

Иркутский филиал

Московского государственного технического университета гражданской авиации



**Дальность - 7 100 км,
Количество пассажиров – 120,
Длина – 35,9 м,
Высота – 10,17 м,
Двигатели - 4 × 4252 л.с.,
Крейсерская скорость 510 км/ч**

Ил-18

*(первый полет в 1959 г.,
выпущено 719 самолетов)*



В течение 1958—1959 гг. на самолётах Ил-18 было установлено 20 мировых рекордов дальности полёта и высоты с различной полезной нагрузкой.

Самолёты Ил-18 по причине своей экономичности, уровню комфорта и безопасности вызвали интерес на мировом рынке, поэтому многие зарубежные компании приобрели эти самолёты. Самолёт стал первым советским пассажирским самолётом, пользовавшимся широким спросом на мировом рынке: для 17 иностранных компаний было построено свыше 100 самолётов.





shramchevsky.blogspot.com

Большая часть катастроф ИЛ-18 зарубежных авиаперевозчиков связана с тем, что лайнер из-за его неприхотливости эксплуатировали в заведомо неблагоприятных условиях: низкое техническое обслуживание и диспетчерское сопровождение полетов, нарушались нормативы допустимой нагрузки и метеоусловий, при которых допустимы взлёт и посадка, ресурс необоснованно продляли, приближая к предельно допустимому

Один из самолётов Ил-18В был переоборудован для полётов в Антарктиду: в пассажирской кабине были установлены дополнительные топливные баки, что позволило довести запас топлива до 31 000 литров.



COPYRIGHT ALEXANDER TARASENKOV - ST.PETERSBURG SPOTTERS

AIRLINERS.NET

Тема 2. Погрешности измерений, обработка результатов, выбор средств измерений

Лекция 3 (2 часа)

Изучаемые вопросы:

- 3.1. Погрешности измерений, их классификация.
- 3.2. Методы оценки погрешностей измерения и нормирования метрологических характеристик средств измерений.
- 3.3. Обработка результатов однократных измерений.
- 3.4. Обработка результатов многократных измерений.
- 3.5. Выбор средств измерений по точности.

Лектор – к.ф.м.н., доцент Кобзарь В.А.

3.1. Погрешности измерений, их классификация

Основной постулат метрологии гласит: **определить истинное значение измеряемой величины невозможно или отсчет является случайным числом**

Качество измерения тем выше, чем ближе результат измерения оказывается к истинному значению. Количественной характеристикой качества измерений является погрешность измерения, определяемая как разность между измеренным $X_{изм}$ и истинным $X_{ист}$ значениями измеряемой величины

$$\Delta x = x_{изм} - x_{ист}$$

Погрешностью результата измерения называется отклонение найденного значения от истинного значения измеряемой физической величины

Погрешность средства измерения представляет собой разность между показаниями средства измерения и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины

Позитивной характеристикой качества измерений является точность измерения. Точность и погрешность связаны обратной зависимостью - измерение тем более точно, чем меньше его погрешность. Количественно точность выражается числом, равным обратному значению, относительной погрешности.

3.1.1. Классификация погрешностей измерений



3.1.2. Систематические погрешности. Источники возникновения систематических погрешностей

Важность оценивания систематических составляющей погрешности определяется тем, что знание ее величины позволяет внести поправку в результат измерения и тем самым повысить его точность. **Трудность** определения систематической погрешности в том, что она не может быть выявлена путем повторных измерений (наблюдений).

**Источники
возникновения
систематических
погрешностей**

**Средство
измерения**

По характеру изменения во времени систематические погрешности разделяют на постоянные и переменные

Наблюдатель

**Условия
измерения**

**Объект
исследования**

**Метод
измерения**

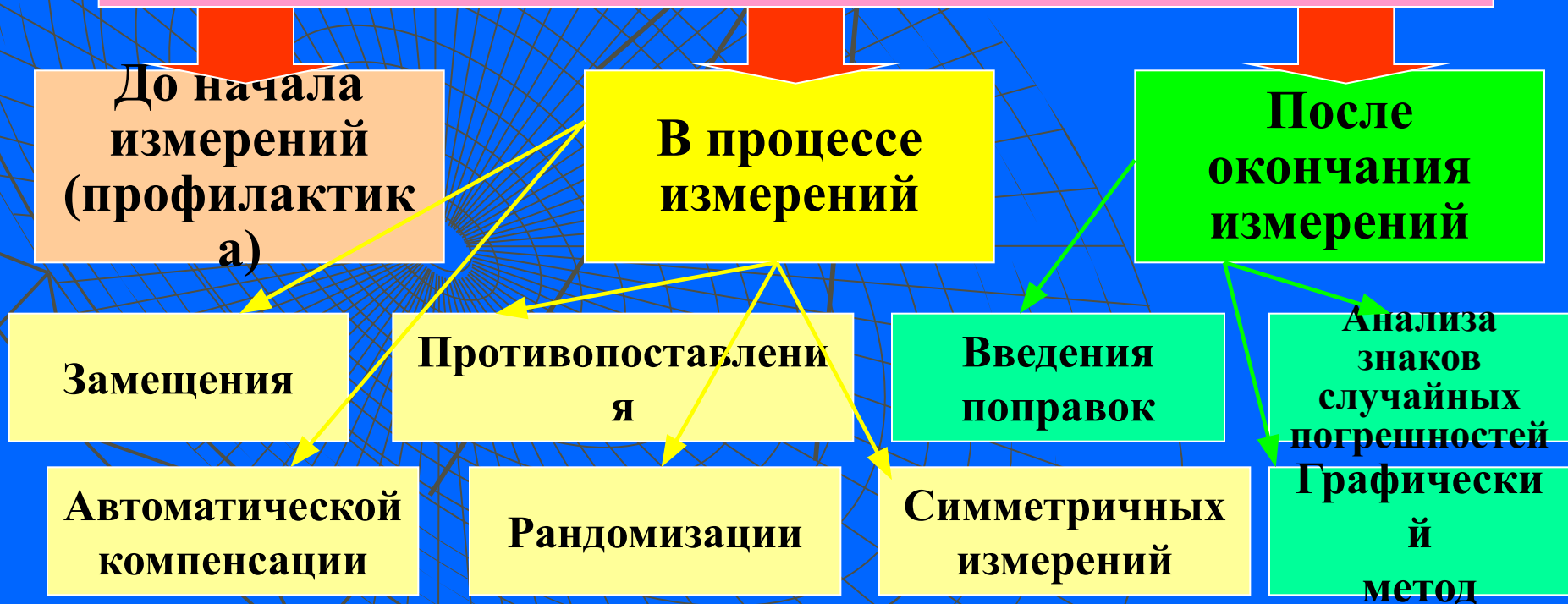
Переменными называют погрешности, изменяющиеся в процессе измерения.

Постоянными называют такие систематические погрешности измерения, которые остаются неизменными (сохраняют величины и знак) в течение всей серии измерений

3.2. Методы оценки погрешностей измерения ([2], стр.124-137)

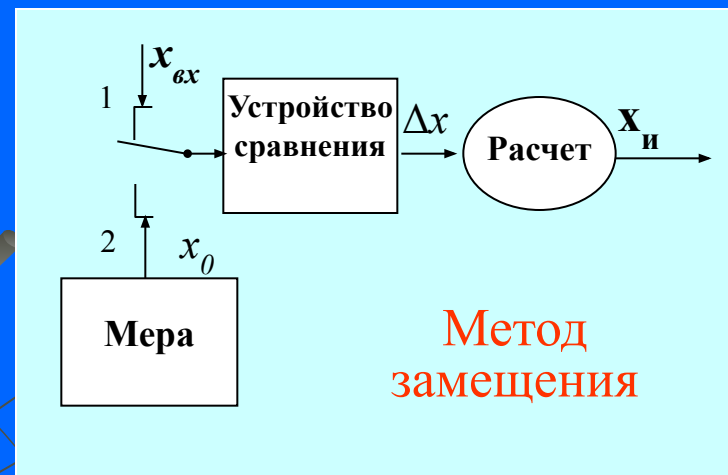
Не обнаруженная систематическая составляющая погрешности опаснее случайной погрешности (случайная погрешность имеет вариацию (разброс) результатов, систематическая – устойчиво их искажает). Результаты измерений, содержащие систематическую погрешность, относятся к *неисправленным*. *Постоянные систематические погрешности можно обнаружить только путем сравнения результатов измерений с другими более точными.*

Методы исключения систематических погрешностей



А. Методы исключения систематических погрешностей в процессе измерений

Метод замещения - измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой. Процесс измерения осуществляется в два этапа. На первом - осуществляется измерение искомой величины $x_{и}$, на втором — измеряемая величина x_{ex} заменяется величиной, воспроизводимой мерой x_0 , размер которой изменяется до тех пор, пока не получится такой же результат на выходе средства измерения. Результат измерения при этом определяется «размером величины» воспроизводимой мерой.



Пример. Омметром малой точности измерялось сопротивление резистора R_x . Результат измерения равен $x = R_x + \Delta c$, где x и Δc - соответственно показание омметра и систематическая погрешность измерения. *Решение.* Заменив R_x магазином сопротивлений и отрегулировав его так, чтобы сохранилось показание омметра, получим $x = R_m + \Delta c$. Из двух приведенных выражений для x следует, что $R_x = R_m$.

Метод компенсации погрешности по знаку используют для устранения постоянной систематической погрешности, у которой в зависимости от условий измерения изменяется только знак. При этом методе также предусматривает проведение двух измерений результаты которых соответственно есть $x_1 = x_{и} + \Delta c$ и $x_2 = x_{и} - \Delta c$, где $x_{и}$ - измеряемая величина. Среднее значение из полученных результатов $(x_1 + x_2) / 2 = x_{и}$ представляет собой окончательный результат измерения, не содержащей погрешности c .

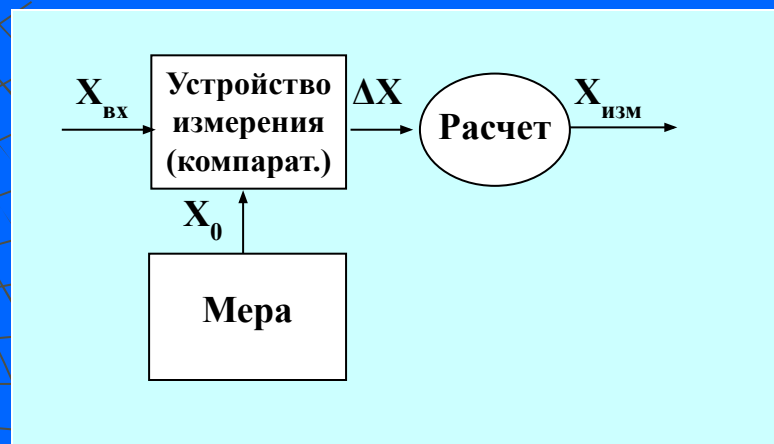
Пример. Показания вольтметра подвержены влиянию магнитного поля Земли. В результате возникает погрешность измерения U . *Решение.* Произведя два измерения напряжения при противоположной ориентации прибора относительно меридиана, получим $U1 = U_x + U$ и $U2 = U_x - U$. Отсюда напряжение $U_x = (U1 + U2) / 2$.

Метод рандомизации позволяет эффективно уменьшать систематическую погрешность путем измерения некоторой величины рядом однотипных приборов с последующей оценкой результата измерения в виде математического ожидания полученного ряда измерений.

Пример: Пусть некоторая ФВ измеряется n однотипными приборами, имеющими систематические погрешности одинакового происхождения. Для одного прибора эта величина – постоянная, но от прибора к прибору она изменяется случайным образом. Поэтому если измерить ФВ n приборами и вычислить математическое ожидание полученных результатов, то систематическая погрешность существенно уменьшится

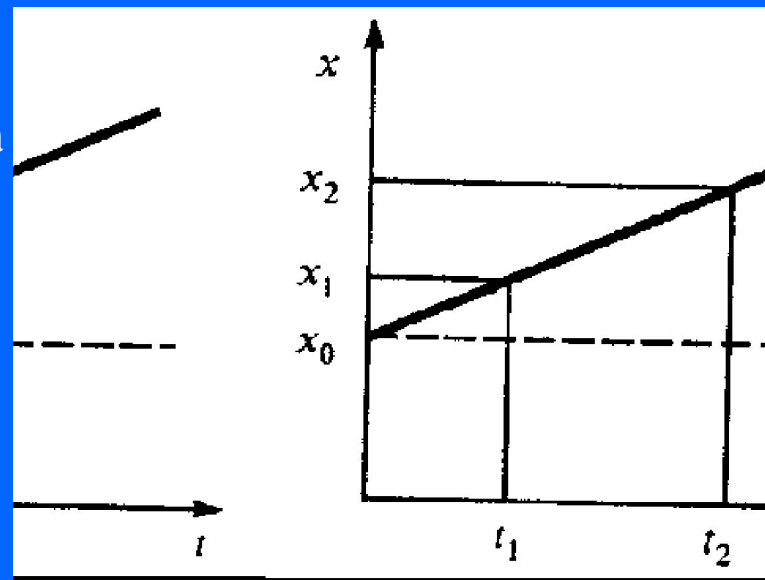
Метод противопоставления применяется в радиоизмерениях для уменьшения постоянных систематических погрешностей при сравнении измеряемой величины с известной величиной примерно равного значения, воспроизводимой соответствующей образцовой мерой.

Измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на компаратор, с помощью которого устанавливается соотношение между ними

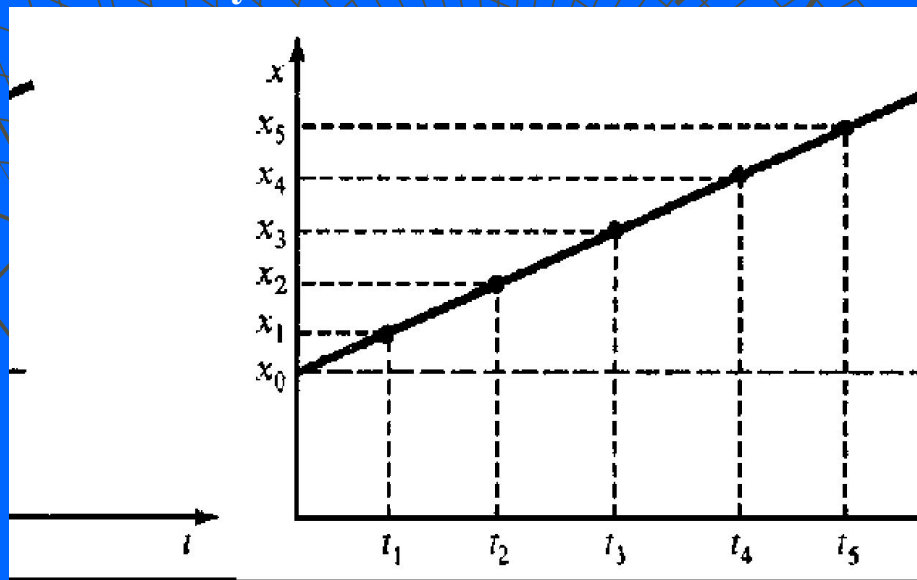


Метод автоматической компенсации эффективно реализуется только при использовании средств вычислительной техники (встроенных микропроцессоров). Для его реализации необходимо иметь меру или преобразователь повышенной точности.

Метод симметричных наблюдений – эффективен при выявлении и исключении **переменной систематической погрешности**, являющейся **линейной функцией** соответствующего аргумента (амплитуды, напряжения, времени, температуры и т.д.). Например, пропорционально времени. Такие погрешности могут быть оценены и исключены следующим образом. Если известно, что при измерении постоянной величины x_0 (из физических соображений, например) систематическая погрешность изменяется линейно во времени, т.е. $x_u = x_0 + kt$ (где $k = const$), то для ее исключения достаточно сделать два наблюдения x_1 и x_2 с фиксацией времени t_1 и t_2 . Тогда, решая систему из двух выражений, искомое значение величины будет



$$x_0 = \frac{x_1 t_2 - x_2 t_1}{t_2 - t_1}$$



Для подтверждения уверенности, что изменение систематической погрешности происходит по линейному закону, применяют **метод симметричных наблюдений**. Несколько наблюдений выполняют через равные промежутки времени и затем вычисляют средние арифметические симметрично расположенных отсчетов например

$$\frac{x_1 + x_5}{2}$$

$$\frac{x_2 + x_4}{2}$$

Б. Методы исключения систематических погрешностей после окончания измерений

Метод введения поправок позволяет достаточно просто вычислять и исключать из результата измерения систематические погрешности. Поправка C – величина, одноименная с измеряемой x_{ii} , вводимая в результат измерения $x = x_{ii} + \Delta c + C$ с целью исключения систематической погрешности. В случае принимают $C = -\Delta c$ и систематическая погрешность полностью исключается из результата измерения. Поправки определяют экспериментально или путем специальных теоретических исследований и задают в виде формул, графиков или таблиц.

Метод анализа знаков неисправленных случайных погрешностей. Когда знаки неисправленных случайных погрешностей чередуются с некоторой закономерностью, имеет место переменная систематическая погрешность. Если у случайных погрешностей последовательность знаков «+» сменяется последовательностью знаков «-» или наоборот, то присутствует монотонно изменяющаяся систематическая погрешность. Если же у случайных погрешностей группы знаков «+» и «-» чередуются, то имеет место периодическая систематическая погрешность.

Графический метод является наиболее простым методом, используемым для обнаружения переменной систематической погрешности в ряде результатов наблюдений. При этом методе рекомендуется построить график, на котором нанесены результаты наблюдений в той последовательности, в какой они были получены. На графике через точки наблюдений проводят плавную линию, которая выражает тенденцию результата измерения, если она существует. Если тенденция не прослеживается, то переменную систематическую погрешность считают практически отсутствующей.

3.3. Случайные погрешности

Если проводятся измерения одной и той же величины в одинаковых условиях, но получаются различные результаты, отличающиеся друг от друга, это свидетельствует о наличии в них случайных погрешностей. В этом случае предсказать результат отдельного наблюдения и исправить его введением поправки невозможно.

$$X_{изм} = X_{ист} + \Delta_C + \overset{o}{\Delta}$$

Истинное значение измеряемой величины находится в пределах разброса результатов наблюдений от x_{min} до x_{max} , где x_{min} , x_{max} - соответственно, нижняя и верхняя границы разброса.

Методы теории вероятностей и математической статистики позволяют установить вероятностные (статистические) закономерности появления случайных погрешностей и на основании этих закономерностей дать количественные оценки результата измерения и его случайной погрешности.

Причины возникновения случайных погрешностей - факторы, проявляющиеся весьма нерегулярно и столь же неожиданно исчезающие или проявляющиеся с интенсивностью, которую трудно предвидеть.

3.3.1. Характеристики свойств случайной величины

А. Гистограмма и одномерная плотность распределения случайной величины

Гистограмма дает представление о плотности распределения результатов наблюдений (случайной величины) в данном опыте.

Если распределение случайной величины x статистически устойчиво, то при повторных сериях наблюдений той же величины, в тех же условиях, относительные частоты попаданий в каждый интервал будут близки к первоначальным

Алгоритм построения гистограммы распределения плотности вероятности случайной величины

1. Расположить результаты измерения x_1, x_2, \dots, x_n в порядке возрастания

2. Определить размах ряда

$$X = X_{\max} - X_{\min}$$

3. Разделить размах ряда на k равных интервала $\Delta x = X/k$

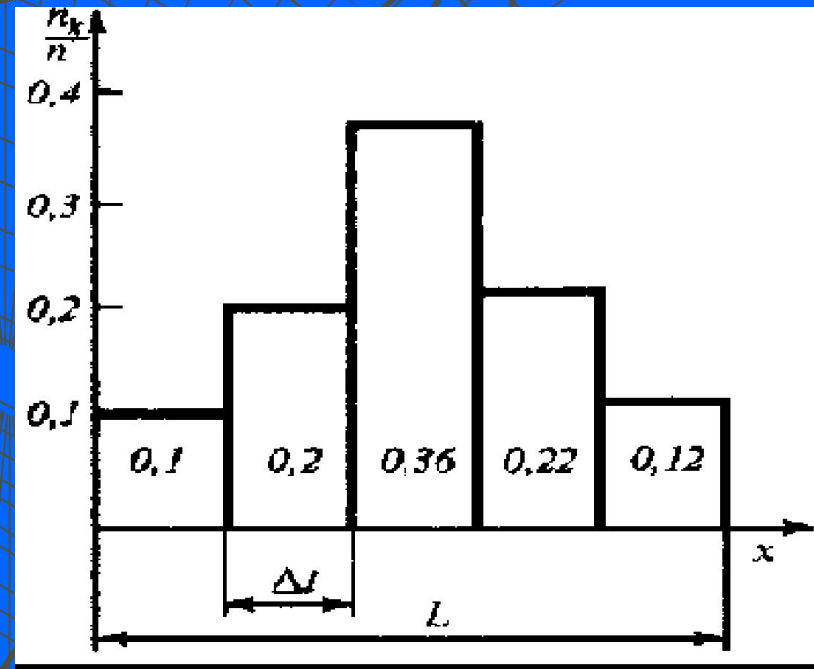
4. Подсчитать количество наблюдений, попадающих в каждый интервал

5. Изобразить графически результаты – гистограмму (по оси абсцисс – границы интервалов, ординат – относительную частоту попаданий n_k/n)

А. Пример построения гистограммы

Получены результаты 50 наблюдений, сгруппированных в таблице. В первый и последующие интервалы попадает соответственно 0,1; 0,2; 0,36; 0,22 и 0,12 от общего количества наблюдений. При этом сумма этих чисел равна единице

	5	Номер интервала	1	2	3	4
1	6	n_k	5	10	18	17
22	0,12	n_k/n	0,1	0,2	0,36	0,2



Б. Дифференциальный и интегральный законы распределения плотности вероятности случайной величины

При бесконечном увеличении числа наблюдений n и бесконечном уменьшении ширины интервалов Δx ступенчатая кривая, огибающая гистограмму, перейдет в плавную кривую называемую одномерной плотностью вероятностей случайной величины, а уравнение, описывающее ее, - $p(x)$ дифференциальным законом распределения.

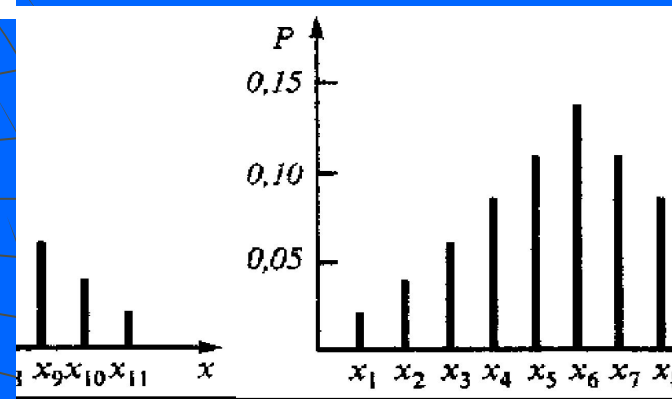
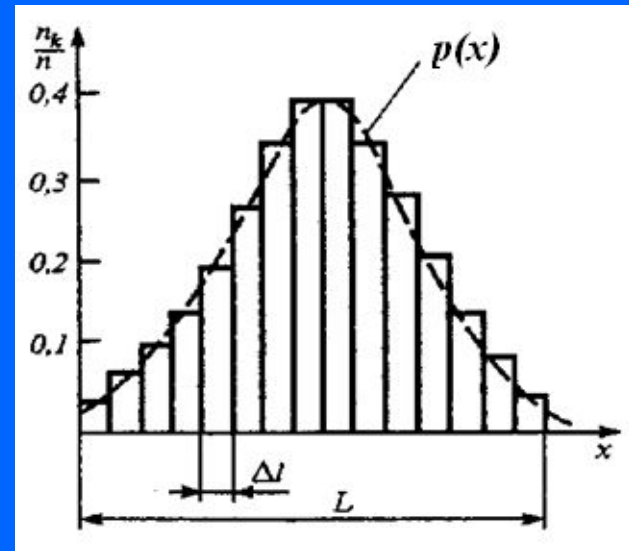
Кривая плотности вероятностей всегда неотрицательна и подчинена условию нормирования в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$$

Если известен дифференциальный закон (плотность вероятностей) распределения случайной величины x , то вероятность P ее попадания в интервал от x_1 до x_2

$$P\{x_1 \leq x \leq x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

Функцию $F(x) = P\{x_1 \leq x \leq x_2\}$ называют интегральным законом распределения случайной величины



Пример распределения плотности вероятности дискретной случайной величины

3.3.2. Числовые характеристики случайной величины

В качестве числовых характеристик применяют **моменты случайных величин: начальные и центральные**. (некоторые средние значения). Причем, если усредняются величины, отсчитываемые от начала координат, моменты называются **начальными**, а если от центра закона распределения - то **центральными**.

Начальный момент
 k -го порядка

$$m_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k p(x) dx$$

$$m_k = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i$$

$$m_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x) dx$$

$$m_1 = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Центральные моменты k -го
порядка рассчитываются по
формулам

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_1)^k p(x) dx$$

$$\mu_k = \sum_{i=1}^n (x_i - m_1)^k p_i$$

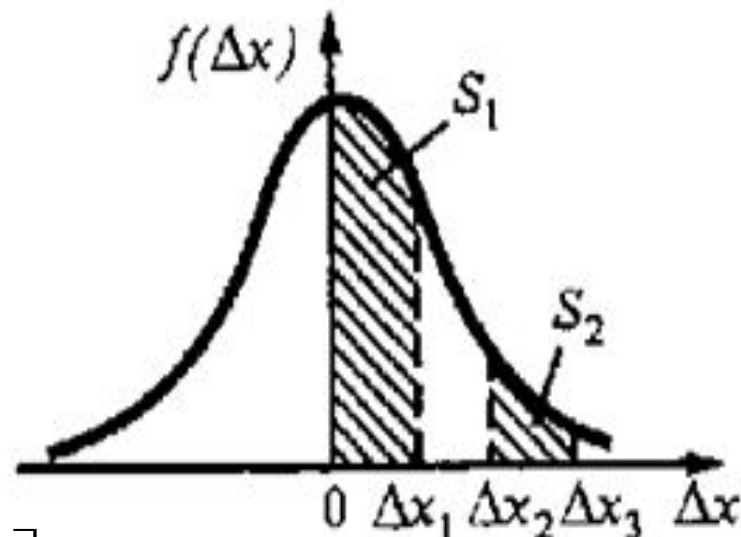
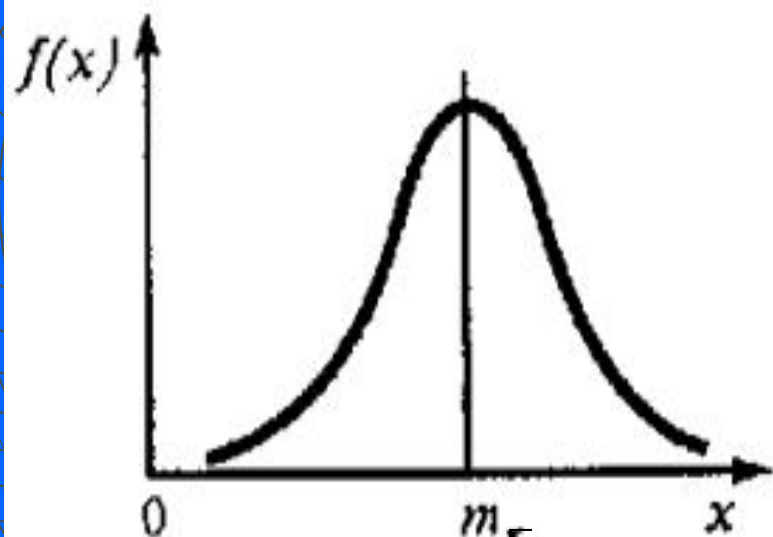
$$D = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_1)^2 p(x) dx$$

$$D = \sum_{i=1}^n (x_i - m_1)^2 p_i$$

Статистические оценки результатов измерений

А. Нормальное распределение

Нормальное распределение случайных погрешностей возникает тогда, когда на результат измерения действует множество случайных возмущений, ни одно из которых не является преобладающим



$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$p(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$m_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n-1}}$$

Свойства нормального распределения:

- Кривая нормального распределения погрешностей симметрична относительно оси ординат;
- Погрешности, одинаковые по величине, но противоположные по знаку, имеют одинаковую плотность вероятностей, т.е. при большом числе наблюдений встречаются одинаково часто;
- Математическое ожидание случайной погрешности равно нулю

Б. Равномерное распределение

Если случайная величина x принимает значения лишь в пределах некоторого конечного интервала от x_1 до x_2 с постоянной плотностью вероятностей, то такое распределение называется *равномерным* и описывается соотношениями

$$P(x) = c, \text{ при } x_1 \leq x \leq x_2;$$
$$P(x) = 0, \text{ при } x < x_1 \text{ и } x > x_2$$

$$c(x_2 - x_1) = 1$$

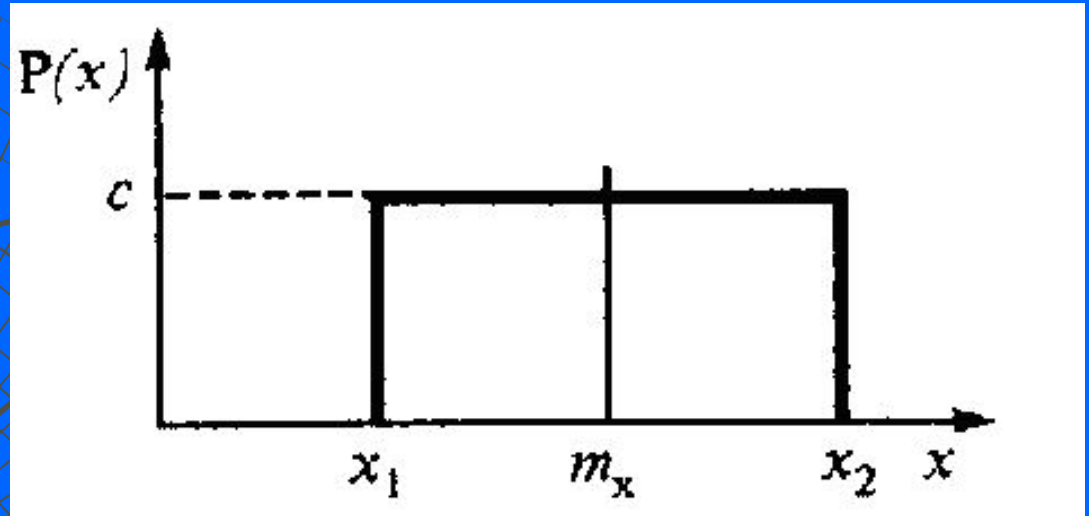
$$c = \frac{1}{x_2 - x_1}$$

$$p(x) = \frac{1}{x_2 - x_1}$$

при $x_1 \leq x \leq x_2$;

$$p(x) = 0$$

при $x < x_1$ и $x > x_2$

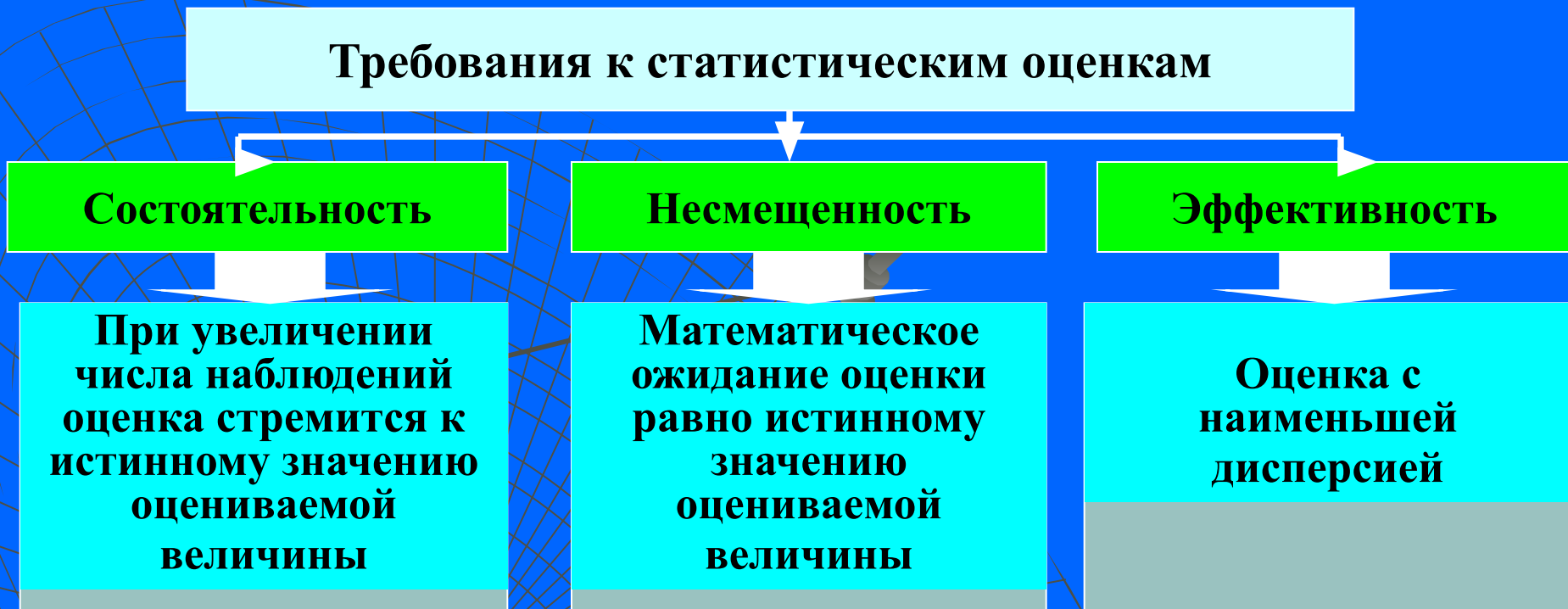


$$m_x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\sigma = \frac{x_2 - x_1}{2\sqrt{3}}$$

$$D_x = \frac{(x_2 - x_1)^2}{12}$$

В. Оценка результата измерения



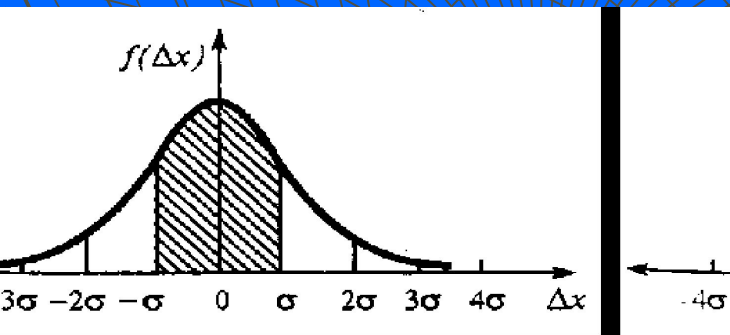
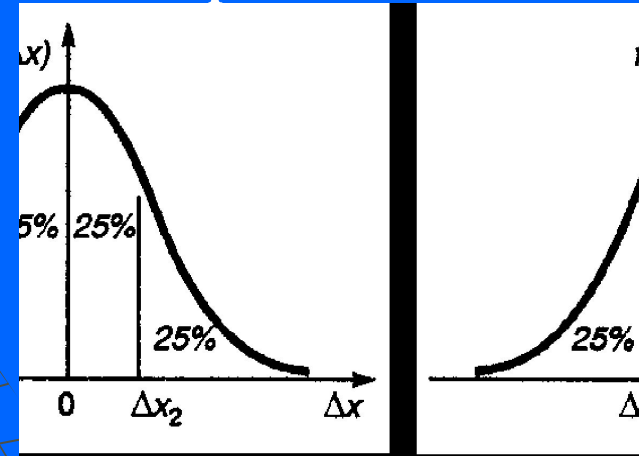
Распределения погрешностей результатов измерений, как правило, являются симметричными относительно центра распределения. Поэтому истинное значение измеряемой величины определяют как координату центра рассеивания $x_{ц}$, т.е. центра симметрии распределения случайной погрешности (при условии, что систематическая погрешность исключена). Координата $x_{ц}$ может быть найдена из принципа симметрии вероятностей, т.е. нахождение такой точки на оси x , слева и справа от которой появление значений случайных погрешностей равновероятны и составляют $P_1 = P_2 = 0,5$. Такое значение $x_{ц}$ называется медианой.

Г. Варианты оценки случайных погрешностей

Для количественной оценки случайных погрешностей и установления границ случайной погрешности результата измерения могут использоваться: *предельная погрешность, интервальная (квантильная) оценка, числовые характеристики закона распределения*

Предельная погрешность Δm – погрешность, больше которой в данном измерительном эксперименте не может появиться.

Квантильные оценки (интервальные). Площадь, заключенная под всей кривой плотности распределения погрешностей, отражает вероятность всех возможных значений погрешности и по условиям нормирования равна единице. Эту площадь можно разделить вертикальными линиями на части. Абсциссы таких линий называются **квантилями**.



	P
	0,68
	0,95
	0,997
	0,999

$t\sigma$
$\pm 1\sigma$
$\pm 2\sigma$
$\pm 3\sigma$
$\pm 4\sigma$

Квантильная оценка погрешности представляется **доверительным интервалом** от $-\Delta x(P_D)$ до $+\Delta x(P_D)$, на котором с заданной **доверительной вероятностью** P_D встречаются $P \cdot 100\%$ всех возможных значений случайной погрешности. **Доверительные границы** случайной погрешности $\Delta x(P_D)$, соответствующие доверительной вероятности P_D , находят по формуле.

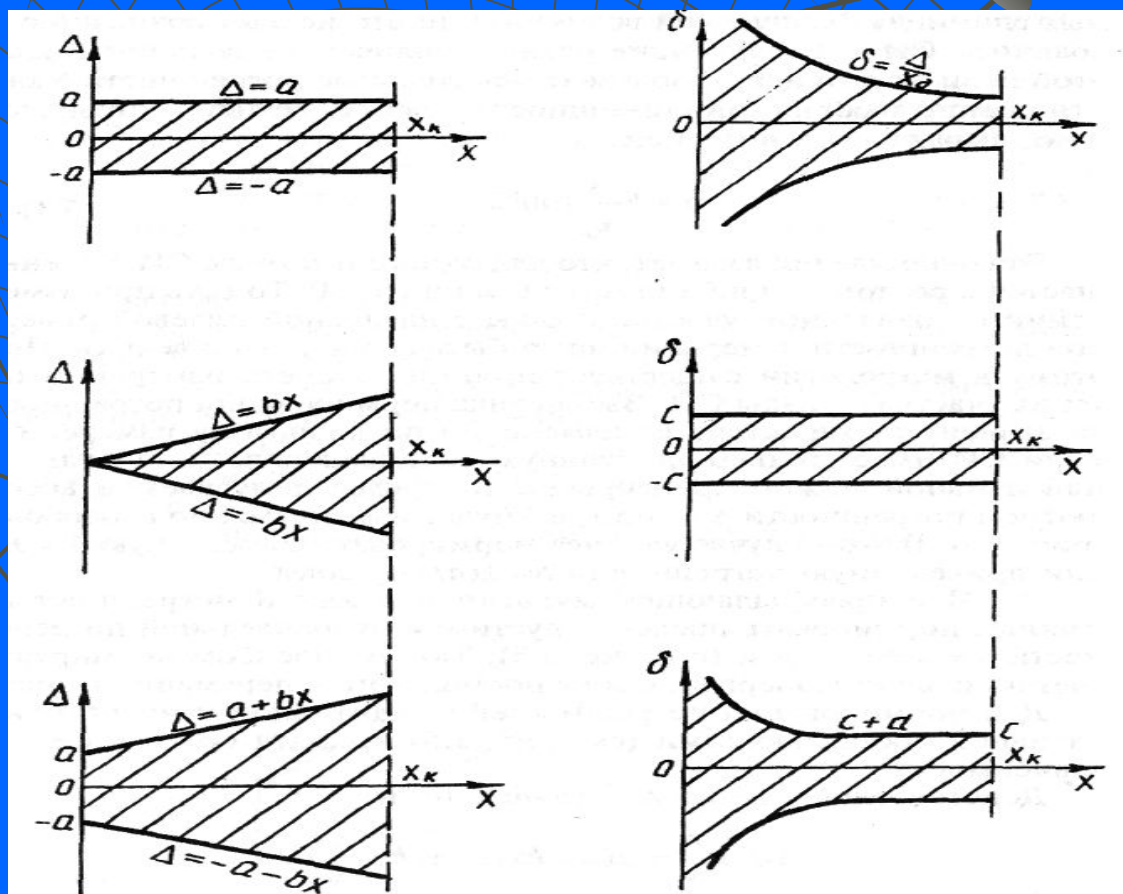
Числовые характеристики – m, σ, D .

$$\Delta x(P_D) = t\sigma$$

3.4. Нормирование метрологических характеристик средств измерений

Для обеспечения единства измерений и взаимозаменяемости средств измерений их метрологические характеристики нормируют.

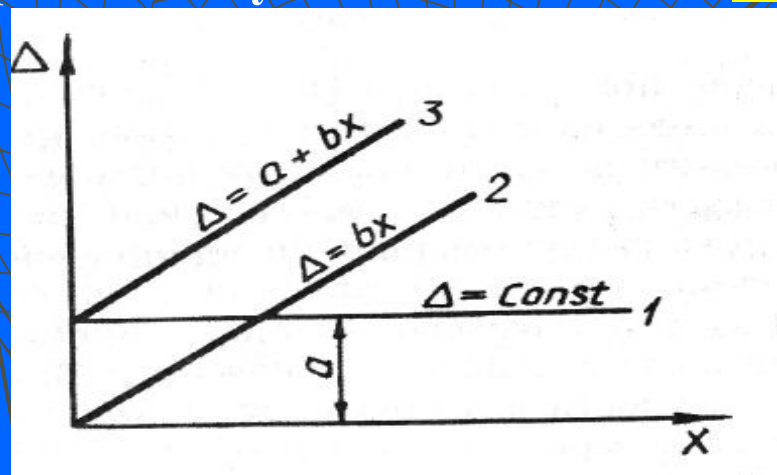
Нормировать – означает указать ее номинальное значение и допускаемые (предельные) отклонения от него. Для каждого вида СИ нормируют свой комплекс метрологических характеристик.



Выбор вида нормирования погрешности зависит от характера ее изменения по диапазону измерения. Если СИ имеет аддитивную составляющую, то нормируют абсолютную либо приведенную погрешность, если СИ имеет мультипликативную - нормируют по относительной, если аддитивная и мультипликативная, то по более сложной зависимости

Основная МХ СИ — **погрешность СИ** — есть разность между показаниями СИ и истинными (действительными) значениями ФВ. Все погрешности СИ в зависимости от внешних условий делятся на **основные и дополнительные**.

Основная погрешность — это погрешность СИ при нормальных условиях эксплуатации. Как правило, нормальными условиями эксплуатации являются: температура 293 ± 5 К или 20 ± 5 °С, относительная влажность воздуха $65 \pm 15\%$ при 20 °С, напряжение в сети питания 220 В $\pm 10\%$ с частотой 50 Гц $\pm 1\%$, атмосферное давление от $97,4$ до 104 кПа, отсутствие электрических и магнитных полей (наводок). При отклонениях от нормальных условий возникают **дополнительные погрешности** измерений.



Если значение погрешности не изменяется во всем диапазоне измерения (линия 1), то эта погрешность называется **аддитивной**. Если погрешность изменяется пропорционально измеряемой величине (линия 2), то ее называют **мультипликативной**.

Учет всех нормируемых метрологических характеристик СИ при оценки погрешностей сложная и трудоемкая процедура, оправданная при измерениях повышенной точности. При решении инженерных задач требуется информация о возможной инструментальной погрешности — такая информация содержится в **классе точности СИ**.

3.4. Классы точности средств измерений

Класс точности — это обобщенная МХ (присваивается прибору при разработке по результатам государственных приемочных испытаний), определяемая пределами основных и дополнительных погрешностей СИ.

Если СИ предназначены для измерения одной и той же физической величины, но в разных диапазонах, или — для измерения разных физических величин, то этим СИ могут присваиваться разные классы точности как по диапазонам, так и по измеряемым физическим величинам

Класс точности СИ включает систематическую и случайную погрешности. Однако он не является непосредственной характеристикой точности измерений, выполняемых с помощью этих СИ, поскольку точность измерения зависит и от метода измерения, взаимодействия СИ с объектом, условий измерения и т.д.

Положения об установлении классов точности

- в качестве норм служат пределы допускаемых погрешностей, включающие систематические и случайные составляющие;
- основная $\delta_{осн}$ и все виды дополнительных погрешностей $\delta_{доп}$ нормируются порознь

Формы погрешностей

Абсолютная

Погрешность
выражается в
единицах
измеряемой
величины

Приведенная

Границы
погрешностей в
пределах диапазона
измерений
постоянны

Относительная

Погрешность в
пределах диапазона
меняется

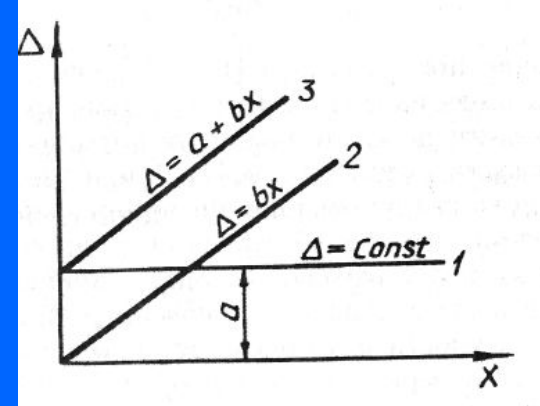
Классы точности средств измерений

*В единицах
измеряемой величины
или делениях шкалы*

В виде ряда чисел
 $\gamma = \pm A \cdot 10^n$
 $A = 1; 1,5; (1,6); 2; 2,5;$
 $(3); 4; 5 \text{ и } 6;$
 $n=1,0,-1,-2$

В виде ряда чисел
 $\delta = \pm A \cdot 10^n$
 $A = 1; 1,5; (1,6); 2; 2,5;$
 $(3); 4; 5 \text{ и } 6;$
 $n=1,0,-1,-2$

Абсолютная погрешность может выражаться одним числом $\Delta = \pm a$ при неизменных границах, двучленом $\Delta = \pm (a + bx)$ — при линейном изменении границ абсолютной погрешности, т.е. при совместном проявлении аддитивной и мультипликативной составляющих, или в виде таблицы, графика функции при нелинейном изменении границ



Пределы допускаемой абсолютной погрешности вольтметра М-366

Показания СИ, В	0	10	20	30	40	50	60	70	75
Погрешность Δ, В	-0,20	-0,10	0	0,10	0,20	0,35	0,45	0,55	0,70

Класс точности через **относительную погрешность СИ** назначается двумя способами.

- Если погрешность СИ имеет в основном мультипликативную составляющую, то пределы допускаемой основной относительной погрешности устанавливаются по формуле

$$\delta = \pm \frac{\Delta}{x} 100\% = A \cdot 10^n = \pm q$$

• Если СИ имеют как мультипликативную, так и аддитивную составляющие, то класс точности обозначается двумя цифрами, соответствующими значениям c и d (соответственно относительные погрешности в начале и конце диапазона) формулы:

$$\delta = \pm \left[c + d \left(\left| \frac{x_0}{x} \right| - 1 \right) \right].$$

Здесь c и d выражаются также через ряд. Причем, как правило, $c > d$. Например, класс точности 0,02/0,01 означает, что $c = 0,02$, а $d = 0,01$, т. е. значение относительной погрешности к началу диапазона $\gamma_H = 0,02\%$, а к концу — $\gamma_K = 0,01\%$

Наиболее широкое распространение (особенно для аналоговых СИ) получило нормирование класса точности по *приведенной погрешности*

$$\gamma = \pm \frac{\Delta}{x_N} 100\% = \pm A \cdot 10^n$$

Условное обозначение класса точности в этом случае зависит от нормирующего значения x_N , т. е. от шкалы СИ.

Если представляется в единицах измеряемой величины, то класс точности обозначается числом, совпадающим с пределом допускаемой приведенной погрешности. Например, класс 1,5 означает, что $\gamma = 1,5\%$.

3.5. Формулы вычисления и обозначение классов точности

стр. 133-134, [1]

Вид погрешности	Формула по тексту	Примеры пределов допускаемой погрешности	Обозначение класса точности		СИ, рекомендуемые к обозначению таким способом
			в НТД	на СИ	
Абсолютная	$\Delta = \pm a$ $\Delta = \pm(a + bx)$	$\Delta = \pm 0,2A$	Класс точности N или класс точности III	N III	Меры То же
Относительная	$\delta = \pm \frac{\Delta}{x} 100\%$	$\delta = \pm 0,5\%$	Класс точности 0,5	(0,5)	Мосты, счетчики, делители, измерительные трансф-ры
	$\delta = \pm \left[c + d \left(\left \frac{x_0}{x} \right - 1 \right) \right]$	$\delta = \pm \left[0,02 + 0,01 \left(\left \frac{x_0}{x} \right - 1 \right) \right], \%$	Класс точности 0,02/0,01	0,02/ 0,01	Цифровые СИ, магазины емкостей (сопротивлений)
	$\delta(x) = \frac{x_{\min}}{x} + \delta_3 + \frac{x}{x_k}$	$\delta(x) = \left[\frac{0,02}{x} + \frac{0,5}{100} + \frac{x}{10^6} \right] 100\%$	Класс точности C или класс точности II	C II	Цифровые частотомеры, мосты сопротивлений
Приведенная	$\gamma = \pm \frac{\Delta}{x_N} 100\% = \pm A \cdot 10^n$	а) при $x_N = x_k$ $\gamma = \pm 1,5\%$	Класс точности 1,5	1,5	- в единицах величины
		б) XN- длина шкалы или ее части, мм $\gamma = \pm 0,5\%$	Класс точности 0,5	0,5 ✓	определяется длиной шкалы или ее части

Задание на самостоятельную работу

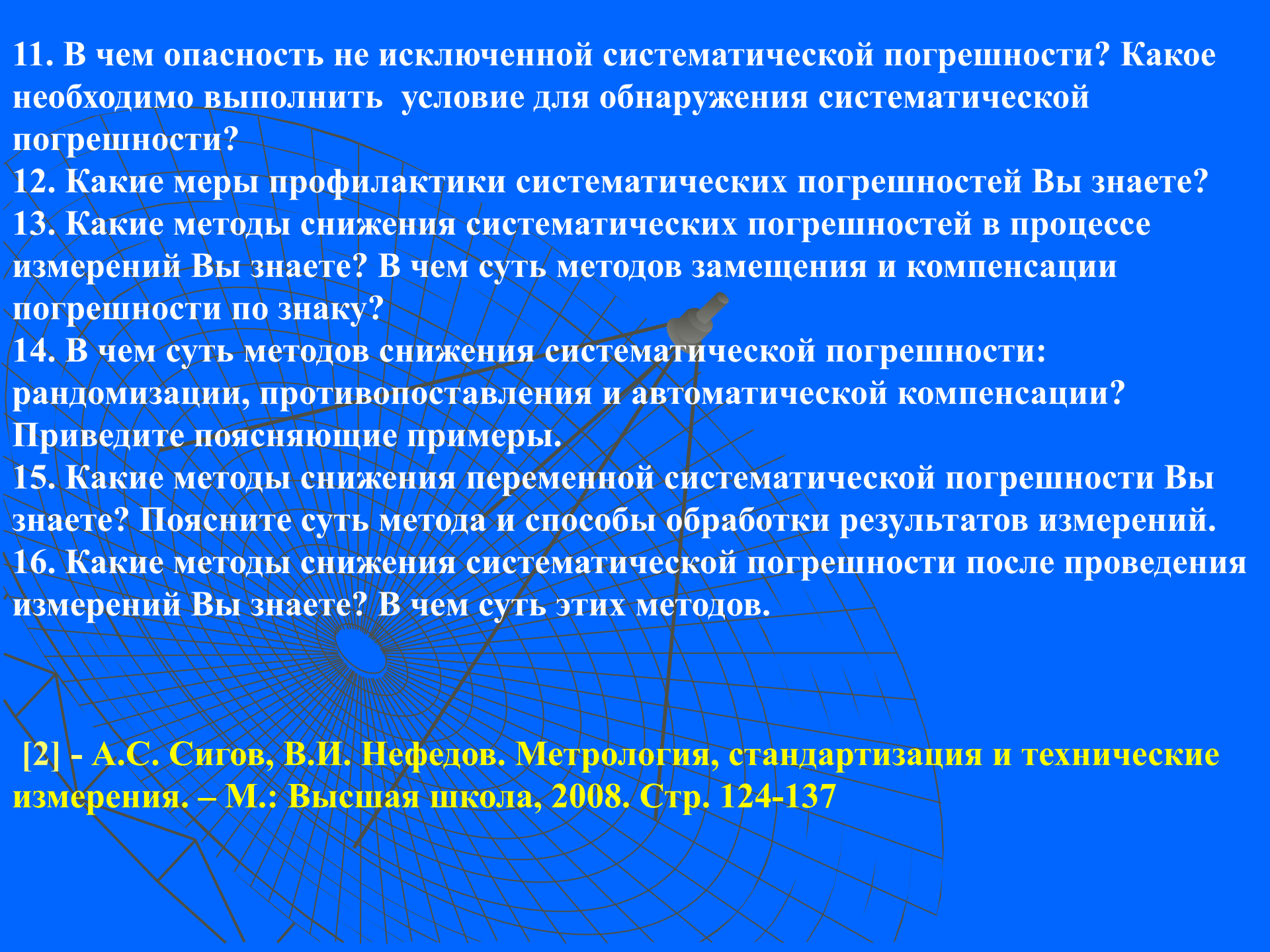
Прочитав конспект лекций ответить на следующие вопросы:

1. Классификация видов измерений. Как различаются измерения по способу получения результата? Поясните ответ аналитическими выражениями.
2. Как классифицируются измерения по характеру результата измерений? Поясните ответ аналитическими выражениями.
3. Многократные измерения. Какие статистические характеристики погрешности измерений позволяет многократное измерение ФВ?
4. В каком документе изложена стандартная методика выполнения прямых измерений с многократными, независимыми наблюдениями и каков алгоритм обработки многократных измерений? Приведите поясняющие аналитические выражения.
5. Как осуществляется качественная и количественная проверка принадлежности результатов измерений к нормальному распределению? Приведите поясняющие аналитические выражения и кривые распределения плотности вероятности.
6. Какой метод применяется для оценки погрешностей при совместных измерениях? Поясните суть данного метода.
7. Какие условия применения метода наименьших квадратов Вы знаете?
8. Как, используя метод наименьших квадратов, построить экспериментальную линейную аппроксимацию? В чем суть правила нахождения коэффициентов a и b методом χ^2 ?

Задание на самостоятельную работу

Прочитав конспект лекций ответить на следующие вопросы:

1. Поясните суть терминов качество, погрешность и точность измерения. В чем причины появления погрешностей?
2. По каким признакам классифицируют погрешности измерений?
3. Поясните аналитическим и графическим способами разницу между аддитивной и мультипликативной погрешностями?
4. Какими свойствами обладают систематические и случайные погрешности? Что называют грубыми погрешностями (промахами)?
5. В чем причина инструментальных, методических и личных погрешностей?
6. Какими выражениями описываются абсолютные, относительные и приведенные погрешности?
7. Поясните понятия основная и дополнительная погрешность.
8. В чем разница между погрешностями взаимодействия и динамической погрешностью?
9. Какие источники возникновения систематических погрешностей Вы знаете? Приведите примеры источников.
- 10 В чем различие переменных и постоянных систематических погрешностей? Дайте определение и приведите примеры.

- 
11. В чем опасность не исключенной систематической погрешности? Какое необходимо выполнить условие для обнаружения систематической погрешности?
 12. Какие меры профилактики систематических погрешностей Вы знаете?
 13. Какие методы снижения систематических погрешностей в процессе измерений Вы знаете? В чем суть методов замещения и компенсации погрешности по знаку?
 14. В чем суть методов снижения систематической погрешности: рандомизации, противопоставления и автоматической компенсации? Приведите поясняющие примеры.
 15. Какие методы снижения переменной систематической погрешности Вы знаете? Поясните суть метода и способы обработки результатов измерений.
 16. Какие методы снижения систематической погрешности после проведения измерений Вы знаете? В чем суть этих методов.

[2] - А.С. Сигов, В.И. Нефедов. Метрология, стандартизация и технические измерения. – М.: Высшая школа, 2008. Стр. 124-137

Задание на самостоятельную работу

Прочитав конспект лекций ответить на следующие вопросы:

1. Какой метод применяется для оценки погрешностей при совместных измерениях? Поясните суть данного метода.
2. Какие условия применения метода наименьших квадратов Вы знаете?
3. Как, используя метод наименьших квадратов, построить экспериментальную линейную аппроксимацию? В чем суть правила нахождения коэффициентов a и b методом χ^2 ?
4. Как осуществляется выбор средств измерений по точности?
5. Нормирование метрологических характеристик средств измерений. Какие задачи выполняет нормирование погрешностей?
6. Какие способы выражения точности измерения определены МИ 1317—86?
7. Какие виды классов точности Вы знаете? Как устанавливают класс точности на СИ, имеющих абсолютную, относительную и приведенную формы погрешностей?
8. Приведите графики зависимости абсолютной и относительной погрешностей (аддитивной, мультипликативной и суммарной). Сделайте вывод о выборе вида функции нормирования СИ в зависимости от характера изменения погрешности по диапазону.
9. Формулы вычисления и обозначение классов точности СИ. Какую формулу применяют для обозначения цифровых СИ?

[2] - А.С. Сигов, В.И. Нефедов. Метрология, стандартизация и технические измерения. – М.: Высшая школа, 2008. Стр. 137-157