ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

9 класс

Последовательности составляют такие элементы природы, которые можно пронумеровать!

Дни недели

Дома на улице

Список учащихся

Названия месяцев

Номер счёта в банке

Найдите закономерности и покажите их с помощью стрелки

1; 4; 7; 10; 13; …

В порядке возрастания положительные нечетные числа

10; 19; 37; 73; 145; …

В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

6; 8; 16; 18; 36; …

В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

Увеличение на 3

Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; …

5; 10; 15; 20; 25; …

Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают члены последовательности так

$$a_1;\ a_2;\ a_3;\ a_4;\ \ldots\ a_n$$

1, 2, 3, 4, … , n - порядковый номер члена последовательности.

(a_n)- последовательность, a_n – n-ый член последовательности

a_{n-1} – предыдущий член последовательности

a_{n+1} – последующий член последовательности

Понятие числовой последовательности возникло и развилось задолго до создания учения о функции. Вот примеры бесконечных числовых последовательностей, известных еще в древности:

1, 2, 3, 4, 5,… - последовательность натуральных чисел;

2, 4, 6, 8, 10,… - последовательность четных чисел;

1, 3, 5, 7, 9, … - последовательность нечетных чисел;

1, 4, 9, 16, 25, … - последовательность квадратов натуральных чисел;

2, 3, 5, 7, 11, … - последовательность простых чисел;

$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \ldots$ - последовательность чисел, обратных натуральным.

Способы задания последовательностей

АНАЛИТИЧЕСКИЙ

С помощью формулы n-ого члена – позволяет вычислить член последовательности с любым заданным номером

$$X_n = 3n + 2$$

$$X_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

$$X_{45} = 3 \cdot 45 + 2 = 137$$

СЛОВЕСНЫЙ

С помощью описания

Например: Записать последовательность, все члены которой с нечётными номерами равны -10, а с чётными номерами равны 10.

-10; 10; -10; 10; -10; 10; …

РЕККУРЕНТНЫЙ

от слова recursio - возвращаться

$$x_1 = 1; \quad x_{n+1} = (n+1)x_n$$

$$n = 1; 2; 3; \ldots$$

$$x_2 = (1+1)x_1 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$x_3 = (2+1)x_2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$x_4 = (3+1)x_3 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$x_5 = (4+1)x_4 = 5 \cdot 24 = 120$$

$$x_6 = (5+1)x_5 = 6 \cdot 120 = 720$$

Последовательность задана формулой:

$$a_n = n^4$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

1; $\underline{16}$; 81; $\underline{256}$; 625; …

Последовательность задана формулой:

$$a_n = n + 4$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

5; $\underline{\ \ 6\ \ }$; $\underline{\ \ 7\ \ }$; $\underline{\ \ 8\ \ }$; 9; …

Последовательность задана формулой:

$$a_n = 2^n - 5$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

<u>- 3 </u>; <u>-1 </u>; 3; 11; <u>27</u>; …

Последовательность задана формулой:

$$a_n = 3^n - 1$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

$$2;\ 8;\ \underline{26\ \ };\ \underline{80\ \ };\ \underline{242};\ \ldots$$

Дано: (a_n)

$$a_n = (-1)^n n^2$$

Найти: a_4 , a_6 , a_9

Решение:

$$a_4 = (-1)^4 \cdot 4^2 = 1 \cdot 16 = 16$$

$$a_6 = (-1)^6 \cdot 6^2 = 1 \cdot 36 = 36$$

$$a_9 = (-1)^9 \cdot 9^2 = -1 \cdot 81 = -81$$

Дано: (a_n)

$a_1 = 1 \quad a_2 = 1$

$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$

$a_n \; ; a_{n+1} \; ; a_{n+2}$

Найти: a_3 , a_4 , a_5 , a_6

Решение:

$a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$

$a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 2 = 3$

$a_5 = a_3 + a_4 = 2 + 3 = 5$

$a_6 = a_4 + a_5 = 3 + 5 = 8$

Работа с учебником

№ 560,

№ 562.

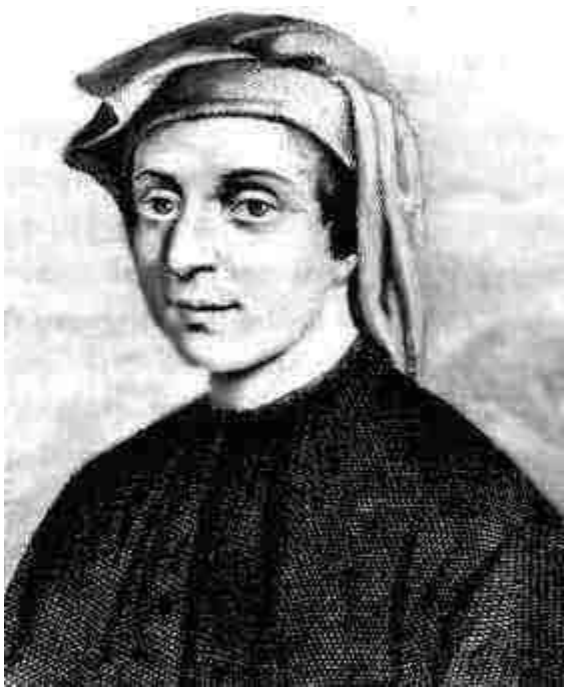
При выполнении первых заданий внимание следует уделить правильной записи членов последовательности, чтобы не забывали указывать индексы.

№ 563,

№ 564 (а, в).

При решении этих упражнений следует еще раз обратить внимание учащихся, что индексы – это натуральные числа и порядковые номера членов последовательности. Возможно устное выполнение этого задания.

ЛЕОНАРДО Пизанский (Фибоначчи)



Рекуррентное задание последовательности может быть и более сложным. Например, равенства: $x_1=1$; $x_2=1$; $x_{n+2}= x_{n+1} + x_n$
Члены этой последовательности называются числами Фибоначчи – по имени средневекового итальянского ученого Леонардо Фибоначчи (1180 – 1240) из г. Пизы. Последовательность Фибоначчи рассмотрена им в 1202 году в книге «Liber abacci». Эти числа встречаются в математике и природе довольно часто: треугольник Паскаля, количество веток на дереве или приплод от пары кроликов за определенный период времени, семена в подсолнечнике.

7. Домашнее задание:
№ 561, № 564 (б, г), № 565 (б, г, е), № 572 (а).

8. Подведение итогов урока
Итак, мы разобрали понятие последовательности и способы ее задания.
Приведите примеры числовой последовательности: конечной и бесконечной.
Какие способы задания последовательности вы знаете.
Какая формула называется рекуррентной?