

ЕГЭ 2014

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Задание В14

Тип задания: Задача на составление уравнения

Характеристика задания: Традиционная «текстовая» задача (на движение, работу и т.п.), сводящаяся к составлению и решению уравнения

Комментарий: В качестве неизвестной, как правило, лучше выбирать искомую величину. Составленное уравнение является рациональным и сводится в большинстве случаев к линейному или квадратному

1. Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого ему навстречу из города В выехал второй автомобиль со скоростью 65 км/ч. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? (ответ дать в километрах)

Решение

Через час после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями стало равно $435 - 60 = 375$ (км), поэтому автомобили встретятся через время $t = 375 / (60 + 65) = 3$ (ч)

Таким образом, до момента встречи первый автомобиль будет находиться в пути 4 ч и проедет $60 \cdot 4 = 240$ (км)

Ответ: 240

2. Два пешехода отправляются в одном направлении одновременно из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого пешехода на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 м?

Решение

Время t в часах, за которое расстояние между пешеходами станет равным 300 м = 0,3 км, находим по формуле

$$t = 0,3/1,5 = 0,2 \text{ (ч)}$$

$$0,2 \text{ ч} = 12 \text{ минут}$$

Ответ: 12

3. Теплоход отошел от пристани одновременно с плотом и прошел вниз по течению 42 км. Сделав остановку на 1 час, он двинулся обратно вверх по реке. Пройдя 12 км, теплоход встретился с плотом. Во сколько раз собственная скорость теплохода больше скорости течения реки, если скорость течения реки равна 4 км/ч?

Решение

Пусть x км/ч – собственная скорость теплохода,
тогда $(x + 4)$ км/ч – скорость теплохода по течению,
 $(x - 4)$ км/ч – скорость теплохода против течения.

К моменту встречи с теплоходом плот пройдет 30 км за $30/4 = 7,5$ часов,

$42/(x + 4) + 1 + 12/(x - 4)$ (ч) - время, которое теплоход находился в пути до встречи,

Получаем уравнение: $42/(x + 4) + 1 + 12/(x - 4) = 7,5$

$x_1 = 2,75$ (км/ч) - не удовлетворяет условию задачи, т.к. скорость течения реки равна 4 км/ч,

$$x_2 = 8 \text{ (км/ч)}$$

Значит собственная скорость теплохода равна 8 км/ч и $8 : 4 = 2$, т.е. в 2 раза собственная скорость теплохода больше скорости течения

Ответ: 2

4. Из одной точки круговой трассы, длина которой 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. $V_1 = 80$ км/ч и через 40 минут после старта он опережает второй автомобиль на один круг. Найти V_2

Решение

Пусть $V_2 = x$ (км/ч), 40 мин = $2/3$ часа,

тогда $14/(80 - x) = 2/3$,

откуда $160 - 2x = 42$,

$x = 59$ (км/ч)

Ответ: 59

5. Теплоход, собственная скорость которого равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается обратно в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длилась 5 ч, в исходный пункт теплоход возвращается через 30 ч после отплытия от него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Решение

Пусть $S = 2x$ (км)

$25 + 3 = 28$ (км/ч) – скорость теплохода по течению,

$25 - 3 = 22$ (км/ч) – скорость теплохода против

течения, $x/28$ (ч) – время движения по течению,

$x/22$ (ч) – время движения против течения,

тогда $x/28 + x/22 + 5 = 30$,

откуда $x = 308$,

а $S = 616$ (км)

Ответ: 616

6. Теплоход проходит от пристани А до пристани В по течению реки за 3 ч, а против течения – за 4 ч. За сколько часов проплывет это расстояние плот?

Решение

Пусть x км/ч – собственная скорость теплохода,

y км/ч – скорость плота (течения),

S км – путь АВ,

тогда по условию задачи необходимо найти S/y - ?

Из условия задачи: $S = 3(x + y)$ и $S = 4(x - y)$,

значит $3(x + y) = 4(x - y)$, $x = 7y$

$$S = 3(7y + y) = 24y$$

Ответ: 24

$$S/y = 24y/y = 24 \text{ (ч)}$$

7. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть – со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть – со скоростью 24 км/ч. Найти среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути

Решение

Пусть $3S$ (км) – протяженность всей трассы,

тогда $t_1 = S/12$ (ч), $t_2 = S/16$ (ч), $t_3 = S/24$ (ч),

значит $t = S/12 + S/16 + S/24 = 9S/48$ (ч),

и тогда $V_{\text{ср}} = 3S : 9S/48 = 3S \cdot 48/9S = 16$ (км/ч)

Ответ: 16

8. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 м, второй – 80 м. Сначала второй сухогруз отстает от первого и расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 м. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 м. На сколько км/ч скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение

Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью x (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов.

Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние $S = 400 + 80 + 120 + 600 = 1200$ (м)

Поэтому $x = 1200 : 12 = 100$ (м/мин) = 6 (км/ч)

9. Маша и Даша могут за день прополоть 3 грядки, Даша и Глаша – 4 грядки, а Глаша и Маша – 5 грядок. Сколько грядок за день смогут прополоть девочки, работая втроем?

Решение

Вообразим, что сначала Маша и Даша работали один день, затем Даша и Глаша работали один день, а потом Глаша и Маша работали еще один день

Получается, что каждая девочка работала 2 дня или что бригада, состоящая из Маши, Даши и Глаши, прополола

$$3 + 4 + 5 = 12 \text{ грядок за два дня}$$

Значит, за один день эта бригада прополет вдвое меньше грядок, т. е. 6

Ответ: 6

10. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение

За 3 часа первый рабочий выполнил $\frac{3}{15}$ всего заказа. Оставшиеся $1 - \frac{3}{15} = \frac{12}{15}$ заказа рабочие делали вместе и потратили на это $\frac{12}{15} : \frac{2}{15} = 6$ (ч). Значит, время, потраченное на выполнение всего заказа, составляет $3 + 6 = 9$ (ч)

Ответ: 9

11. Маша собирает ведро малины за 3 ч, а Саша – за 5 ч. За сколько часов они наберут 2 ведра малины, если будут собирать вместе с постоянной скоростью?

Решение

$1/3$ (ведра/ч) – скорость Маши,

$1/5$ (ведра/ч) – скорость Саши,

$1/3 + 1/5 = 8/15$ (ведра/ч) – совместная скорость,

Тогда два ведра Маша и Саша наберут за
 $2 : 8/15 = 15/4 = 3,75$ (ч)

Ответ: 3,75

12. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 4 ч. За сколько часов может вспахать поле первая бригада, работая самостоятельно, если ей необходимо на 6 ч меньше, чем второй бригаде?

Решение

Пусть x (ч) – время, за которое первая бригада может вспахать поле самостоятельно,

тогда $x + 6$ (ч) - время второй бригады,

$1/x$ - производительность первой бригады,

$1/(x + 6)$ - производительность второй бригады,

по условию задачи общая производительность равна $1/4$,

тогда $1/x + 1/(x + 6) = 1/4$

$$4x + 4x + 24 = x^2 + 6x$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0, D = 25,$$

$$x_1 = 6,$$

$$x_2 = -4 \text{ – не удовлетворяет условию задачи}$$

Ответ: 6

13. Два садовника стригут кусты вместе за 5 часов. Если бы первый садовник стриг кусты один 3 часа, то второму понадобилось бы 7,5 часов, чтобы довести работу до конца. За сколько часов второй садовник может один постричь все кусты?

Решение

Пусть x – производительность первого садовника,

y – производительность второго садовника,

тогда
$$\begin{cases} 5x + 5y = 1, \\ 3x + 7,5y = 1, \end{cases}$$

Ответ: 50

откуда $x = 5/45, y = 4/45$

т. е. $t_2 = 1 : 4/45 = 45/4 = 11,25$ (ч)

14. Первая труба пропускает на 6 л воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров в минуту пропускает первая труба, если бак объемом в 360 л она заполняет на 10 мин дольше, чем вторая труба?

Решение

Пусть x (л/мин) – производительность первой трубы, тогда $x+6$ (л/мин) – производительность второй трубы,

$360/x$ (ч) – время заполнения бака первой трубой,

$360/(x+6)$ (ч) – время заполнения бака второй трубой,

тогда $360/x = 360/(x+6) + 10$ или $36/x - 36/(x+6) = 1$

$$x(x+6) = 216, \quad x^2 + 6x - 216 = 0$$

$x_1 = -18$ – не удовлетворяет условию задачи, **Ответ: 12**

$$x_2 = 12 \text{ (ч)}$$

15. Бассейн можно наполнить водой из двух кранов. Если открыть первый кран на 10 мин, а второй кран на 20 мин, то бассейн будет заполнен. Если первый кран открыть на 5 мин, а второй – на 15 минут, то заполнится $\frac{3}{5}$ бассейна. За какое время можно заполнить бассейн из каждого крана в отдельности?

Решение

Пусть x (мин) – время заполнения бассейна первым краном, y (мин) – время заполнения бассейна вторым краном, тогда $\frac{1}{x}$ – производительность первого крана, $\frac{1}{y}$ – производительность второго крана,

$$\text{тогда } \begin{cases} 10/x + 20/y = 1 \\ 5/x + 15/y = 3/5 \end{cases} \quad \begin{cases} 1/x = 3/50 \\ 1/y = 1/50 \end{cases}$$

решая систему, имеем: $x = 50/3$ (мин), $y = 50$ (мин)

Ответ: $50/3, 50$

16. Свитер дороже рубашки на 25%. На сколько процентов рубашка дешевле свитера?

Решение

**Пусть x (руб) – стоимость свитера,
 y (руб) – стоимость рубашки,**

т. к. свитер дороже рубашки на 25%,

то $x = 1,25y$, т. е. $y = 0,8x$,

значит рубашка дешевле свитера на 20%

Ответ: 20

17. Виноград содержит 91% влаги, а изюм – 7%. Сколько килограмм винограда потребуется для получения 21 кг изюма?

Решение

В данной задаче нас интересует масса сухого вещества, а не влаги

Пусть x (кг) – потребуется, тогда
 $(1 - 0,91)x = 0,09x$ (кг) – сухого вещества в x кг,
 $(1 - 0,07) \cdot 21 = 0,93 \cdot 21$ (кг) – сухого вещества в 21 кг,

т. к. масса сухого вещества неизменна, то

$$0,09x = 0,93 \cdot 21,$$

$$9x = 93 \cdot 21,$$

$$x = 217 \text{ (кг)}$$

Ответ: 217