# Введение в комбинаторику

# Урок № 1.
# Тема урока: «Исторические комбинаторные задачи»

В математике существует немало задач, в которых требуется из имеющихся элементов составить различные наборы, подсчитать количество всевозможных комбинаций элементов, образованных по определенному правилу.

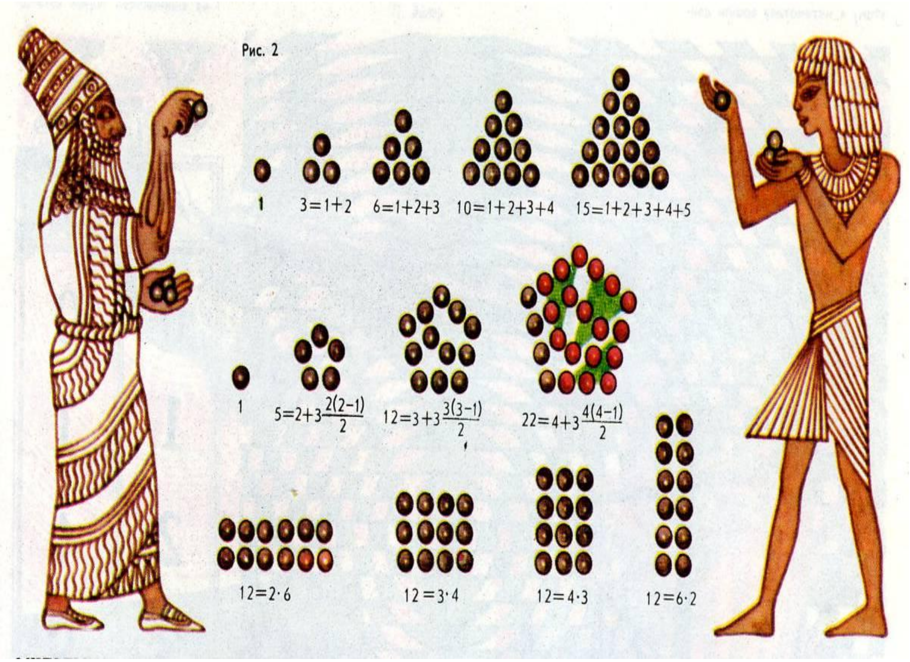
Такие задачи называются ***комбинаторными***, а раздел математики, занимающийся решением этих задач, называется ***комбинаторикой***.

С комбинаторными задачами люди столкнулись в глубокой древности. В Древнем Китае увлекались составлением магических квадратов. В Древней Греции занимались теорией фигурных чисел.

Комбинаторные задачи возникли и в связи с такими играми, как шашки, шахматы, домино, карты, кости и т.д. Комбинаторика становится наукой лишь в 18 в. – в период, когда возникла теория вероятности.

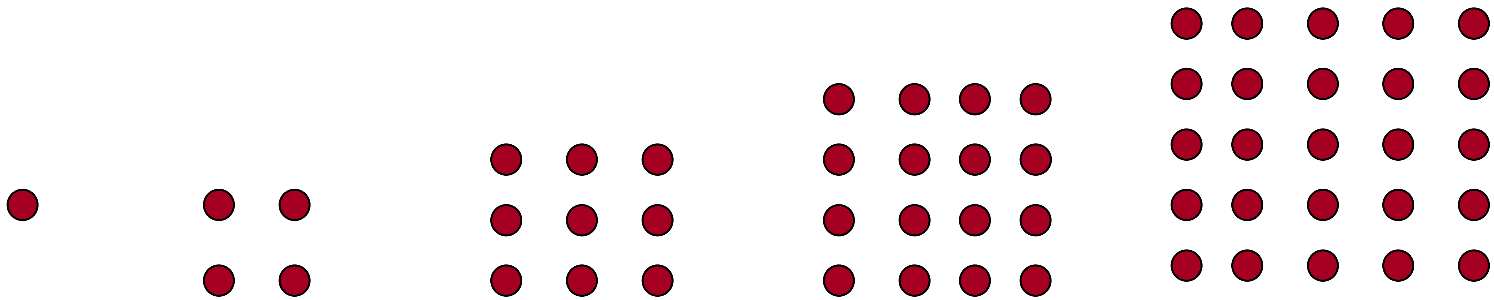
# Фигурные числа

**В древности для облегчения вычислений часто использовали камешки. При этом особое внимание уделялось числу камешков, которые можно было разложить в виде правильной фигуры.**



# Фигурные числа

**<u>Квадратные числа:</u> 1,4,16,25…**



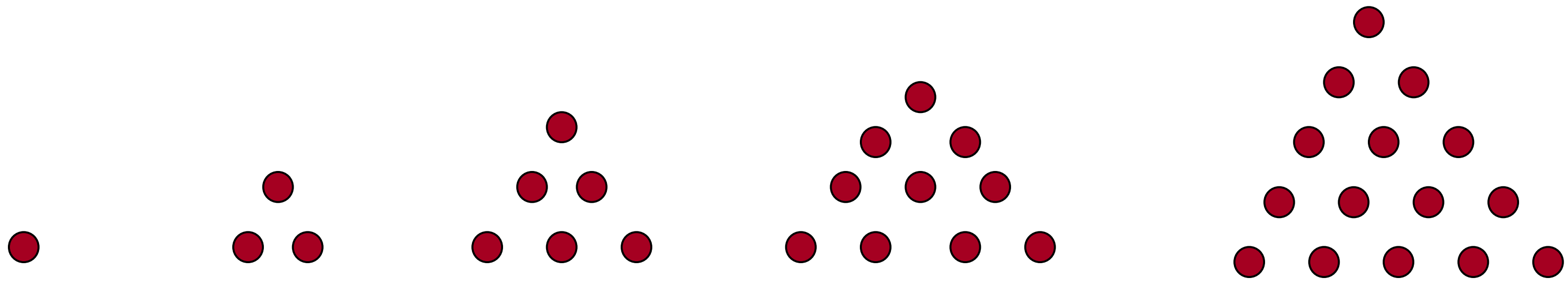
1

2*2=2 =4 3*3=3 =9 4*4=4 =16 5*5=5 =25

$$N_{кв} = n^2$$

# *Фигурные числа*

## Треугольные числа



1 1+2=3 1+2+3=5 1+2+3+4=10 1+2+3+4+5=15

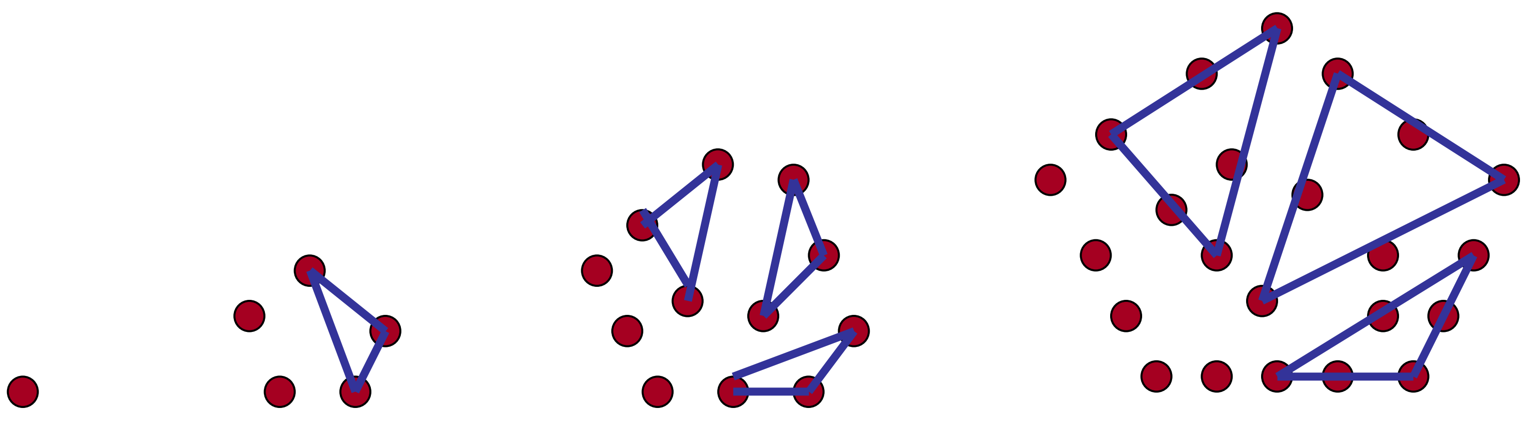
$$N_{тр} = (n(n+1))/\ 2$$

# Фигурные числа

## Пятиугольные числа

$$N_{\text{пят}} = n + 3(n(n-1)/2)$$

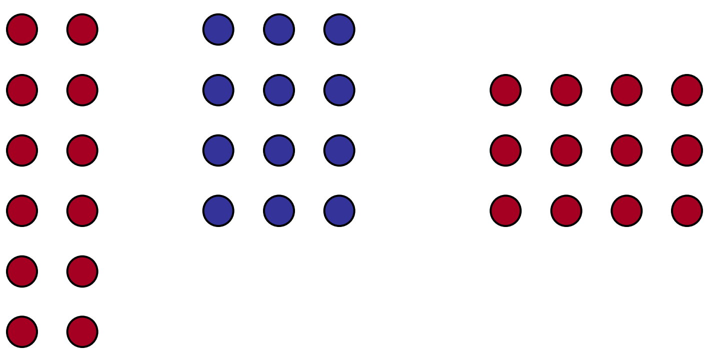
1 5 12 22



# Фигурные числа

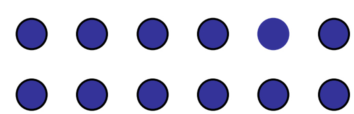
<u>**Прямоугольные числа-**</u> **составные числа, которые древние представляли в виде прямоугольников.**

**Представления числа 12 выглядели так**



**12**

**12**



# *Фигурные числа*

**<u>Непрямоугольные числа</u> – простые числа, которые древние представляли в виде линий.**

**3**

**7**

# Магические квадраты

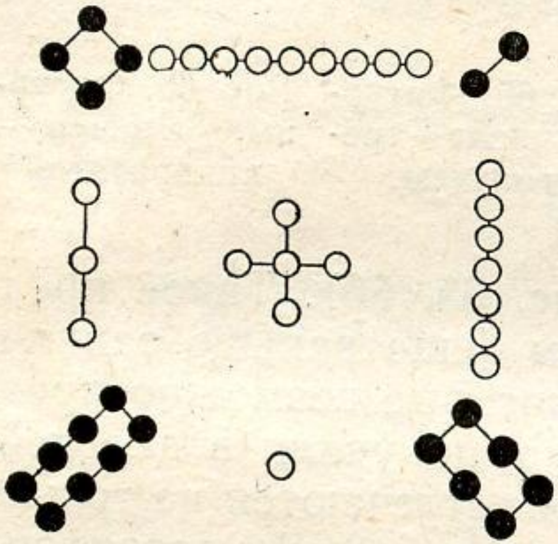


Рис. 69. Девятиклеточный старинный магический квадрат.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 14 | 15 | 4 |
| 12 | 7 | 6 | 9 |
| 8 | 11 | 10 | 5 |
| 13 | 2 | 3 | 16 |

Рис. 71. Древнеиндийский магический квадрат.

# Латинские квадраты

Латинскими квадратами называют квадраты размером n x n клеток, в которых записаны натуральные числа от 1 до n, причем таким образом, что в каждой строке и в каждом столбце встречаются все эти числа по одному разу.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 1 |
| 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |
| 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 4 |

# Задачи

1. Посчитать число однобуквенных слов русского языка.
2. Записать первые двенадцать квадратных чисел.
3. Записать первые десять треугольных чисел.
4. **Составить латинский квадрат.**

# Домашнее задание

1. Записать *n*- е по порядку кв. число, если:
   1) *n* =20;
   2) *n* =25  3) *n* =31;
2. Записать *n*- е по порядку треугольное число, если: 1) n=20;
   2) n=33; 3) n=34;
3. Изобразить в древних традициях всеми возможными способами составное число: 1) 6; 2) 8; 3) 18;
   4) 20;
4. Продолжить построение магического квадрата:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | |
| | 5 | |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | 5 | |
| 4 | 3 | |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | | |
| 9 | 5 | |
| | | |

# Задачи

1) Однобуквенных слов русского языка 11:

а, б, в, ж, и, к, о, с, у, э, я.

# Задачи

2) **1, 4, 9,**

**16,25, 36,**

**49, 64, 81,**

**100, 121**

# Задачи

3) **1, 3, 6,**

**10, 15, 21,**

**28, 36, 45,**

**55.**

# ***Уроки № 2-3***
# ***Тема урока: «Различные комбинац*** 
# ***трех элементов»***

Нередко в жизни бывают ситуации, когда задача имеет не одно, а несколько решений, которые нужно сравнить, а может быть, и выбрать наиболее подходящее для конкретной ситуации.

# Сочетания

**Задача № 1**

Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч. Сколько существует различных вариантов посещения футбольного матча для троих друзей?

# Сочетания

Антон и Борис

Антон и Виктор

Борис и Виктор

Ответ: 3 варианта.

# Сочетания

**Вывод:**

В задаче были составлены всевозможные сочетания из трех элементов по два: пары элементов из имеющихся трех элементов. Пары отличались друг от друга только составом элементов, а порядок расположения элементов в паре не учитывался.

# Размещения

**Задача № 2**

Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч на 1-ое и 2-ое места первого ряда стадиона. Сколько у друзей есть вариантов (способов) занять эти два места на стадионе? Записать все эти варианты.

# Размещения

|  | I | II | III | IV | V | VI |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1-ое место | А | Б | А | В | Б | В |
| 2-ое место | Б | А | В | А | В | Б |

# Размещения

**Вывод:**

**В задаче из трех элементов выбирались пары элементов и фиксировался их порядок расположения в паре, т.е. все составленные пары отличались друг от друга либо составом элементов, либо их расположением в паре. В комбинаторике такие пары называют размещениями из трех элементов по два.**

# Перестановки

<u>**Задача № 3**</u>

**Антону, Борису и Виктору повезло, и они купили 3 билета на футбол на 1-ое, 2-ое и 3-е места первого ряда стадиона. Сколькими способами могут занять мальчики эти места?**

# Перестановки

|  | I | II | III | IV | V | VI |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-ое место | А | Б | А | В | Б | В |
| 2-ое место | Б | А | В | А | В | Б |
| 3 – е место | В | В | Б | Б | А | А |

# Перестановки

## Вывод:

В задаче были составлены всевозможные **перестановки** из трех элементов – комбинации из трех элементов, отличающихся друг от друга порядком расположения в них элементов.

# Устные задачи

1) Сколько подарочных наборов можно составить:

а) из одного предмета;

б) из двух предметов,

если в наличии имеются одна ваза и одна ветка сирени?

2) Сколькими способами Петя и Вова могут занять 2 места за одной двухместной партой?

# Задачи

1) Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2 и 3 при условии, что цифры в числе:

а) должны быть различными;

б) могут повторяться?

# Решение

а) Способ составления трехзначных чисел из 3 различных цифр аналогичен способу записи троек букв в задаче 3:

**123, 213, 132, 312, 231, 321.**

Получили 6 чисел.

# Решение

б) Перебор вариантов можно организовать следующим образом. Выпишем все числа, начинающиеся с цифры 1 в порядке их возрастания; затем – начинающиеся с цифры 2; после чего – начинающиеся с цифры 3:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 111 | 112 | 113 | 211 | 212 | 213 | 311 | 312 | 313 |
| 121 | 122 | 123 | 221 | 222 | 223 | 321 | 322 | 323 |
| 131 | 132 | 133 | 231 | 232 | 233 | 331 | 332 | 333 |

Получили 27 чисел.