9	F	$=9*16^1+F*16^0=?$
---	---	--------------------

7 6 5 4 3 2 1 0

$$1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1_2 = 1*2^7 + 0*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = ?$$

□

$$\begin{aligned} 10,11_2 &= 1*2^1 + 0*2^0 + 1*2^{-1} + 1*2^{-2} = \\ &= 1*2 + 0*1 + 1*0,5 + 1*0,25 = 2,75_{10} \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 36,44_8 &= 3*8^1 + 6*8^0 + 4*8^{-1} + 7*8^{-2} = \\ &= 3*8 + 6*1 + 4*0,125 + 7*0,015625 = \\ &= 24 + 6 + 0,5 + 0,0625 = 30,5625_{10} \end{aligned}$$

Алгоритм перевода чисел из десятичной СС в n - ичную

Например: $159_{10} = x_8$

$$\begin{array}{r}
 159 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 152 \quad | \quad 19 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 \quad 7 \quad | \quad 16 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 3
 \end{array}$$

$x = 237_8$

$159_{10} = x_2$

$159_{10} = x_2$

$$\begin{array}{r}
 159 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 158 \quad | \quad 79 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad 1 \quad | \quad 78 \quad | \quad 39 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 1 \quad | \quad 38 \quad | \quad 19 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 18 \quad | \quad 9 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 8 \quad | \quad 4 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 4 \quad | \quad 2 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad | \quad 2 \quad | \quad 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Ответ: $x = 10011111_2$

Задания для самостоятельного выполнения:

- $10011_2 \square x_{10}$
- $1010101_2 \square x_{10}$
- $12_{10} \square y_3$
- $76_{10} \square a_3$
- $856_{10} \square e_8$
- $345_{10} \square a_5$
- $675_{10} \square y_{12}$
- $256_8 \square x_2$
- $657_8 \square z_{10} \square y_2$
- $1AC7_{16} \square x_2$

Шестнадцатирично– десятично –двоичная таблица перевода

$$0_{16} = 0_{10} = 0_2$$

$$1_{16} = 1_{10} = 1_2$$

$$2_{16} = 2_{10} = 10_2$$

$$3_{16} = 3_{10} = 11_2$$

$$4_{16} = 4_{10} = 100_2$$

$$5_{16} = 5_{10} = 101_2$$

$$6_{16} = 6_{10} = 110_2$$

$$7_{16} = 7_{10} = 111_2$$

$$8_{16} = 8_{10} = 1000_2$$

$$9_{16} = 9_{10} = 1001_2$$

$$A_{16} = 10_{10} = 1010_2$$

$$B_{16} = 11_{10} = 1011_2$$

$$C_{16} = 12_{10} = 1100_2$$

$$D_{16} = 13_{10} = 1101_2$$

$$E_{16} = 14_{10} = 1110_2$$

$$F_{16} = 15_{10} = 1111_2$$

Пример перевода двоичного числа в 16-ричную СС

$$10101111111_2 = x_{16}$$

0101	0111	1111
5	E	F

Ответ: $10101111111_2 = 57F_{16}$

Самостоятельно перевести:

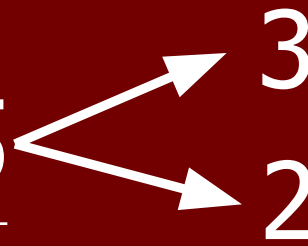
$$111100101010_2 = x_{16}$$

$$100100011100101010_2 = y_{16}$$

Перевод числа из 16-ричной СС в двоичную

- $26E_{16} = ?$
- $2_{16} = 0010_2$
- $6_{16} = 0110_2$
- $E_{16} = 1110_2$
- Ответ: $26E_{16} = 10\ 0110\ 1110_2$
- Д/з: путем перевода в десятичную СС, проверить истинность равенства.

Пример сложения десятичных чисел 17 и 5 (столбиком)

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 5 \\ \hline 22 \end{array}$$


Для того чтобы к 7 прибавить 5, необходимо число 5 разложить на слагаемые, выделив то количество единиц, которое в сумме с числом 7 дает число 10, то есть обеспечивает увеличение количества десятков в числе и тем самым переход единицы в другой разряд.

$$7+5=7+3+2=10+2=12$$

Таблицы сложения и умножения в двоичной СС

«+»	0_2	1_2
0_2	0_2	1_2
1_2	1_2	10_2

Или: $0_2 + 0_2 = 0_2$

$$0_2 + 1_2 = 1_2$$

$$1_2 + 0_2 = 1_2$$

$$1_2 + 1_2 = 10_2$$

«*»	0_2	1_2
0_2	0_2	0_2
1_2	0_2	1_2

$$0_2 * 0_2 = 0_2$$

$$0_2 * 1_2 = 0_2$$

$$1_2 * 0_2 = 0_2$$

$$1_2 * 1_2 = 1_2$$

Пример сложения и вычитания двоичных чисел:

$$\begin{array}{r} + \quad 101_2 \\ \quad 11_2 \\ \hline 1000_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cdot \quad \cdot \\ 100_2 \\ \quad 1_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$

Задания для самостоятельного выполнения:

- 1) $221_3 - 11_3$
- 2) $21_3 * 2_3$
- 3) $11_3 : 2_3$
- 4) $1110_2 + 101_2$
- 5) $10101_2 - 11_2$
- 6) $101_2 * 11_2$
- 7) $1110_2 : 10_2$
- 8) В саду 100 фруктовых деревьев – 14 груш и 42 яблони. В какой системе счисления посчитаны деревья? ($14_x + 42_x = 100_{x'}$, $x=?$)

Домашнее задание:

- $213_x * 3_x = 1144_x$
- $10101_2 * 101_2$
- $140_5 : 14_5$
- $121211_3 + 221_3$
- $AFF1_{16} - 19D_{16}$
- $FFFF_{16} + 1_{16}$
- $1996_{16} + BABA_{16}$
- $BEDA_{16} - BAC_{16}$
- $1998_{16} - A1F_{16}$
- $10_{x'}, 21_{x'}, 201_{x'}, 1201_{x'}. x_{\text{мин}} = ?$
- $22_{y'}, 984_{y'}, 1010_{y'}, A219_{y'}. y_{\text{мин}} = ?$
- Записать наибольшее и наименьшее n – разрядные числа, представимые в СС с основанием p и перевести эти числа в десятичную СС: 1) $n=2, p=2$; 2) $n=3, p=8$; 3) $n=4, p=16$.