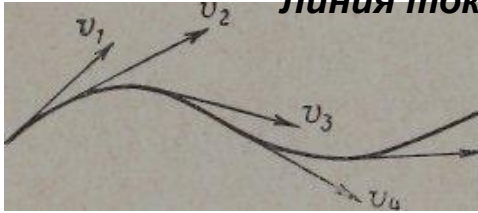


### Линия тока

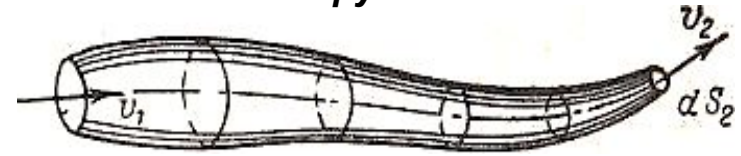


### Гидродинамика

$$p = f(x, y, z)$$

$$v = f(x, y, z)$$

### трубка тока



$$dQ = v dS$$

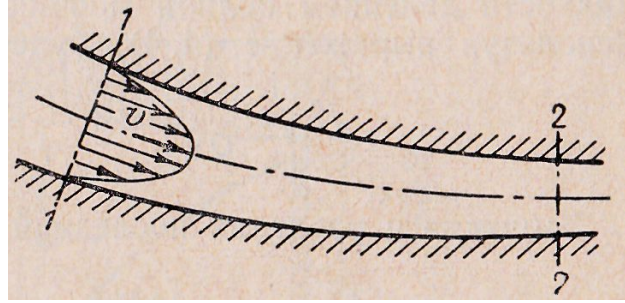
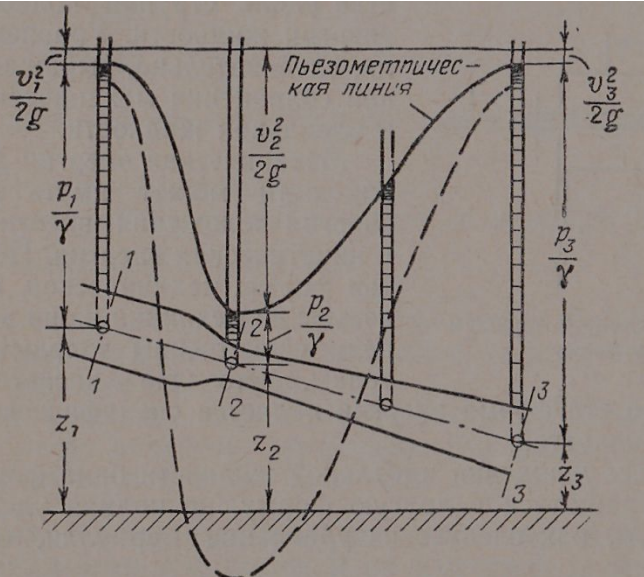
$$Q = \int v dS$$

$$v_{cp} = \frac{Q}{S}$$

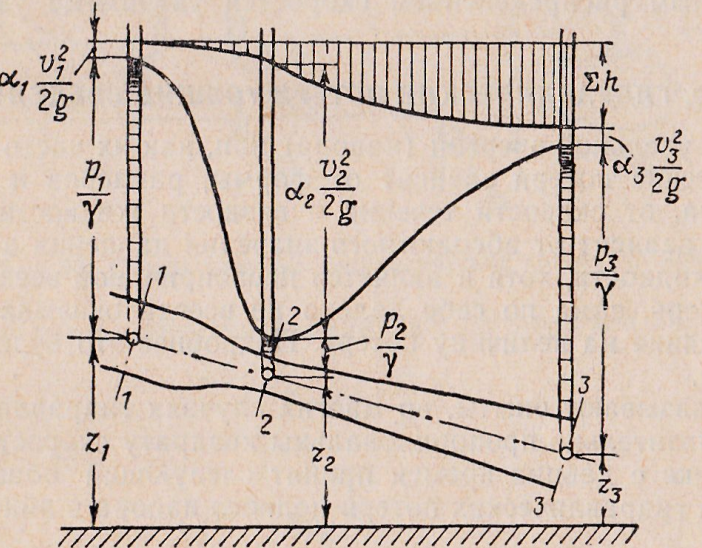
$$dQ = v_1 dS_1 = v_2 dS_2 = \text{const (вдоль струйки)}$$

$$Q = v_{cp1} S_1 = v_{cp2} S_2 = \text{const (вдоль потока)}$$

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}$$



$$\alpha = \frac{\int v^3 dS}{v_{cp}^3 S}$$

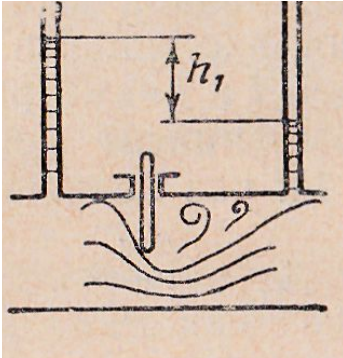


$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_{cp1}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_{cp2}^2}{2g} + \sum h$$

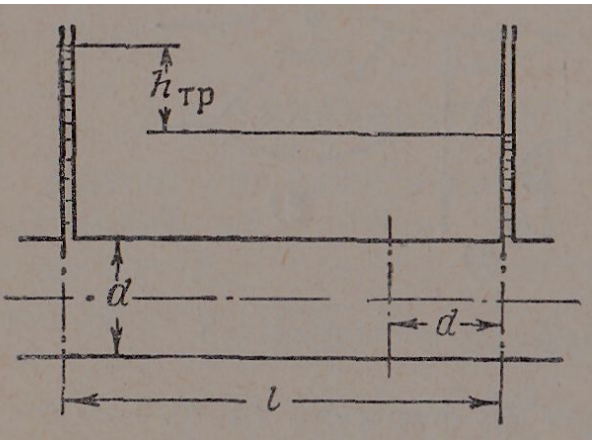
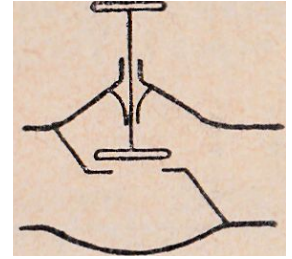
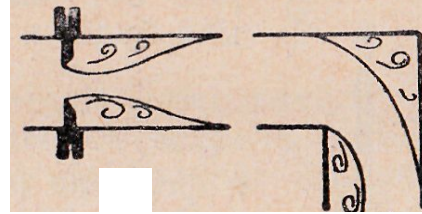
# Гидравлические потери

$$h = \zeta \frac{v_{cp}^2}{2g}$$

$$\Delta p = h\gamma = \zeta \frac{v_{cp}^2}{2g} \gamma = \zeta \rho \frac{v_{cp}^2}{2}$$



$$h_M = \zeta_M \frac{v^2}{2g}$$



$$h_{тр} = \zeta_{тр} \frac{v^2}{2g}$$

$\lambda$

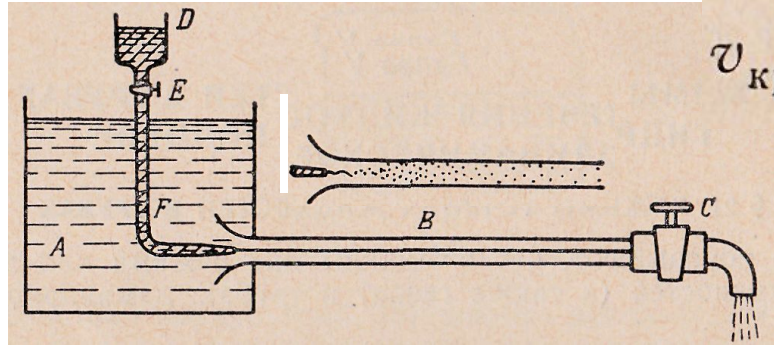
$l/d$

$$\zeta_{тр} = \lambda \frac{l}{d}$$

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$



# Режимы течения жидкости в трубах



$$v_{кр} = k \frac{v}{d}$$

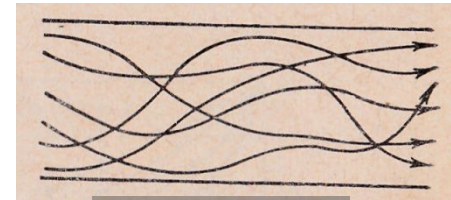
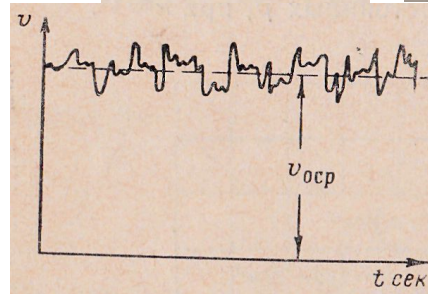
$$k = \frac{v_{кр} d}{v}$$

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} d}{\nu}$$

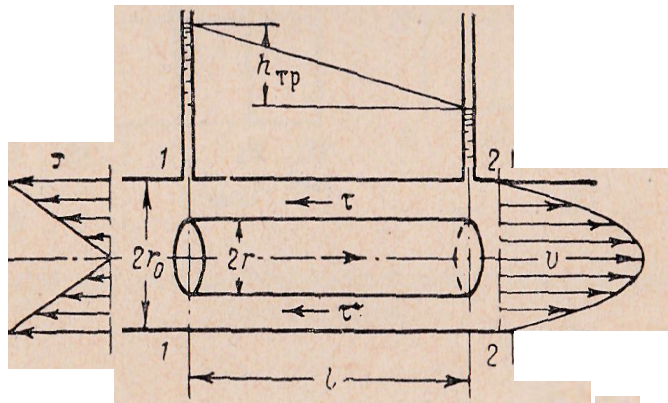
$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

$Re < Re_{кр}$  ламинарный,

$Re > Re_{кр}$  турбулентный.



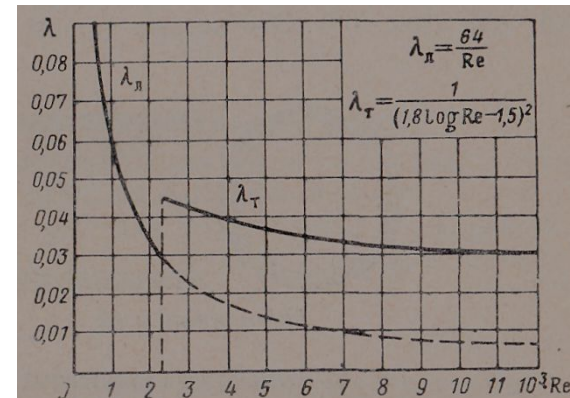
$$\lambda_T = f(Re)$$



$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr}$$

$$\alpha = 2$$

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$



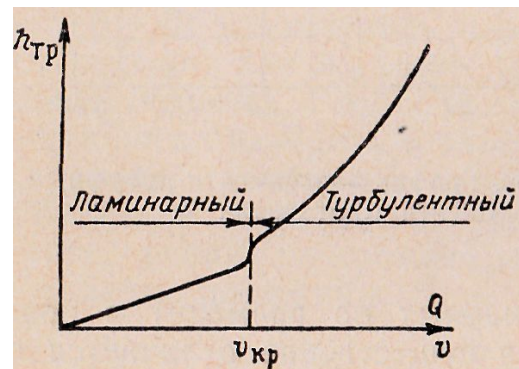
$2300 < Re$  до  $10^6$

$$v = \frac{p_{тр}}{4\mu l} (r_0^2 - r^2)$$

$$\lambda_T = \frac{1}{(1,81 \lg Re - 1,5)^2}$$

$$\lambda_l = \frac{64}{Re}$$

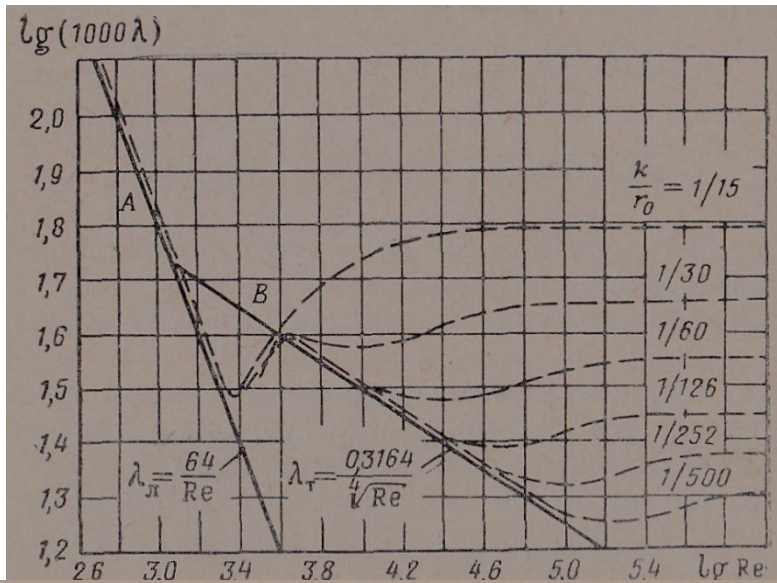
$2300 < Re < 10^5$



$$\lambda_T = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}$$



# ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ШЕРОХОВАТЫХ ТРУБАХ



$$k/r_0$$

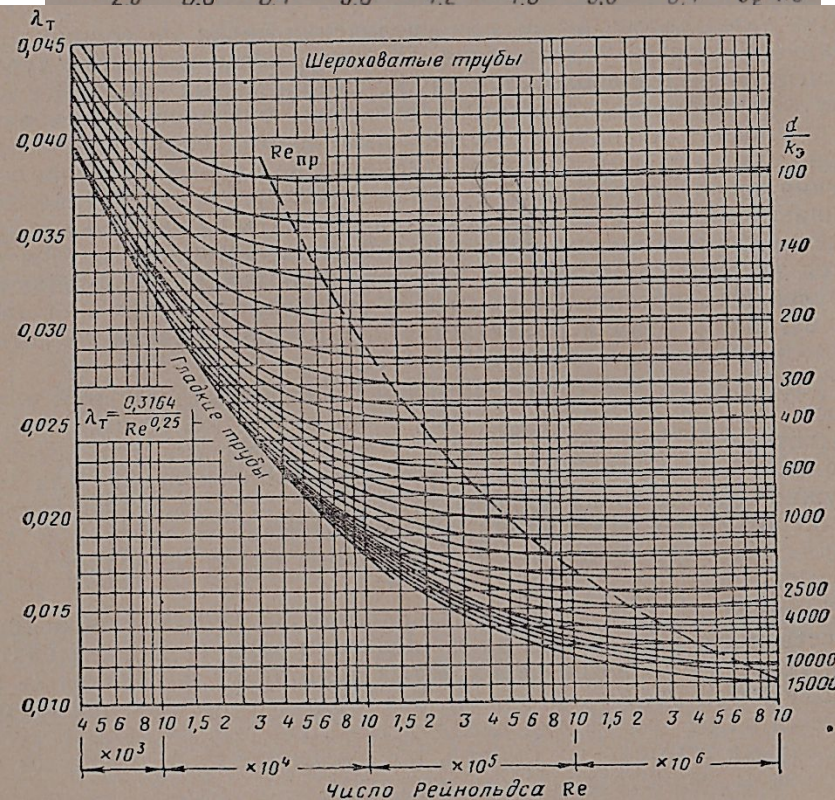
$$\lambda_T = f\left(\text{Re}; \frac{k}{r_0}\right)$$

$$(k/r_0 = 1/500 \div 1/15)$$

$$(\text{Re} \approx 500 \div 10^6)$$

$$\lg(1000\lambda_{\text{л}}) = \lg 64000 - \lg \text{Re}$$

$$\lg(1000\lambda_T) = \lg 316,4 - \frac{1}{4} \lg \text{Re}$$



$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg \frac{\text{Re}}{\text{Re} \frac{k'}{d} + 7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,8 \lg \frac{d}{k'}$$

$$R_r = \frac{S}{\Pi}$$

$$R_r = \frac{ab}{2(a+b)}$$

для прямоугольного сечения

$$R_r = \frac{a}{4}$$

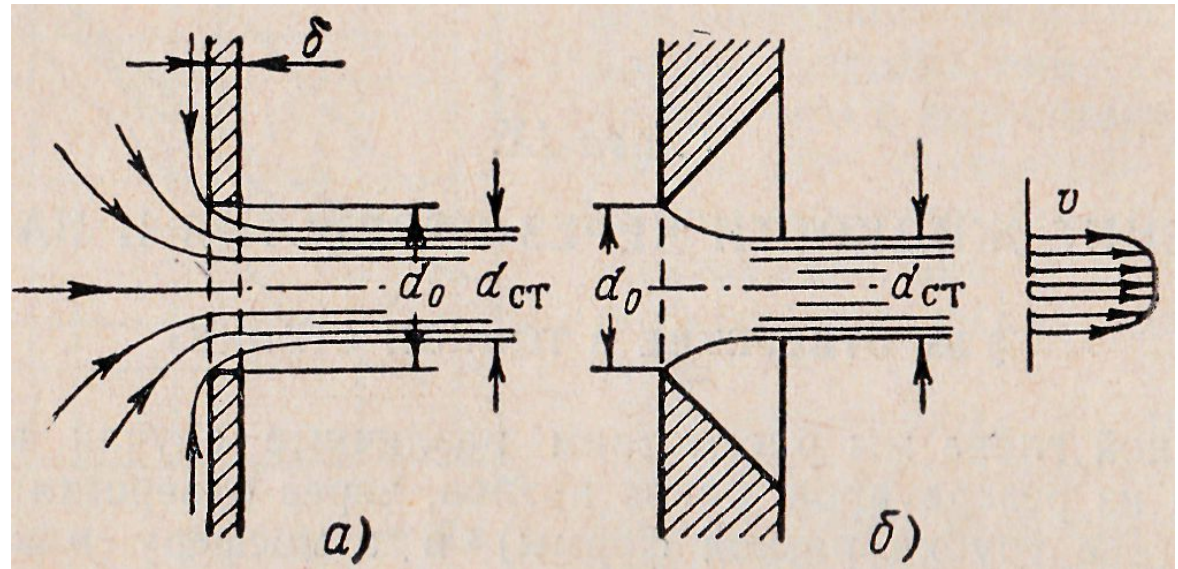
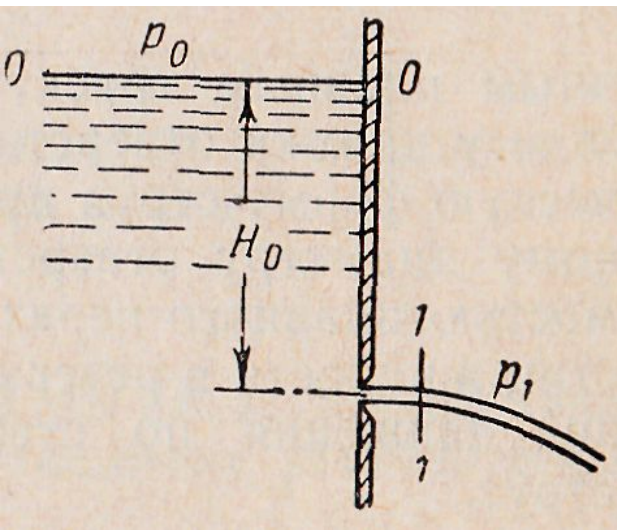
для квадрата

$$h_{\text{тр}} = \lambda_T \frac{l}{4R_r} \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{Re} = \frac{4R_r v_{\text{ср}}}{\nu}$$



# ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ И НАСАДКИ



$$\varepsilon = \frac{S_c}{S_0}$$

$$H_0 + \frac{p_0}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g}$$

$$H = H_0 + \frac{p_0 - p_1}{\gamma}$$

$$H = \frac{v^2}{2g} (1 + \zeta)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \sqrt{2gH} = \varphi \sqrt{2gH}$$

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2gH}} = \frac{v}{v_T}$$

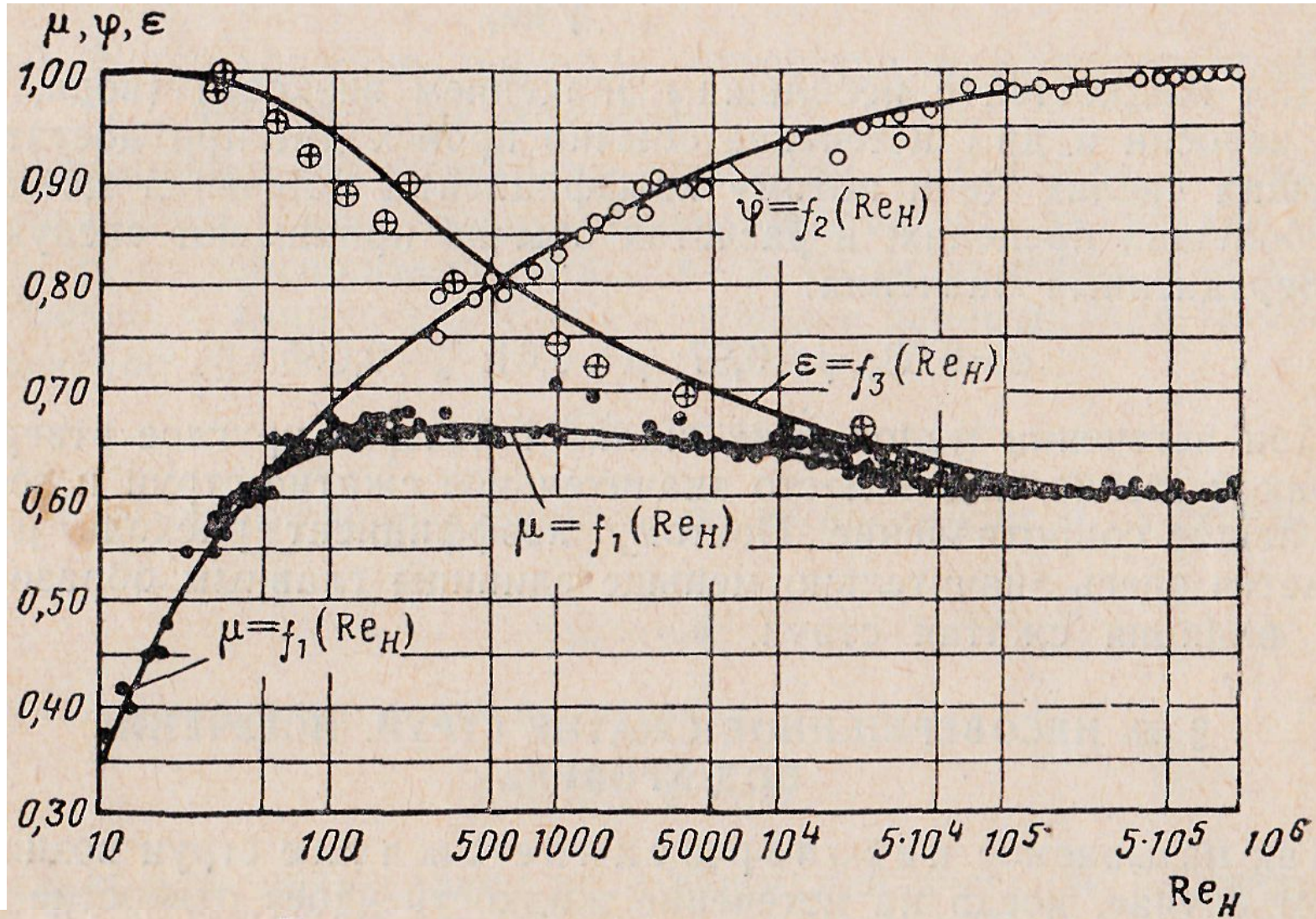
$$Q = S_c v = \varepsilon S_0 \varphi \sqrt{2gH}$$

$$\mu = \varepsilon \varphi$$

$$Q = \mu S_0 \sqrt{2gH}$$

$$\mu = \frac{Q}{S_0 \sqrt{2gH}} = \frac{Q}{Q_T}$$





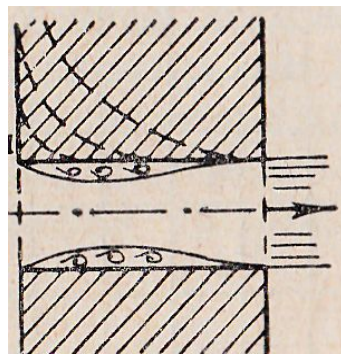
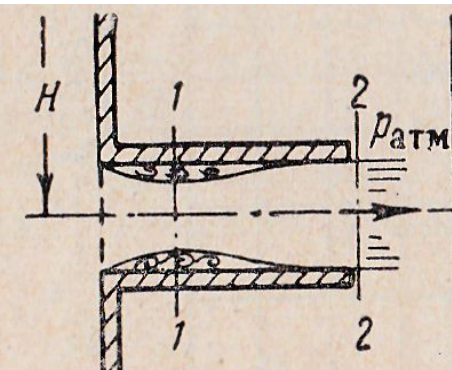
$$\mu = \varphi = \frac{Re_T}{25 + \mu Re_T}$$

$$Re_T > 10^4$$

$$\mu = 0,59 + \frac{5,5}{\sqrt{Re_T}}$$



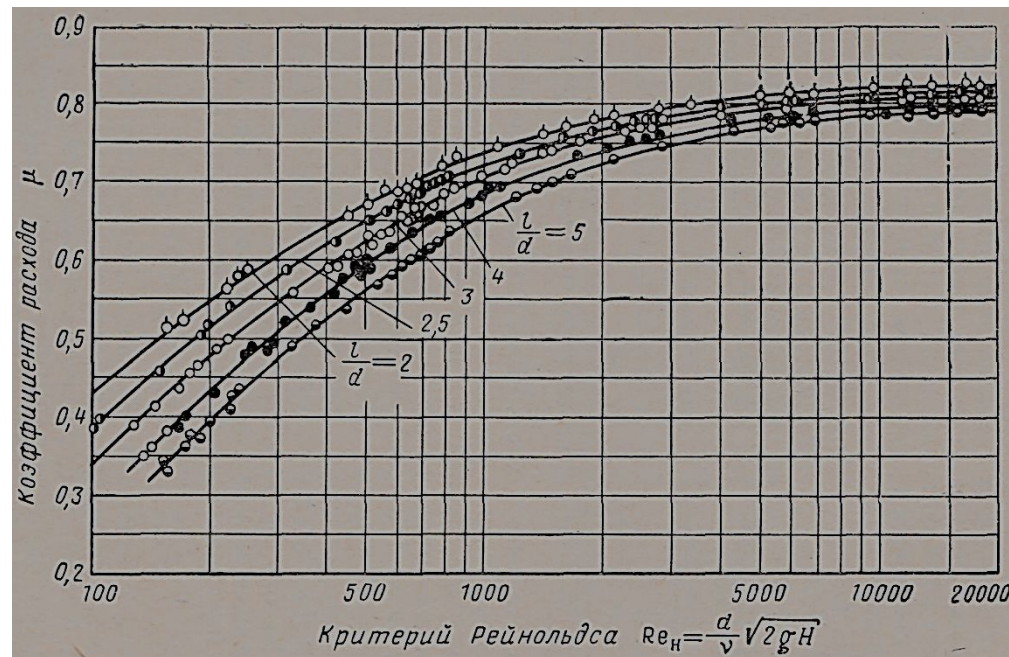
# ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ



$$\varepsilon = 1$$

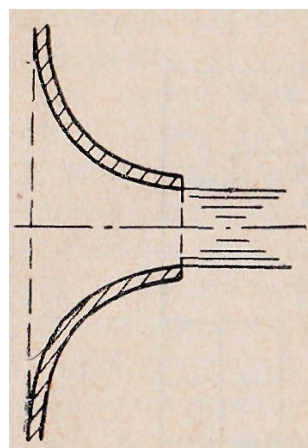
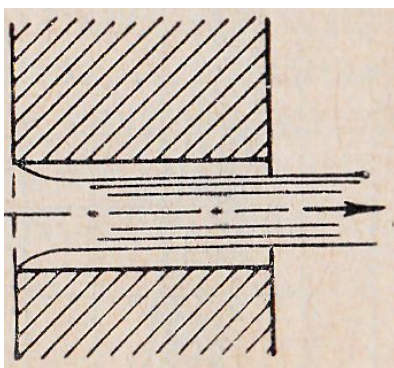
$$l = (2 \div 6) d$$

$$\mu = \varphi.$$



$$\mu = \varphi = 0,80.$$

$$\zeta = 0,55$$



$$\varepsilon = 1$$

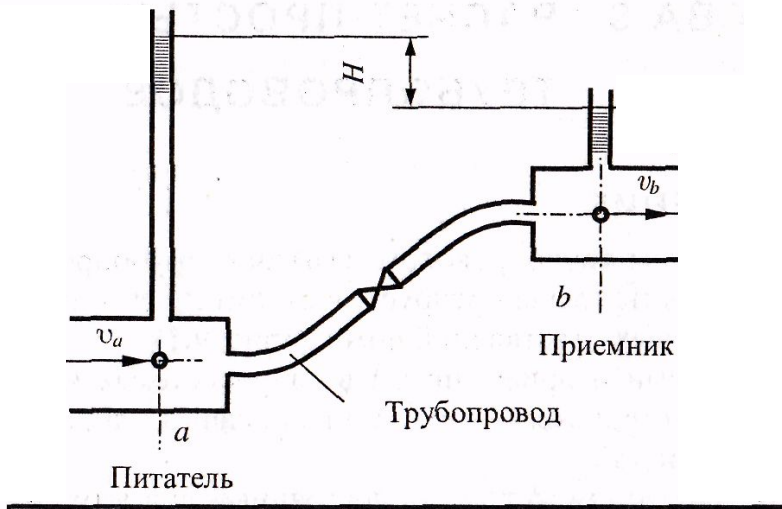
$$\zeta = 0,03 \div 0,10$$

$$H_{кр} \approx \frac{p_A}{0,75\gamma} = \frac{10,33}{0,75} \approx 14 \text{ м.}$$

$$\mu = \varphi = 0,99 \div 0,96.$$

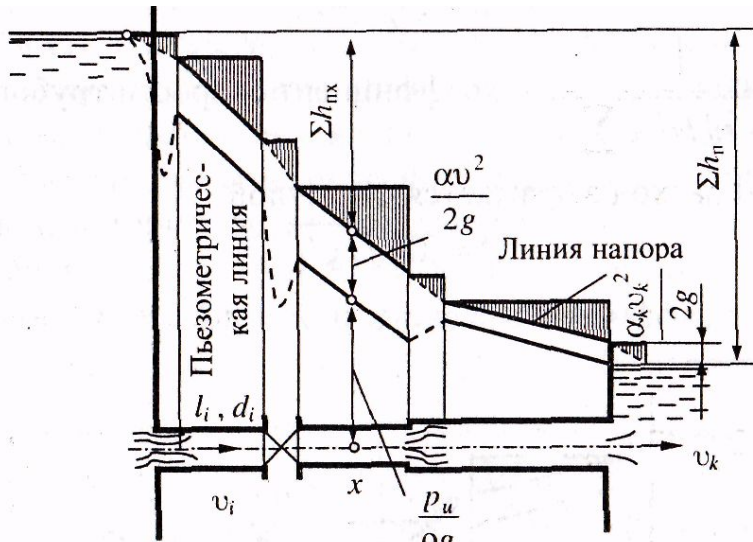


# Расчет простого трубопровода



$$H = \left( z_a + \frac{p_a}{\rho g} \right) - \left( z_b - \frac{p_b}{\rho g} \right),$$

$$H = \alpha_b \frac{v_b^2}{2g} - \alpha_a \frac{v_a^2}{2g} + \sum h_{\text{п.}}$$



$$H = \frac{v_k^2}{2g} \left( 1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right),$$

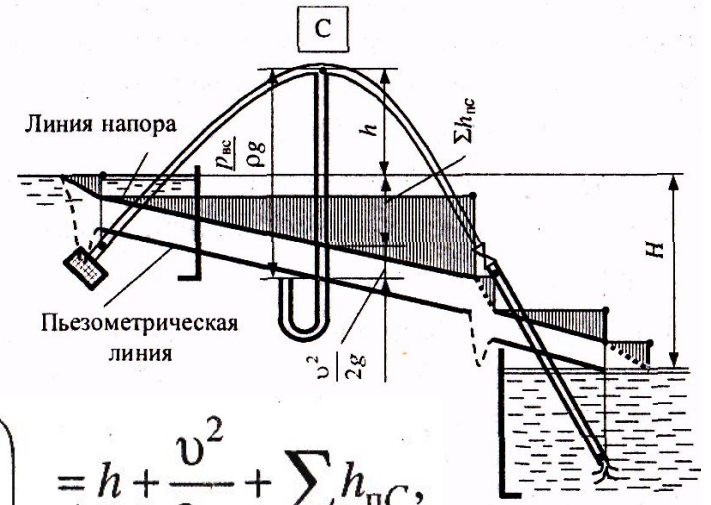
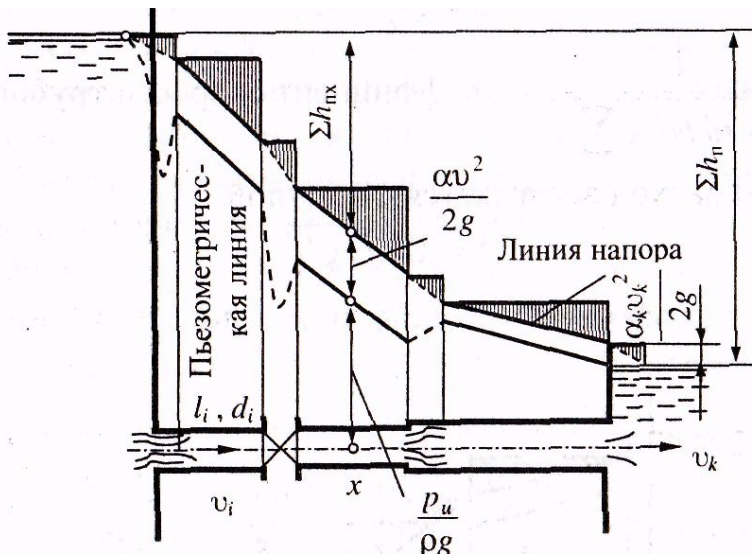
$$H = \sum h_{\text{п.}}, \quad h_{\text{п.т}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}; \quad h_{\text{п.м}} = \zeta \frac{v^2}{2g},$$

$$H = \sum_i^k \left( \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \zeta_i \right) \frac{v_i^2}{2g} + \alpha_k \frac{v_k^2}{2g},$$

$$Q = v_1 F_1 = \dots = v_i F_i = \dots = v_k F_k,$$

$$H = \frac{v_k^2}{2g} \left[ \alpha_k + \sum_i^k \left( \lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \zeta_i \right) \left( \frac{F_k}{F_i} \right)^2 \right],$$

$$H = 0,0827 \frac{Q^2}{d^4} \left( 1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right),$$



$$\left( \frac{p_B}{\rho g} \right)_C = h + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{nC},$$

$$P_{вс} < P_{ат} - P_{н.п}$$

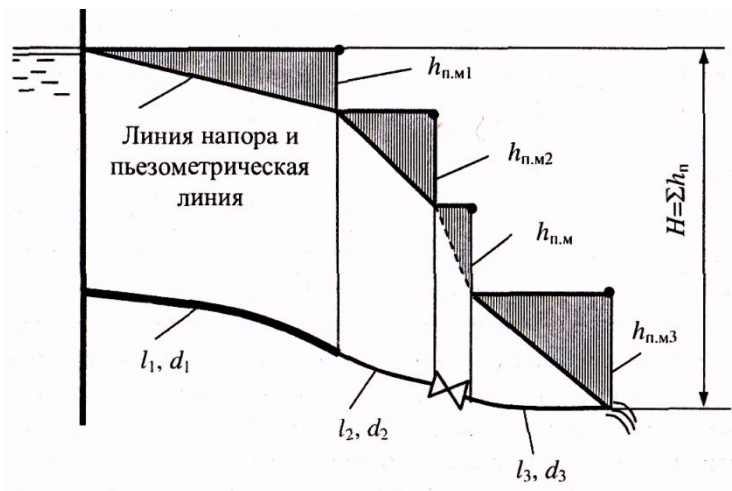
$$H = 0,0827 Q^2 \sum_1^k \lambda_i \frac{L_i}{d_i^5}.$$

$$H = \frac{v^2}{2g} \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) = 0,0827 \frac{Q^2}{d^4} \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right).$$

$$l_3 = \zeta d / \lambda.$$

$$H = \lambda \frac{L v^2}{d 2g} = 0,0827 \lambda \frac{L}{d^5} Q^2,$$

$$L = l + \sum l_3$$





# Методика решения задач расчета простого трубопровода

## Задача 1

Даны: расход жидкости  $Q$ , ее свойства  $\nu$ , размеры трубопровода  $L$   $d$  и шероховатость его стенок  $\Delta$

Найти требуемый напор  $H$

1) По известным  $Q, d, \nu$  находится число Рейнольдса  $Re = 4Q / (\pi d \nu)$

2) При ламинарном режиме напор  $H$   $H = \frac{128\nu l}{\pi g d^4} Q$ ,

3) При турбулентном режиме напор  $H$   $H = 0,0827 \frac{Q^2}{d^4} \left( 1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right)$ ,

или

$$H = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} = 0,0827 \lambda \frac{L}{d^5} Q^2,$$

Гидравлически гладкие трубы

$$Re > 3000$$

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \lg Re - 1,5)^2},$$

$$Re < 10^5$$

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}},$$

Шероховатые трубы

$$\lambda = \frac{1}{(2 \lg d / \Delta + 1,14)^2}$$

$$\lambda = 0,11 (\Delta / d)^{0,25}.$$

**Задача 2** Даны: располагаемый напор  $H$ , размеры трубопровода  $L, d$ , шероховатость его стенок  $\Delta$  и свойства жидкости ( $\nu$ ).

Найти расход  $Q$ .

---

1) Определяется режим движения путем сравнения напора  $H$  с его критическим значением

$$H_{\text{кр}} = \frac{32\nu^2 L}{gd^3} \text{Re}_{\text{кр}}. \text{ Если } H < H_{\text{кр}}, \text{ режим ламинарный}$$

Далее задача решается методом последовательных приближений.

-При ламинарном режиме расход определяется из формулы  $H = \frac{128\nu l}{\pi g d^4} Q$ , в которой последовательными приближениями уточняются выбранные значения эквивалентных длин местных сопротивлений и приведенной длины трубопровода.

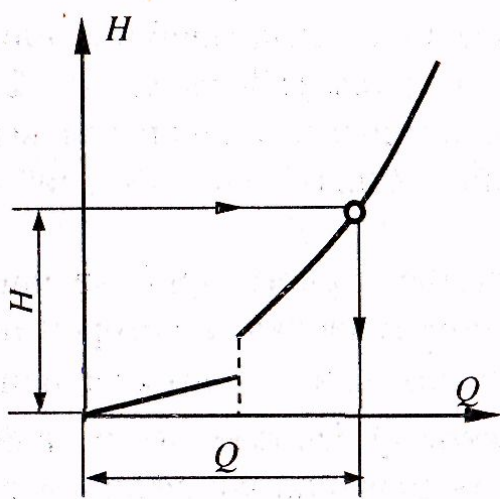
-При турбулентном режиме в качестве первого приближения принимается квадратичная область сопротивления, в которой по известным  $d$  и  $\Delta$  определяются значения  $\lambda$  и  $\zeta$ , позволяющие найти из формул

$$H = 0,0827 \frac{Q^2}{d^4} \left( 1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right),$$

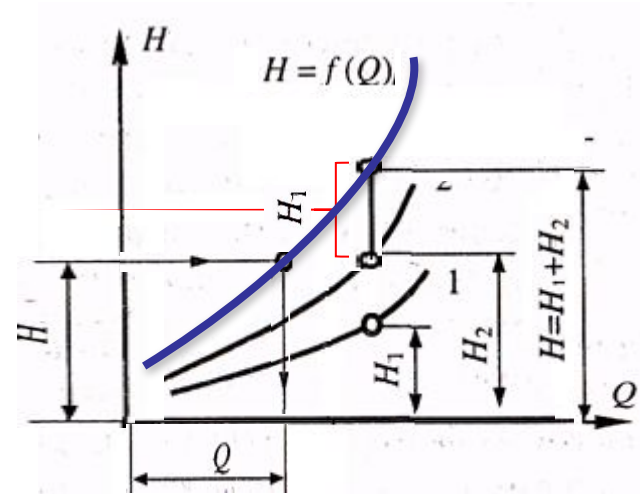
или  $H = 0,0827 \lambda \frac{L}{d^5} Q^2$ , расход  $Q$ . Подсчет  $\text{Re}$  по найденному  $Q$  дает возможность уточнить значения коэффициентов сопротивлений и определить расход во втором приближении

Для решения этой задачи удобнее графическое решение, исключающее необходимость в последовательных приближениях. Для трубопровода из нескольких участков различного диаметра, характеристика, позволяющая находить расход  $Q$  по напору  $H$ , получается суммированием ординат характеристик отдельных участков. Например, трубопровод из двух труб





Характеристика одной трубы



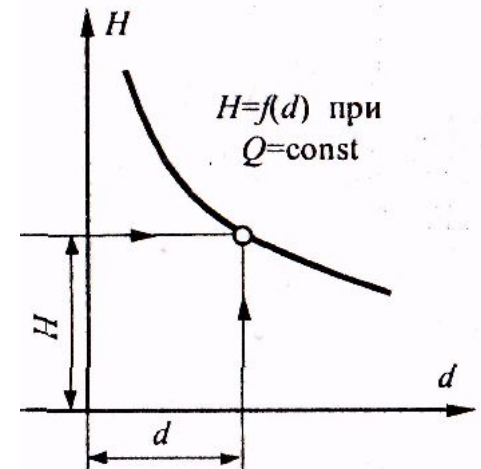
Суммирование характеристик

**Задача 3.** Даны: располагаемый напор  $H$ , расход  $Q$ , длина трубопровода  $L$ , шероховатость его стенок  $\Delta$  и свойства жидкости ( $\nu$ ).  
Найти диаметр трубопровода  $d$ .

1) Определяется режим движения путем сравнения напора  $H$  с его критическим значением

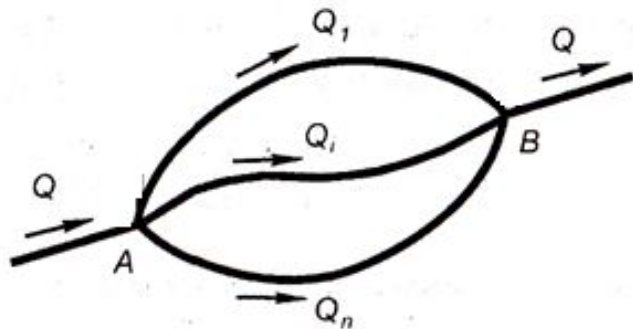
$$H_{\text{кр}} = \frac{\pi^3 \nu^5 L}{2gQ^3} \text{Re}_{\text{кр}}^4.$$

2) Задача решается графически, путем построения зависимости требуемого напора  $H$  от диаметра трубопровода  $d$  при заданном расходе  $Q$ . Задавая значения  $d$ , для каждого из которых определяются величины  $\zeta$  и  $L_{\text{э}}$  с учетом области сопротивления, вычисляют соответствующие значения напора  $H$

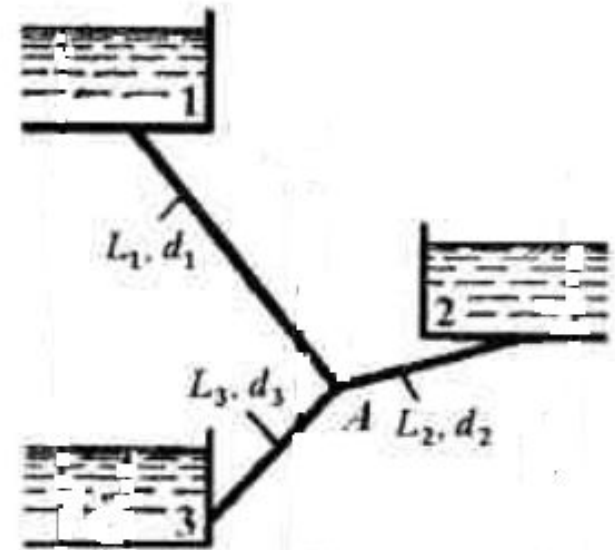


# Расчет сложного трубопровода

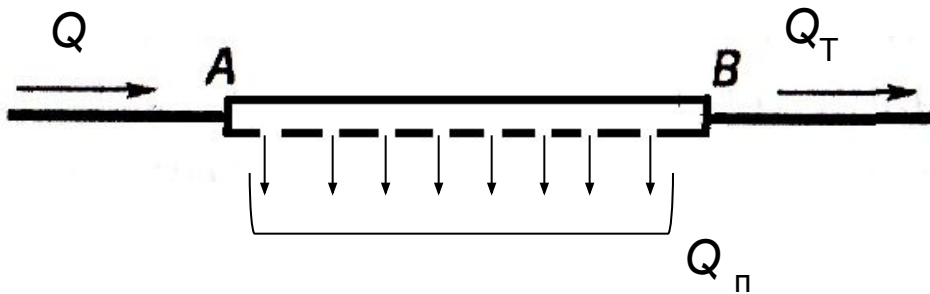
С параллельными ветвями



С концевой раздачей



С непрерывной раздачей



С кольцевыми участками





# Порядок расчета трубопровода с параллельными ветвями



$$H - y_A = h_{\text{п.подв}}$$

$$y_A - y_B = h_{\text{пi}}$$

$$h_{\text{п}} = h_{\text{пi}}$$

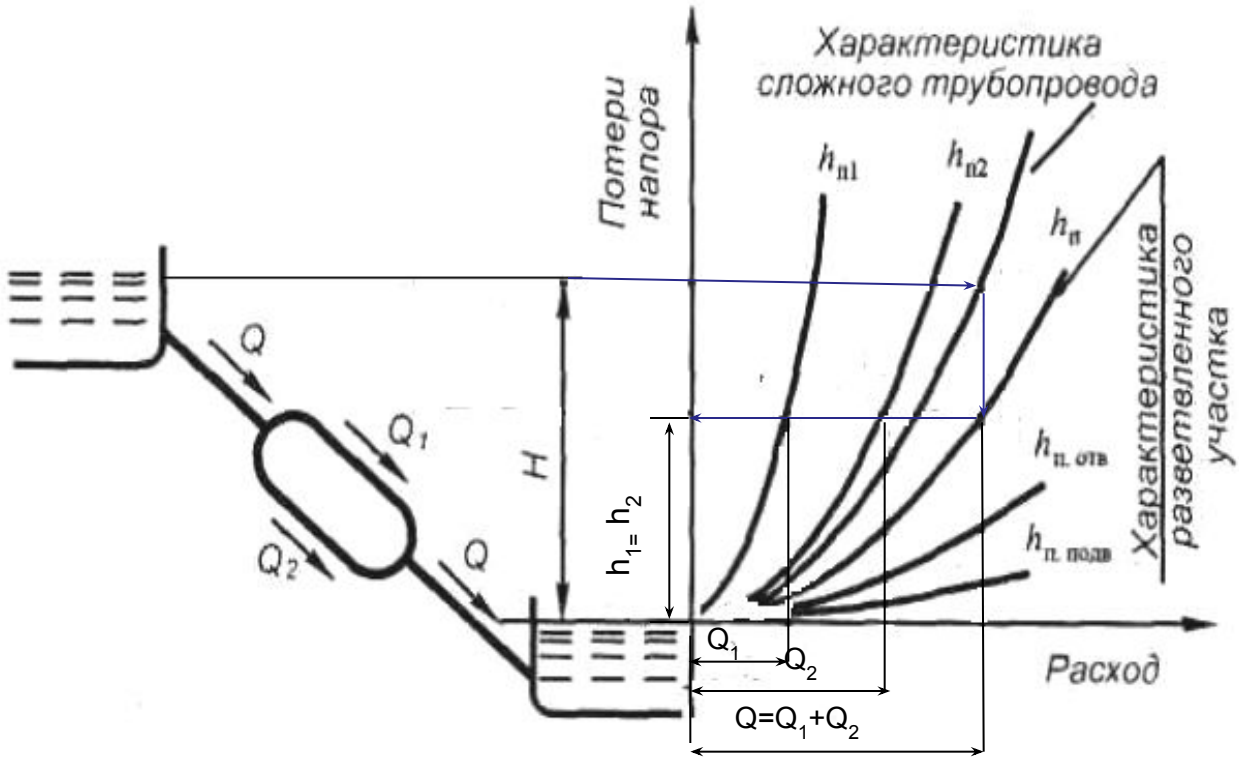
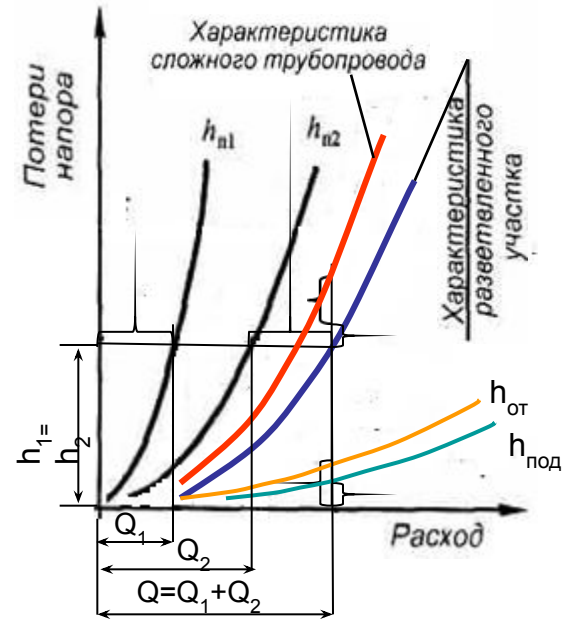
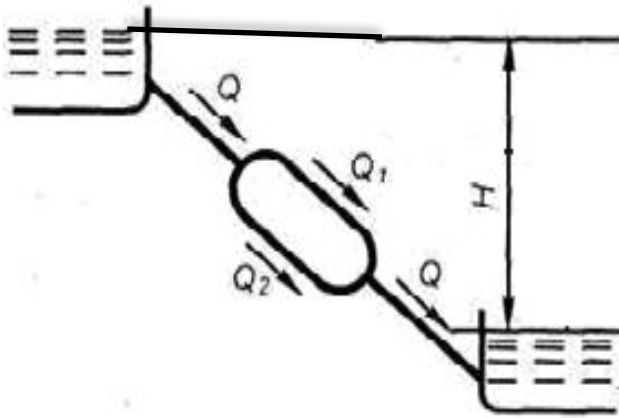
$$y_B = h_{\text{п.отв}},$$

$$H = h_{\text{п. подв}} + h_{\text{п}} + h_{\text{п. отв}} = h_{\text{п. подв}} + h_{\text{пi}} + h_{\text{п. отв}},$$

$$Q = Q_1 + \dots + Q_i + \dots + Q_n,$$

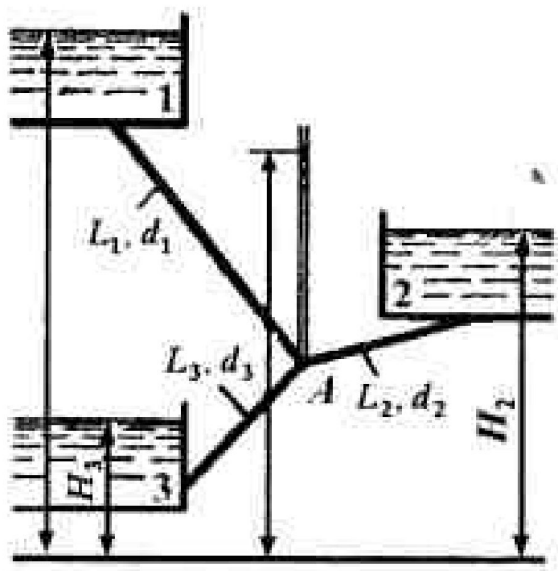
$$H = 0,0827\lambda_{\text{подв}} \frac{L_{\text{подв}}}{d_{\text{подв}}^5} Q_{\text{подв}}^2 + 0,0827\lambda_i \frac{L_i}{d_i^5} Q_i^2 + 0,0827\lambda_{\text{отв}} \frac{L_{\text{отв}}}{d_{\text{отв}}^5} Q_{\text{отв}}^2.$$

# Графический метод





Порядок расчета трубопровода с концевой раздачей



$y > H_2$

$$\left. \begin{aligned} H_1 - y &= 0,0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ y - H_2 &= 0,827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ y - H_3 &= 0,827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned} \right\}$$

$y < H_2$

$$\left. \begin{aligned} H_1 - y &= 0,0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ H_2 - y &= 0,827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ y - H_3 &= 0,827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ Q_1 + Q_2 &= Q_3. \end{aligned} \right\}$$

$y = H_2$

$Q_2 = 0, Q_1 = Q_3 = Q$

$$\left. \begin{aligned} H_1 - H_2 &= 0,0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q^2; \\ H_2 - H_3 &= 0,827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q^2. \end{aligned} \right\}$$

$$y' = H_1 - \frac{H_1 - H_3}{\frac{\lambda_3 L_3 d_1^5}{\lambda_1 L_1 d_3^5} + 1}$$

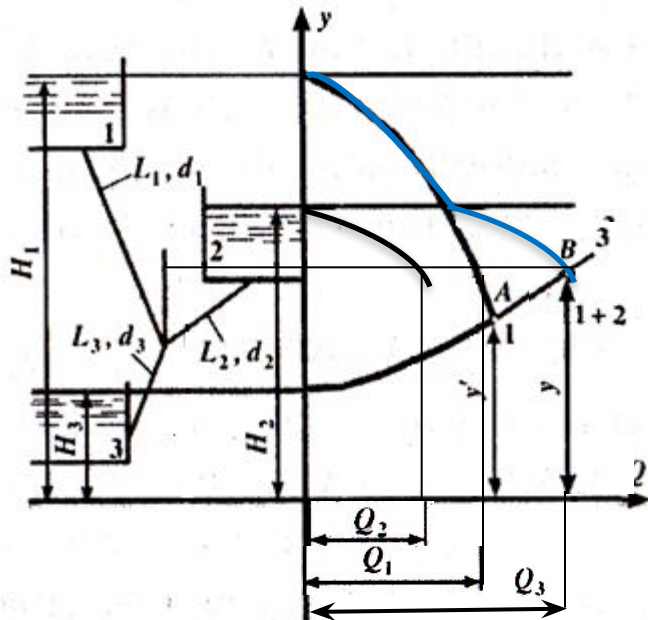
# Графическое решение

Строятся характеристики труб 1 и 3 при условии  $Q_2 = 0$  и  $Q_1 = Q_3$

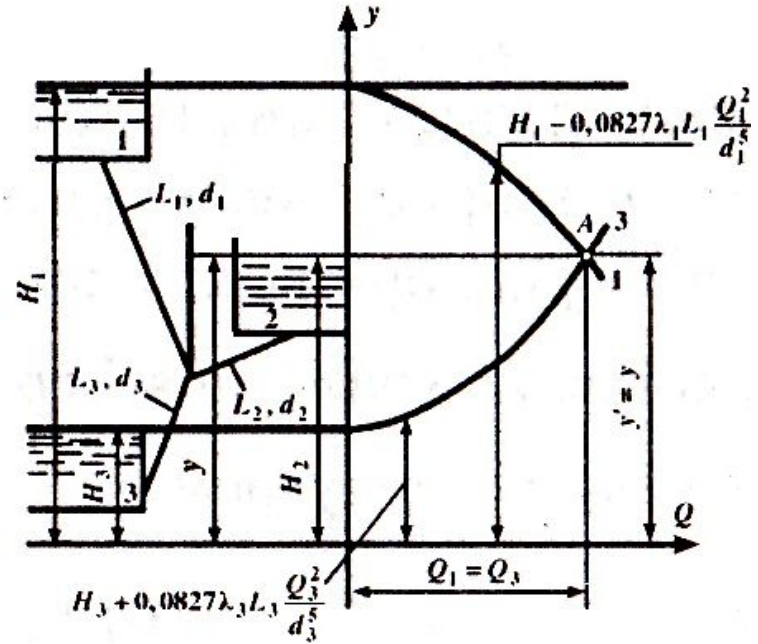
$$y = H_1 - 0,0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2;$$

$$y = H_3 + 0,0827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2.$$

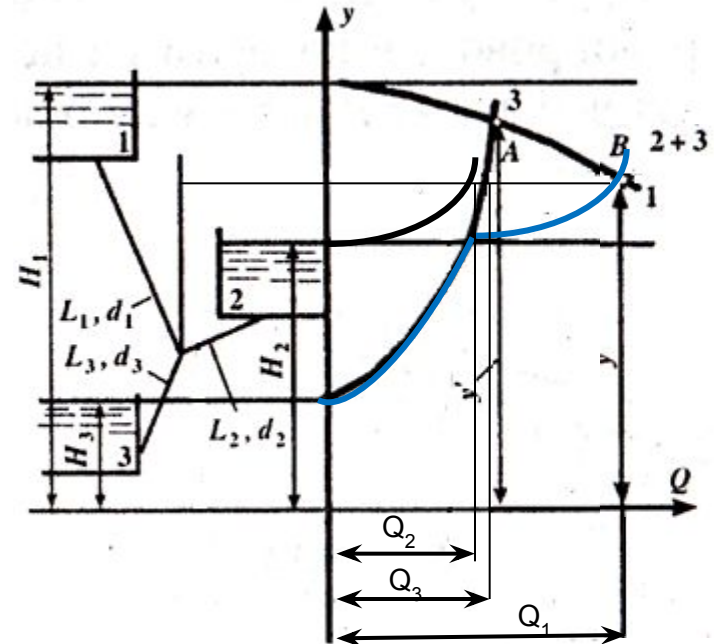
$$y' < H_2,$$



$$y = H_2,$$

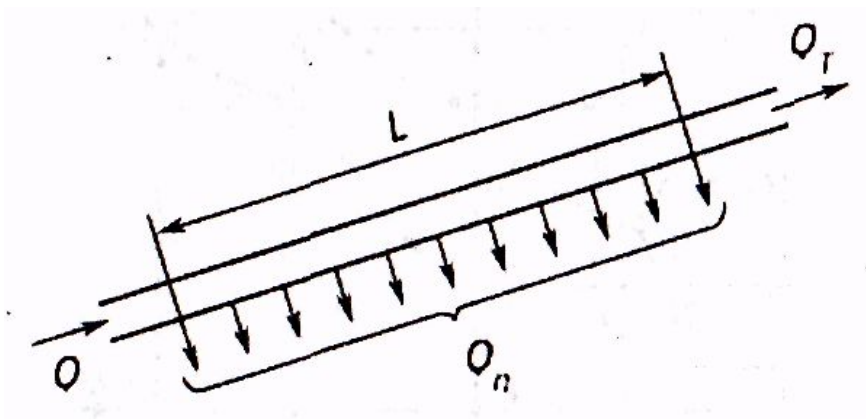


$$y' > H_2,$$





Порядок расчета трубопровода с непрерывной раздачей



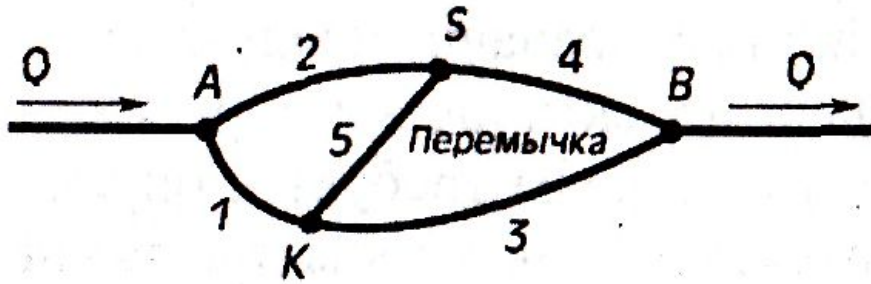
$$Q_{\Pi} = qL,$$

$$Q = Q_{\Pi} + Q_T = qL + Q_T.$$

$$h_{\Pi} = 0,0827\lambda \frac{L}{d^5} \left( Q_T^2 + \frac{Q_{\Pi}^2}{3} + Q_{\Pi}Q_T \right) =$$

$$= 0,0827\lambda \frac{L}{d^5} \cdot \left( Q_T^2 + \frac{q^2 L^2}{3} + qLQ_T \right).$$

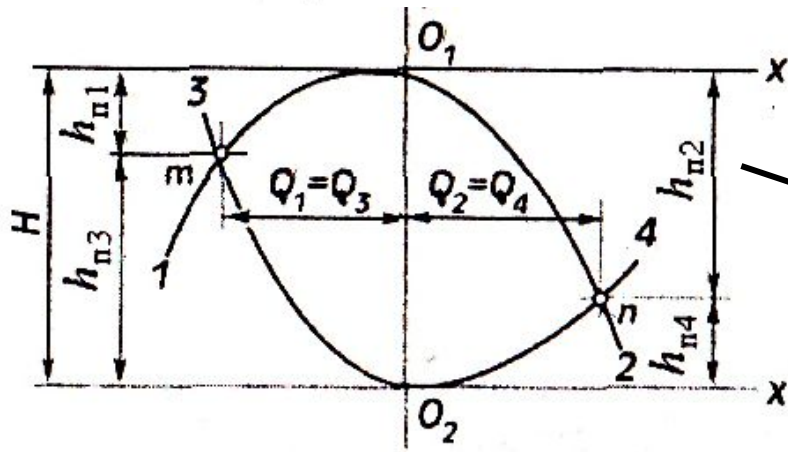
# Графический способ расчета трубопровода с кольцевыми участками



первоначально предполагаем, что перемычка  $KS$  перекрыта.

$$Q_1 = Q_3 \quad Q_2 = Q_4;$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$$



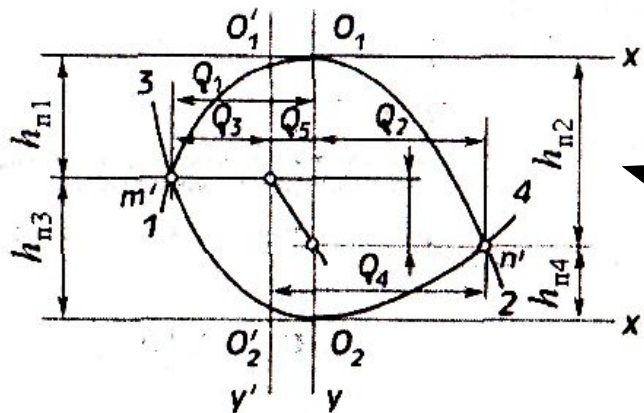
По соотношению напоров, потерянных на участках 1 и 2, устанавливаем направление потока в перемычке после ее открытия. В случае, который показан на рис., поток направлен от  $K$  к  $S$ . Расход  $Q_5$ , потеря напора в перемычке должны удовлетворять уравнениям

$$Q_1 = Q_3 + Q_5; \quad Q_4 = Q_2 + Q_5;$$

$$h_{п1} + h_{п5} = h_{п2};$$

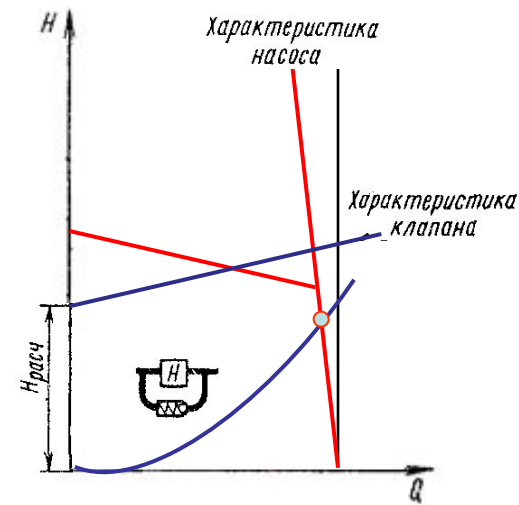
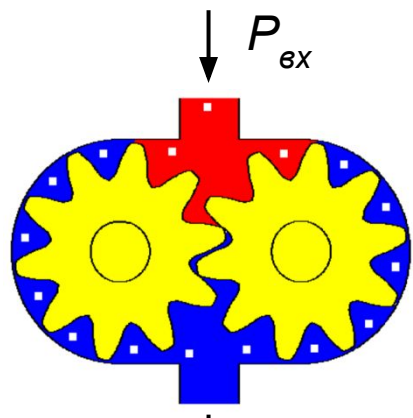
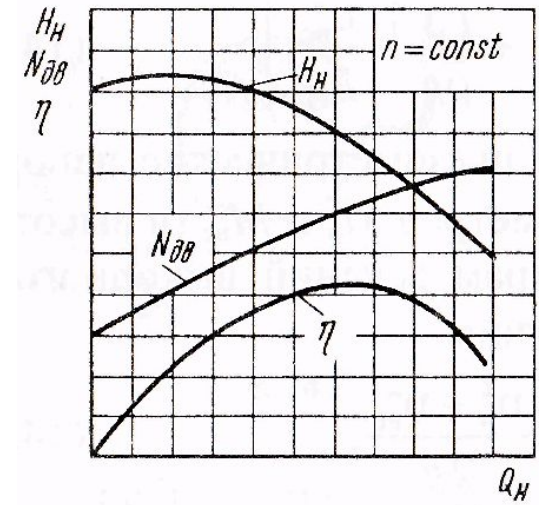
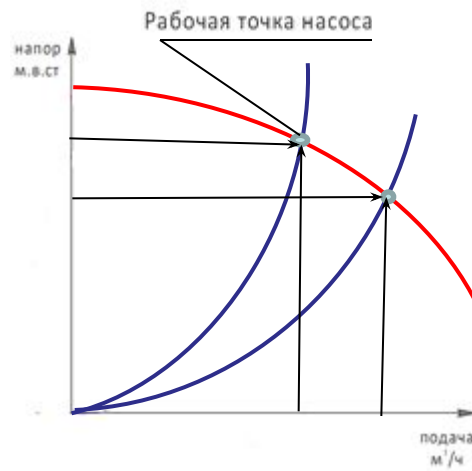
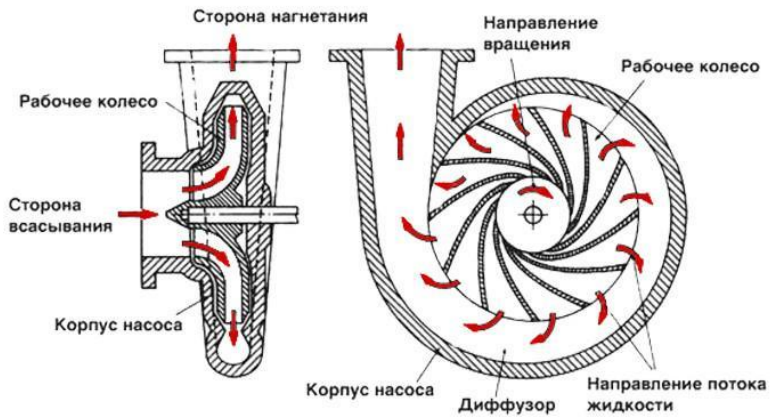
$$h_{п5} + h_{п4} = h_{п3}.$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 \text{ и } h_{п1} + h_{п3} = h_{п2} + h_{п4}$$



$Q_5$  и  $h_{п5}$  Находят с помощью кальки





$$\eta = \frac{(p_H - p_{вс}) Q_H}{M \omega}$$

