

Архитектура ЭВМ и систем

Лекция 5

Формы представления чисел в ЭВМ

- Представление целых чисел
 - числа с фиксированной точкой
 - символьный способ представления
 - двоично-десятичный способ
- Представление вещественных чисел
 - числа с фиксированной точкой
 - числа с плавающей точкой

Представление целых чисел

■ 1. Числа с фиксированной точкой



■ Диапазон представляемых чисел

- n разрядов: $-2^{n-1} .. +2^{n-1}-1$
- $n=8$ $-128 .. 127$
- $n=16$ $-32\,768 .. 32\,767$

■ Диапазон беззнаковых чисел

- $0 .. 2^n-1$

- **Исключительная ситуация**
- FixedOverflow – переполнение с фиксированной запятой – результат операции превышает максимально возможное для данной разрядной сетки значение
 - устанавливается в "1" флаг переполнения
 - старший бит результата теряется
 - в качестве результата выдается искаженное число.
 - ситуация не считается критической, и после окончания данной операции вычисления продолжаются.

■ 2. Символьный способ представления

□ число 397 =

Код 3

Код 9

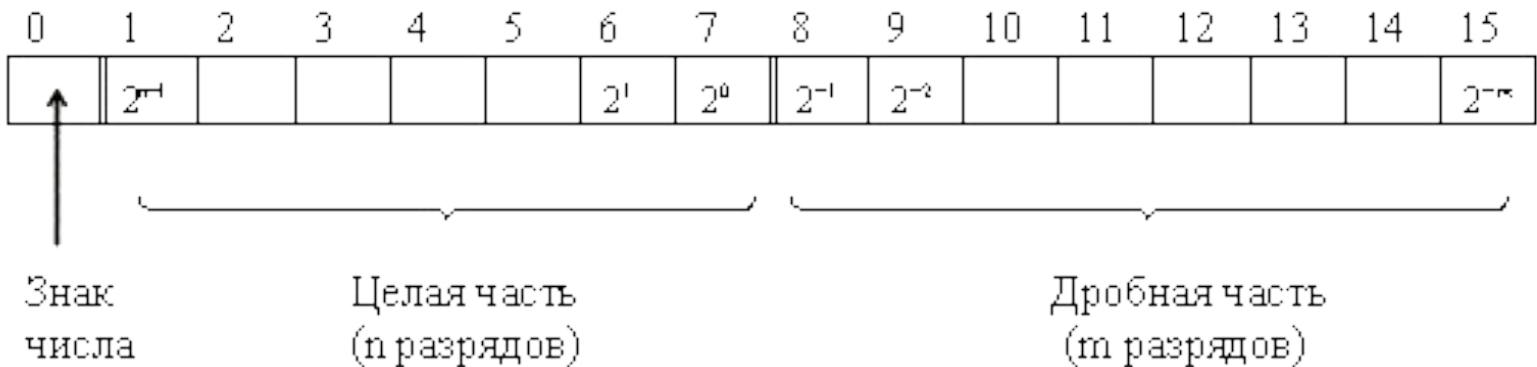
Код 7

■ 3. Двоично-десятичный код

□ $397_{10} = 0011 \ 1001 \ 0111$

Представление вещественных чисел

■ 1. Числа с фиксированной точкой



■ Достоинства

- простота выполнения арифметических операций
- высокая точность изображения чисел.

■ Недостаток

- небольшой диапазон представления чисел

■ 2. Числа с плавающей точкой

■ Форма записи числа:

$$N = \pm m q^{\pm p}$$

где

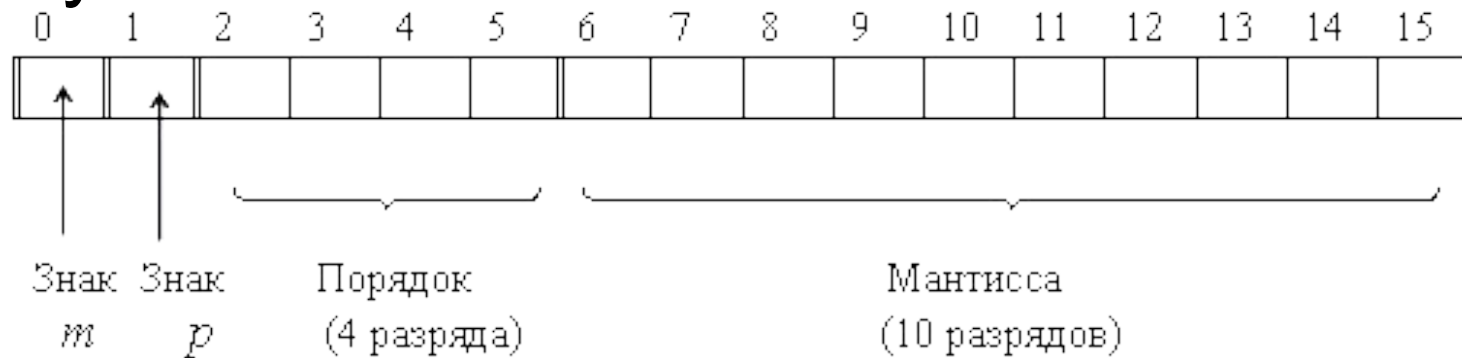
- q – основание системы счисления,
- p – порядок числа,
- m – мантисса числа N .

■ Пример.

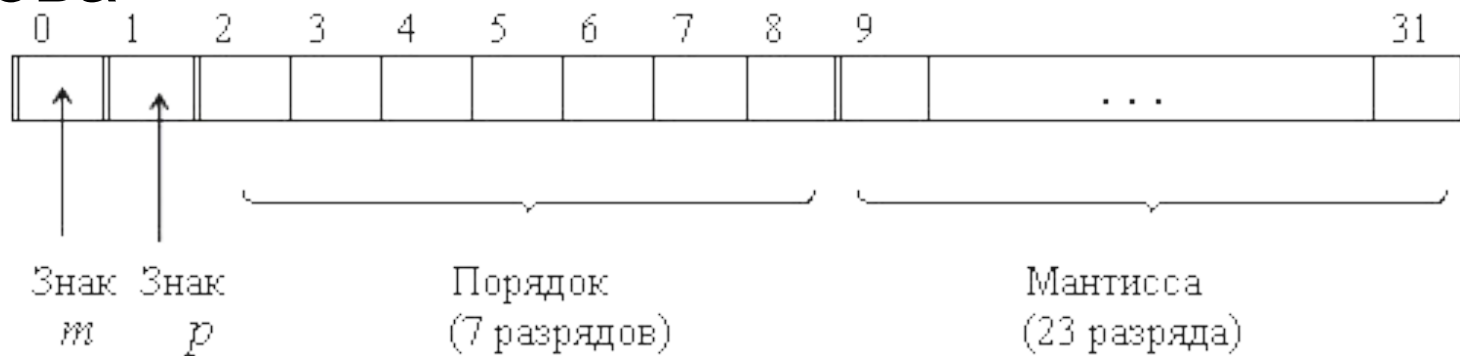
- $125_{10} = 12.5 \cdot 10^1 = 1.25 \cdot 10^2 = 0.125 \cdot 10^3 = 0.0125 \cdot 10^4 =$
...

■ Нормализованная форма записи числа: $1/q \leq |m| < 1$.

а) представление чисел в формате полуслова



б) представление чисел в формате слова



- Диапазон чисел определяется главным образом разрядностью порядка, а точность числа – только разрядностью мантиссы.
- Таким образом, числа с плавающей точкой позволяют увеличить диапазон обрабатываемых чисел, но при этом точность изображения чисел уменьшается по сравнению с числами с фиксированной точкой.
- Пример.
 - Пусть имеем число $0,1242 \cdot 10^{12}$ в 10 с/с.
 - Мантисса имеет 4 разряда.
 - Тогда ближайшее большее этого числа равно $0,1243 \cdot 10^{12}$.
 - Абсолютная погрешность $1 \cdot 10^8$.

- Пример. Даны $X=13,45$ и $Y=13,45 \cdot 10^{-5}$
 - в десятичной системы счисления
 - в форме чисел с плавающей запятой
 - разрядность мантиссы = 4, порядок = 2
- Вычислить $X - Y$.
- Запишем числа X и Y в форме с плавающей запятой:

$X: \quad + + 02 \quad 1345$

$Y: \quad + - 03 \quad 1345$

Оба числа представлены в форме с плавающей запятой без искажения.
 $X \neq 0, Y \neq 0$

- Выполним вычитание в столбик.

$X: \quad 13,45$

$Y: \quad 0,001345$

$X-Y: \quad 13,448655$

- Округлим результат, учитывая, разрядность мантиссы

$X-Y: \quad + + 02 \quad 1345$

- **Вывод.** При вычитании двух чисел большое значение имеют соотношение их величин и разрядность мантиссы, используемая для их кодирования.

- Например, цикл

`While (X-Y)>0.01 do оператор`

может оказаться бесконечным.

Ошибки и исключительные ситуации

- 1. Overflow - переполнение с плавающей запятой - в результате операции возникает число, имеющее порядок с большей разрядностью, чем допустимая при представлении порядка в машине
 - аппаратное прерывание работы
- 2. Появление машинных нулей, т.е. нормализованных чисел, отличных от нуля, но имеющих порядок, меньший самого малого порядка, представимого в разрядной сетке
 - выполнение программы после этого продолжается
- 3. Ошибка метода представления чисел - количество разрядов мантииссы больше количества, выделенного для ее представления в разрядной сетке ЭВМ,
 - избыточные младшие разряды отбрасываются

Арифметические действия над числами с плавающей точкой

- Сложение
- Умножение
- Деление

Сложение

1. Уравнивание порядков
 2. Сложение мантисс в одном из модифицированных кодов
 3. Нормализация результата
- Пример.
 - Представить числа $X=9_{10}$ и $Y=-37_{10}$ в виде нормализованных двоичных чисел с плавающей точкой и сложить.

Умножение

1. Умножение мантисс в прямом коде.
 2. Сложение порядков.
 3. Определение знака числа
(логическая операция исключающее или)
- Пример.
 - Представить числа $X=5_{10}$ и $Y=-0,375_{10}$ в виде нормализованных двоичных чисел с плавающей точкой и перемножить.

Деление

- Пример.

- Представить числа $X=20_{10}$ и $Y=0,25_{10}$ в виде нормализованных двоичных чисел с плавающей точкой и вычислить X / Y .

