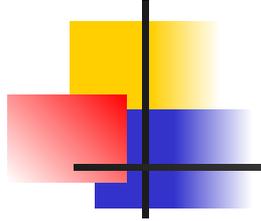


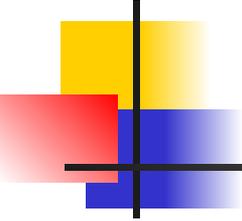
Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра «Системный анализ и управление»



АЛГОРИТМЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ И ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Студентка **Наумова К.Р.**
Научный руководитель **Симаков И.П.**

Цель работы



Исследование и сравнительная оценка различных математических алгоритмов прогнозирования стационарных и нестационарных случайных последовательностей, применяемых в технике и экономике, и разработка принципов построения и функционирования информационно-аналитической системы для обеспечения рациональных решений на финансовых рынках.

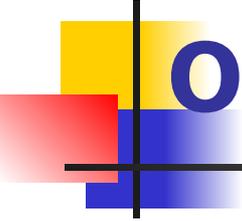
Задачи работы

- **Анализ фундаментальных результатов современной теории и методов оценки характеристик и прогнозирования случайных последовательностей.**
- **Анализ состояния современной теории оптимизации ПЦБ и выявление необходимых для решения задач управления исходных данных - характеристик случайных процессов и их прогнозных значений.**
- **Разработка алгоритмов обработки данных, получаемых из сети Интернет о состоянии и предыстории финансового рынка, для информационного обеспечения задач оптимизации и управления портфелем ценных бумаг.**
- **Обоснование выбора программной среды для реализации информационной системы анализа статистических характеристик и прогнозирования случайных последовательностей для обработки финансовых данных из сети Интернет.**
- **Разработка принципов построения информационной системы приема и предобработки статистических данных о котировках активов из сети «Интернет» для последующего анализа и выработки решений в вычислительной подсистеме ИАС.**



Основные понятия

- Случайная последовательность (стационарная, нестационарная)
- Математическое ожидание
- Дисперсия
- Среднее квадратическое отклонение
- Корреляционная функция
- Прогнозирование



Обзор методов прогнозирования

- **Методы прогнозирования** стационарных последовательностей на базе теории А.А. Колмогорова (1941);
- **Методы экспертных оценок;**
- **Методы экстраполирования и прогнозирования случайных процессов и временных последовательностей;**
- **Методы имитационного моделирования;**
- **Методы аналогий.**

Алгоритмы вычисления скользящих средних

■ Простое

$$M = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

■ Взвешенное

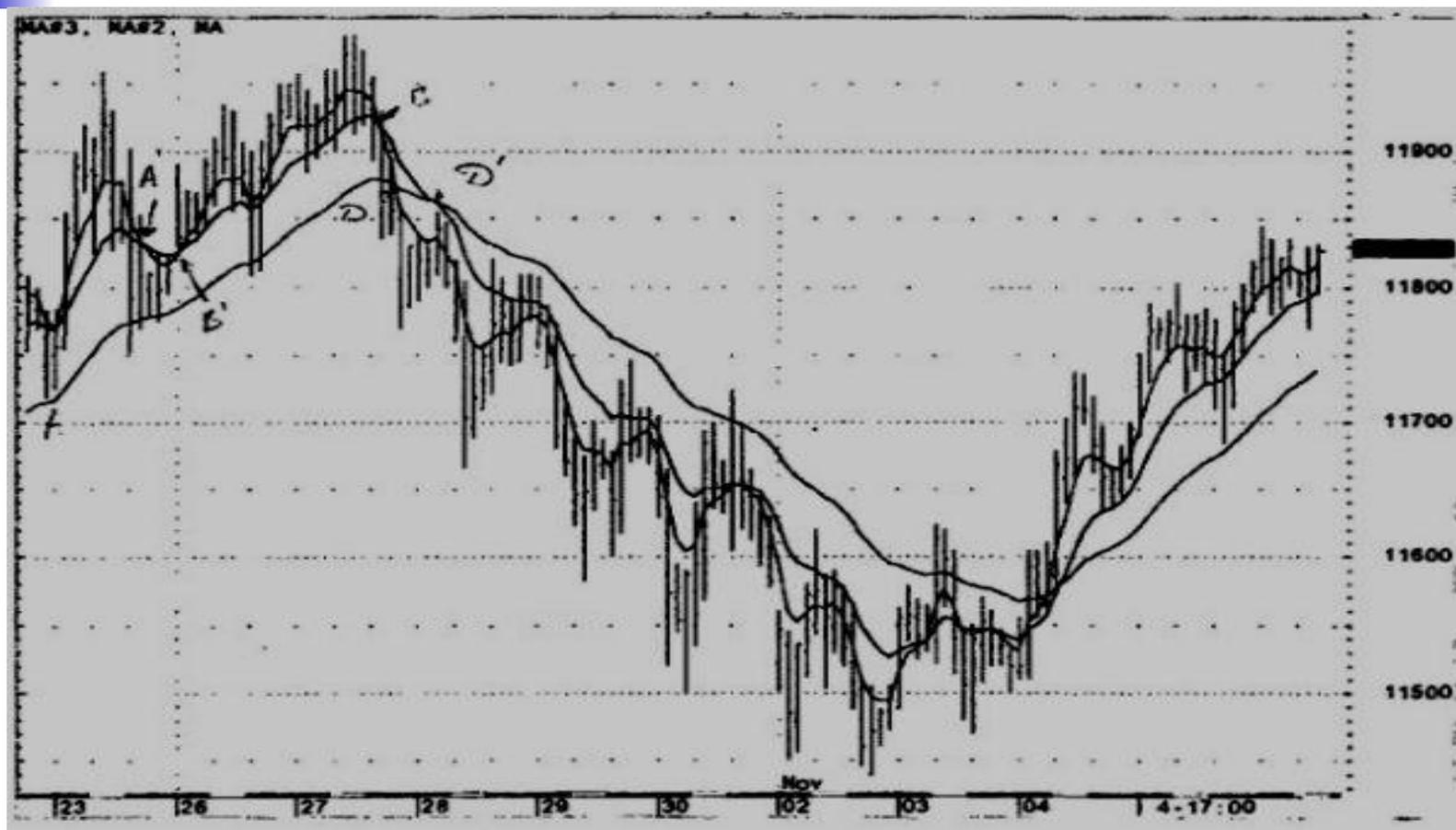
$$M = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

где

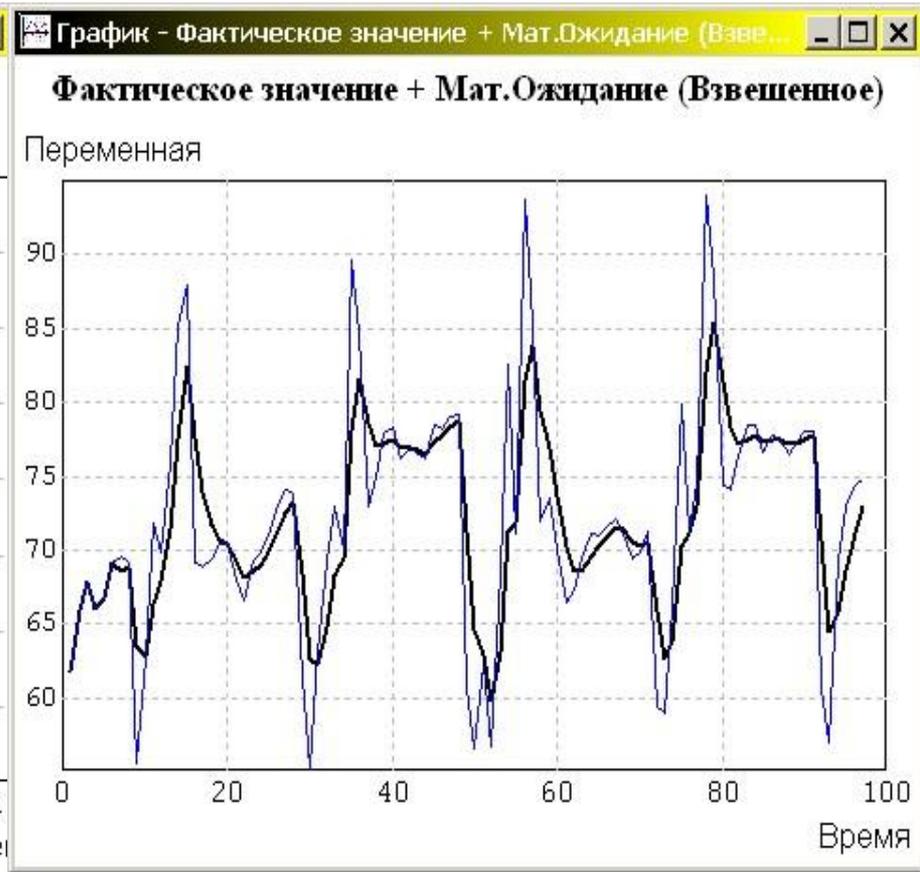
$$w_i = \frac{i^\alpha}{\sum_{k=1}^n k^\alpha}$$

- $\alpha = 0$ - обычное скользящее среднее;
- $\alpha = e$ - экспоненциальное взвешивание;
- $\alpha = 0.5$ - взвешивание с квадратным корнем;
- $\alpha = 1$ - линейное скользящее среднее;
- $\alpha = 2$ - взвешивание в квадрате.

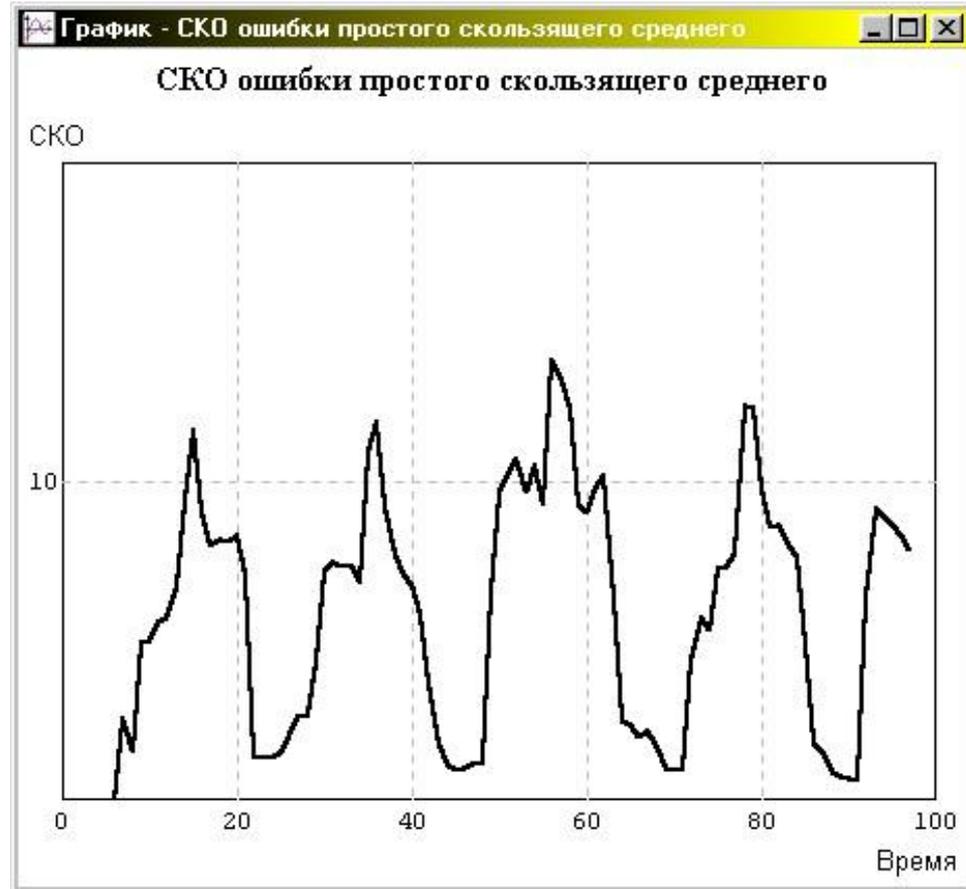
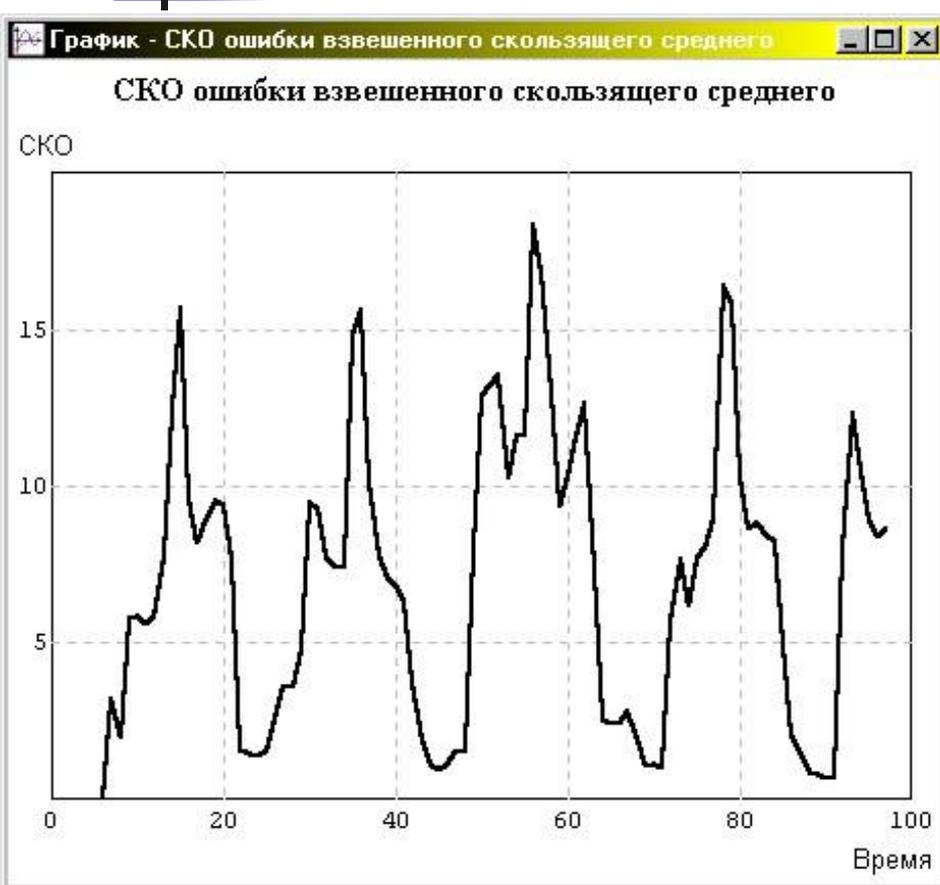
Пример применения скользящего среднего



Результаты применения алгоритма вычисления скользящих средних



Результаты применения алгоритма вычисления скользящих средних



ВЫЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРРЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Простое скользящее среднее

$$\begin{aligned} \bar{x}^{(n)} &= \frac{1}{n} \cdot x_n + \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} x_i \right) \cdot \frac{n-1}{n-1} = \frac{1}{n} \cdot x_n + \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n-1} x_i}{(n-1)} \cdot (n-1) = \\ &= \frac{1}{n} \cdot x_n + \frac{1}{n} \cdot \bar{x}^{(n-1)} \cdot (n-1) = \frac{1}{n} \cdot x_n + \frac{n-1}{n} \cdot \bar{x}^{(n-1)} - \frac{1}{n} \cdot \bar{x}^{(n-1)} = \\ &= \bar{x}^{(n-1)} + \frac{1}{n} \cdot (x_n - \bar{x}^{(n-1)}). \end{aligned}$$

- Дисперсия

$$D^n = \frac{n-2}{n-1} \cdot D^{n-1} + \frac{n}{n-1} (\bar{x}^{(n)})^2 - 2 \cdot \frac{n^2 - 2n + 2}{n^2 - n} \cdot \bar{x}^{(n-1)} \cdot x_n + \frac{n^3 - 4n^2 + 8n - 4}{n^3 - n^2} \cdot x_n^2.$$

- Взвешенное скользящее среднее

$$\bar{x}^{(n)} = \sum_{i=1}^n w_i x_i = \frac{\sum_{i=1}^n i^\alpha x_i}{\sum_{i=1}^n i^\alpha} = \frac{X^{(n)}}{K^{(n)}}.$$

$$X^{(n)} = X^{(n-1)} + n^\alpha x_n,$$

$$K^{(n)} = K^{(n-1)} + n^\alpha.$$

АЛГОРИТМЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ С АДАПТАЦИЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭКСТРАПОЛЯТОРОВ ПО МИНИМУМУ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЙ ОШИБКИ ПРОГНОЗА МЕТОД «А»

$$\hat{x}_{i+t} = x_i + b_1 \cdot x_{i-1} + b_2 \cdot x_{i-2} + \dots + b_{n-1} \cdot x_{i-n+1} + \varepsilon_{i+t}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_i &= x_{i-t} + b_1 \cdot x_{i-t-1} + b_2 \cdot x_{i-t-2} + \dots + b_{n-1} \cdot x_{i-t-n+1} + \varepsilon_i; \\ \hat{x}_{i-1} &= x_{i-t-1} + b_1 \cdot x_{i-t-2} + b_2 \cdot x_{i-t-3} + \dots + b_{n-1} \cdot x_{i-t-n} + \varepsilon_{i-1}; \\ &\dots \\ \hat{x}_{i-n+1} &= x_{i-t-n+1} + b_1 \cdot x_{i-t-n} + b_2 \cdot x_{i-t-n-1} + \dots + b_{n-1} \cdot x_{i-t-2n+2} + \varepsilon_{i-n+1}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^2 &= [\hat{x}_i - x_{i-t} - b_1 \cdot x_{i-t-1} - b_2 \cdot x_{i-t-2} - \dots - b_{n-1} \cdot x_{i-t-n+1}]^2; \\ \varepsilon_{i-1}^2 &= [\hat{x}_{i-1} - x_{i-t-1} - b_1 \cdot x_{i-t-2} - b_2 \cdot x_{i-t-3} - \dots - b_{n-1} \cdot x_{i-t-n}]^2; \\ &\dots \\ \varepsilon_{i-n+1}^2 &= [\hat{x}_{i-n+1} - x_{i-t-n+1} - b_1 \cdot x_{i-t-n} - b_2 \cdot x_{i-t-n-1} - \dots - b_{n-1} \cdot x_{i-t-2n+2}]^2. \end{aligned} \quad (3)$$

АЛГОРИТМЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ С АДАПТАЦИЕЙ КОЭФИЦИЕНТОВ ЭКСТРАПОЛЯТОРОВ ПО МИНИМУМУ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЙ ОШИБКИ ПРОГНОЗА (продолжение метод «А»)

$$J(i, b_1, b_2, \dots, b_{n-1}) = \varepsilon_i^2 + \varepsilon_{i-1}^2 + \dots + \varepsilon_{i-n+1}^2 \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial b_1} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b_2} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial J}{\partial b_{n-1}} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАГРУЗКИ В ЭНЕРГОСИСТЕМАХ

МЕТОД «В»

$$X_{i+t} = W_i^T X_i, \quad (1)$$

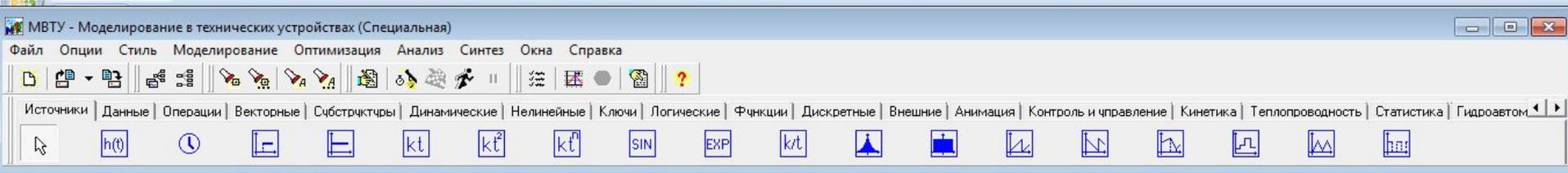
$$W_i^T = (W_i^1, W_i^2, \dots, W_i^n, W_i^{n+1}) \quad X_i = (x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-n+1}, 1) \quad (2)$$

$$E_i = x_i - W_{i-1}^T X'_{i-t}, \quad (3)$$

$$W_{i-1}^T = (W_{i-1}^1, W_{i-1}^2, \dots, W_{i-1}^n, W_{i-1}^{n+1})$$
$$X'_{i-1} = (x_{i-t}, x_{i-t-1}, \dots, x_{i-t-n+1}, 1) \quad (4)$$

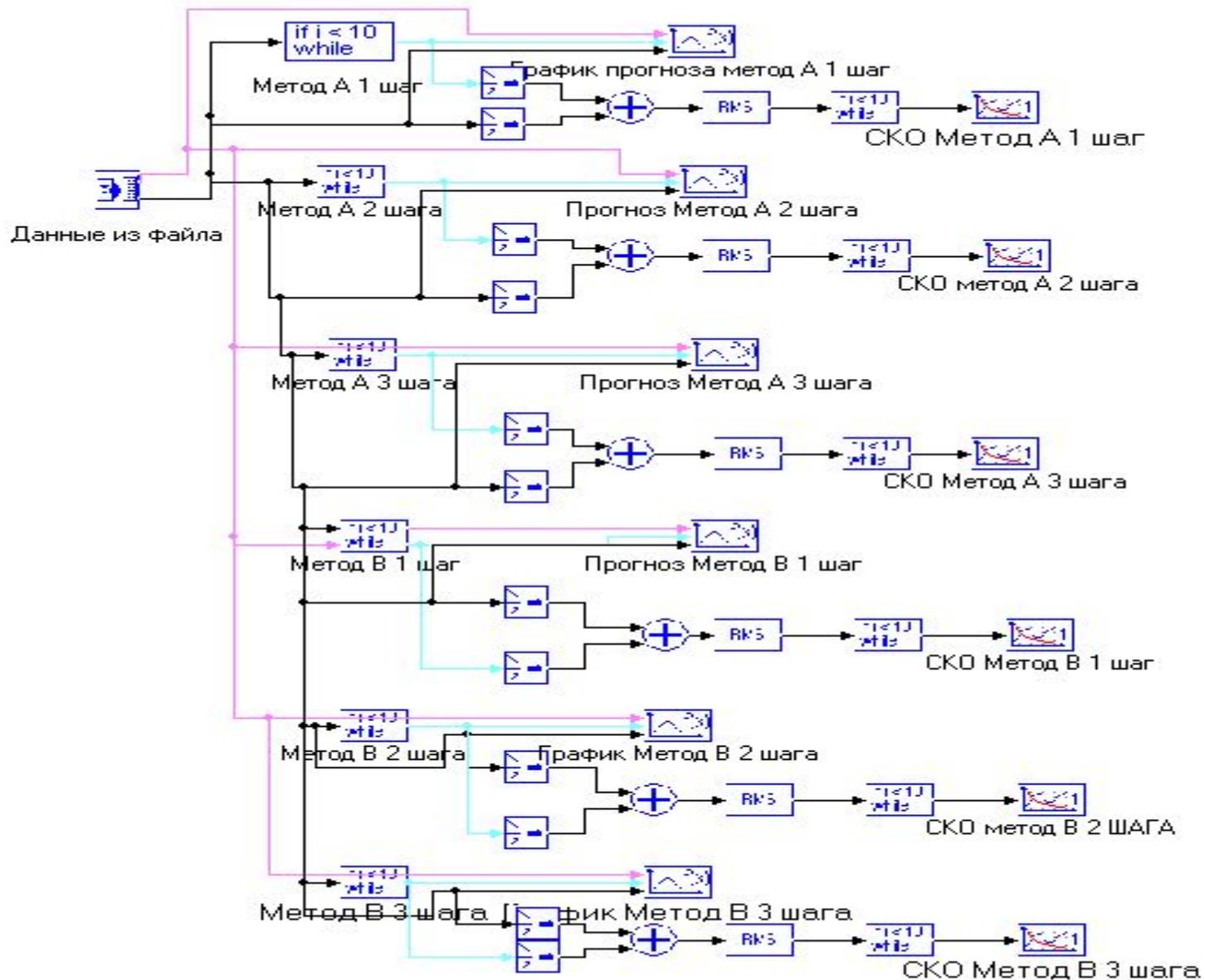
$$W_i = W_{i-1} + \frac{k}{\|X'_{i-t}\|^2} \cdot X'_{i-t} \cdot E_i \quad (5)$$

Возможности ПК «МВТУ»



№	Наименование блока	Пиктограмма
1	Среднее значение	
2	Среднеквадратическое отклонение	
3	Коэффициент эксцесса (3-й момент)	
4	Фактор <u>сплюснваемости</u> (4-й момент)	
5	Коэффициент корреляции	
6	Плотность вероятности	
7	Спектральная плотность	
8	Взаимная спектральная плотность	
9	Функция взаимной корреляции	

Структурная схема прогнозирования временных рядов (в ПК «МВТУ»)



Графики прогноза методом «А» на один шаг вперед и СКО ошибки (пример - котировки акций компании ДИСНЕЙ до 100 бар)

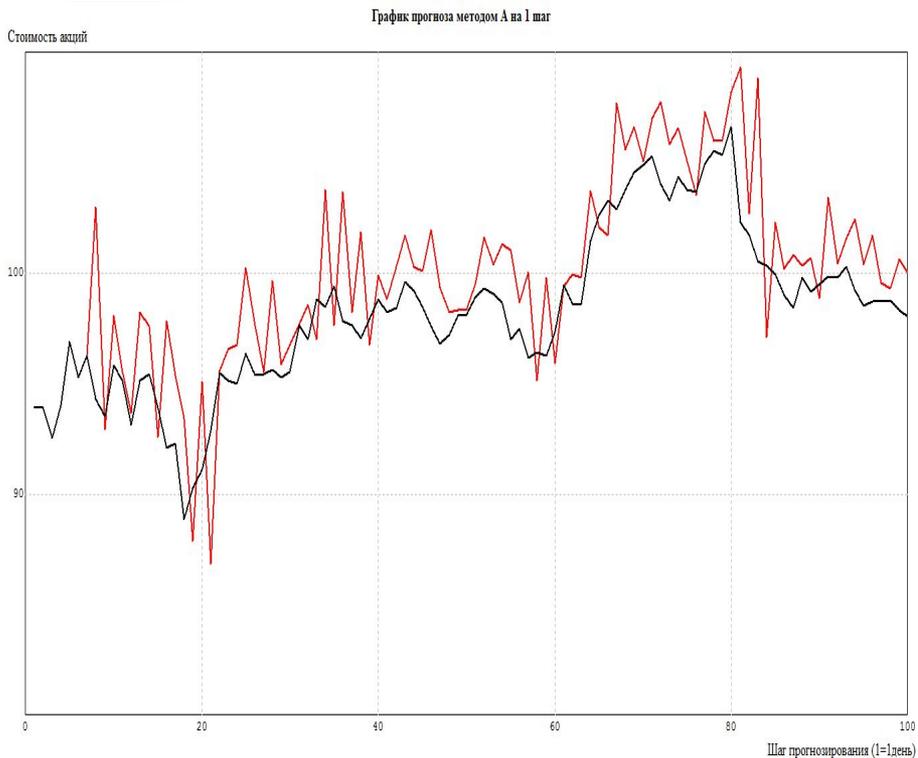
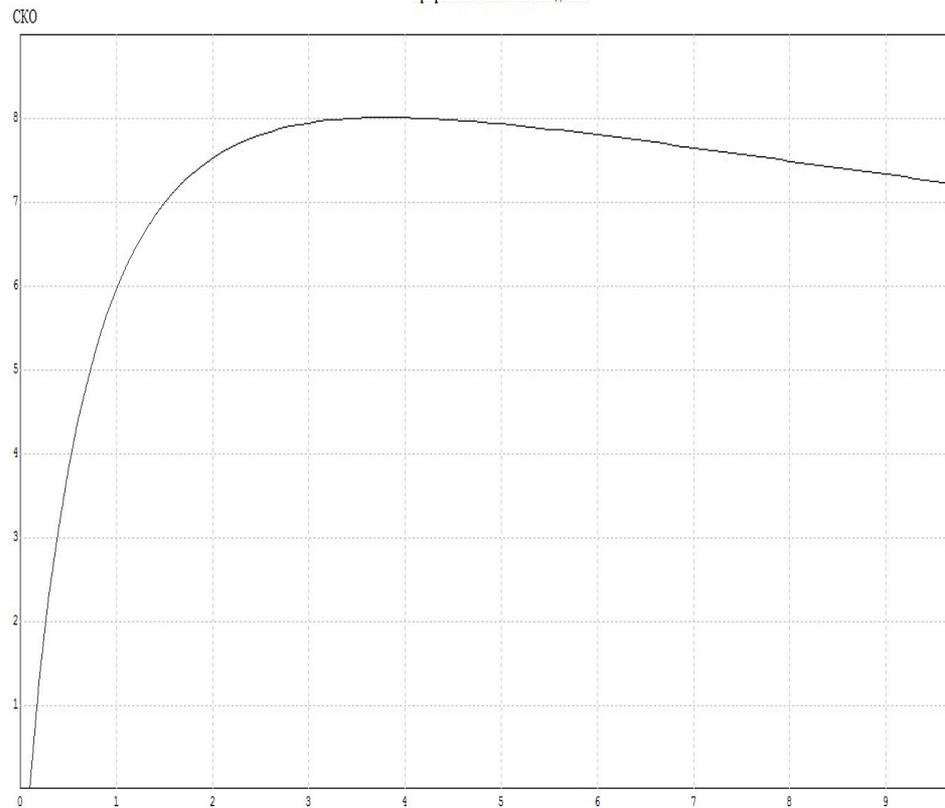


График СКО на 1 шаг методом А



Графики прогноза методом «А» на два шага вперед и СКО ошибки

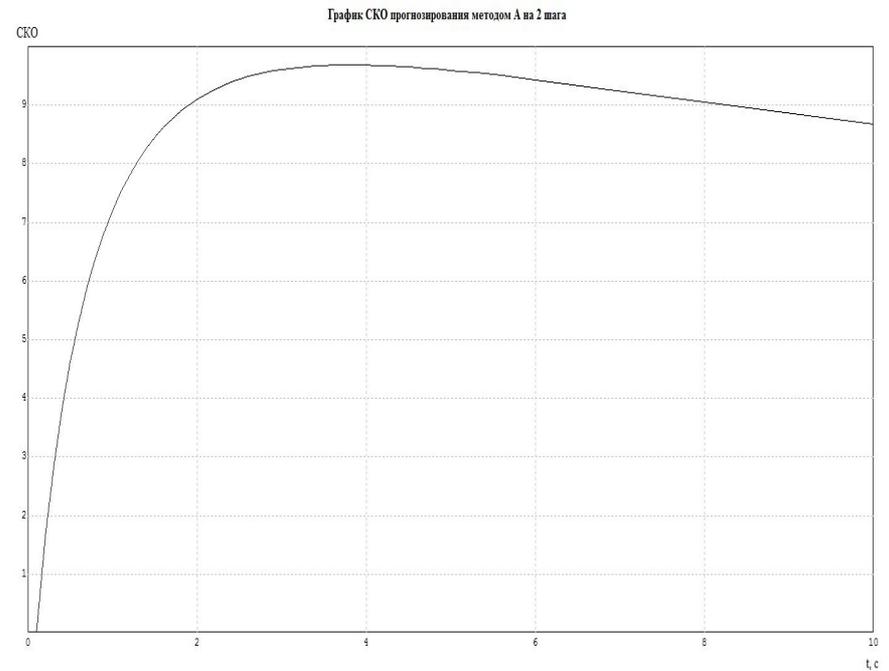
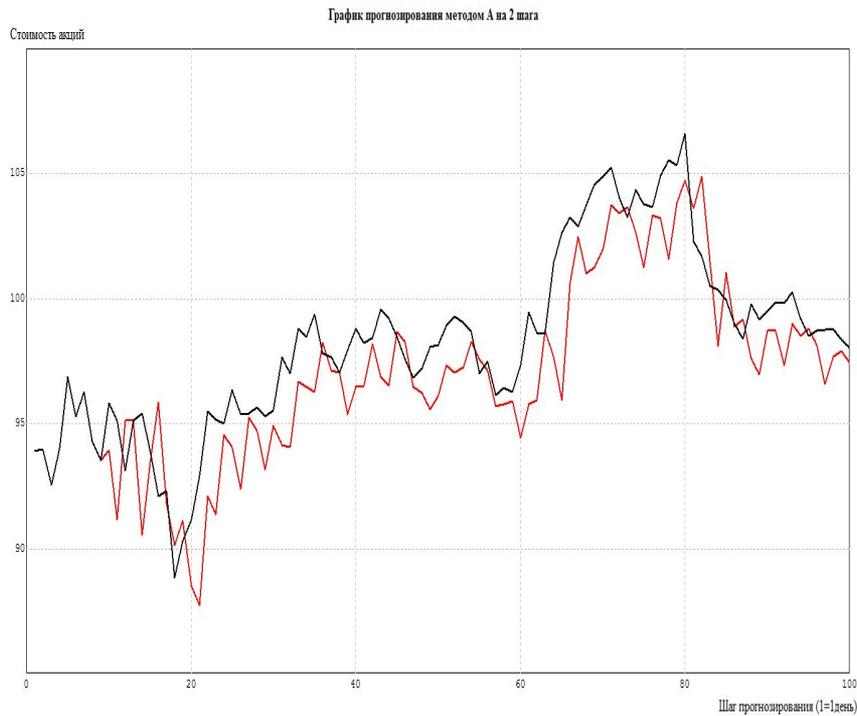
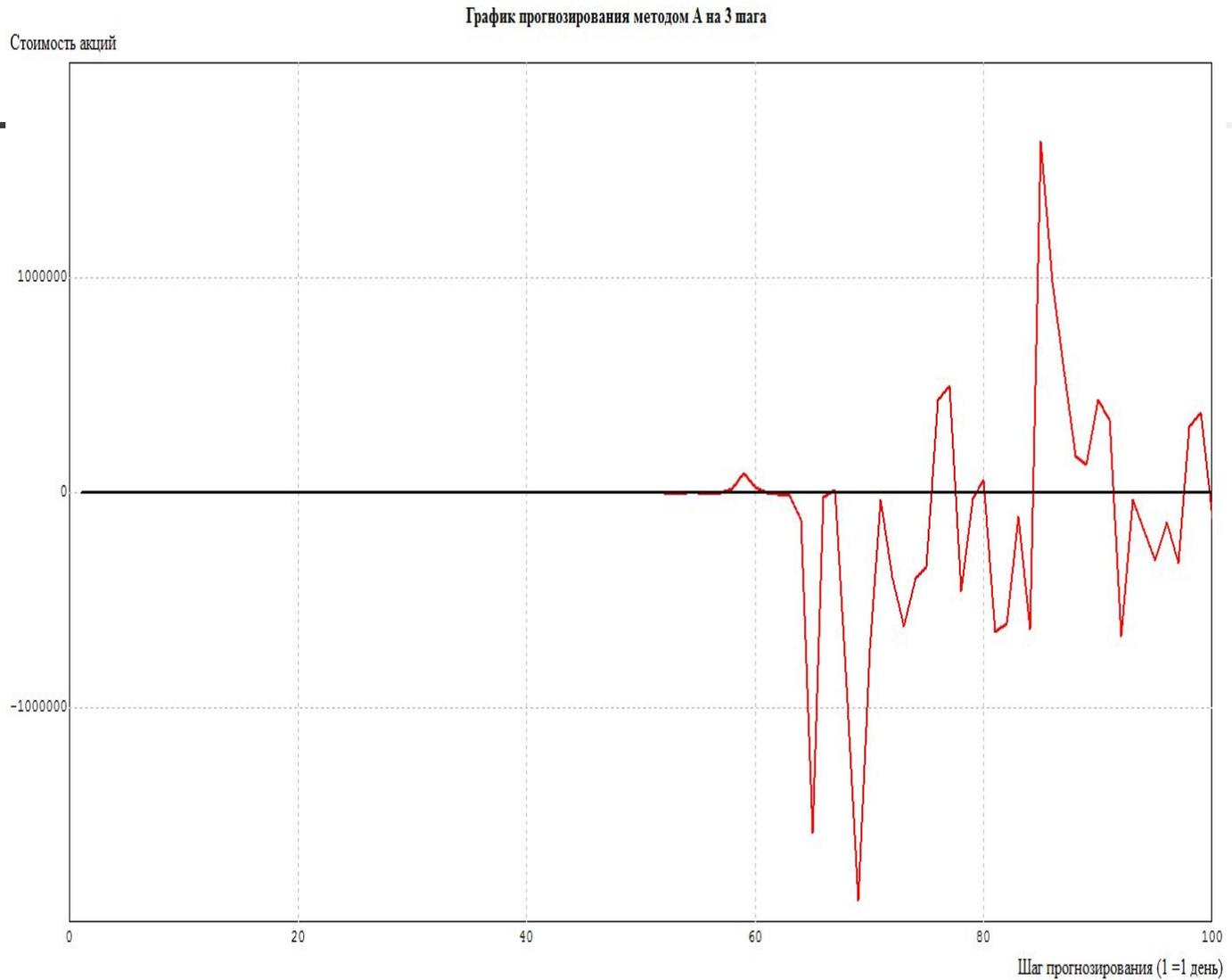
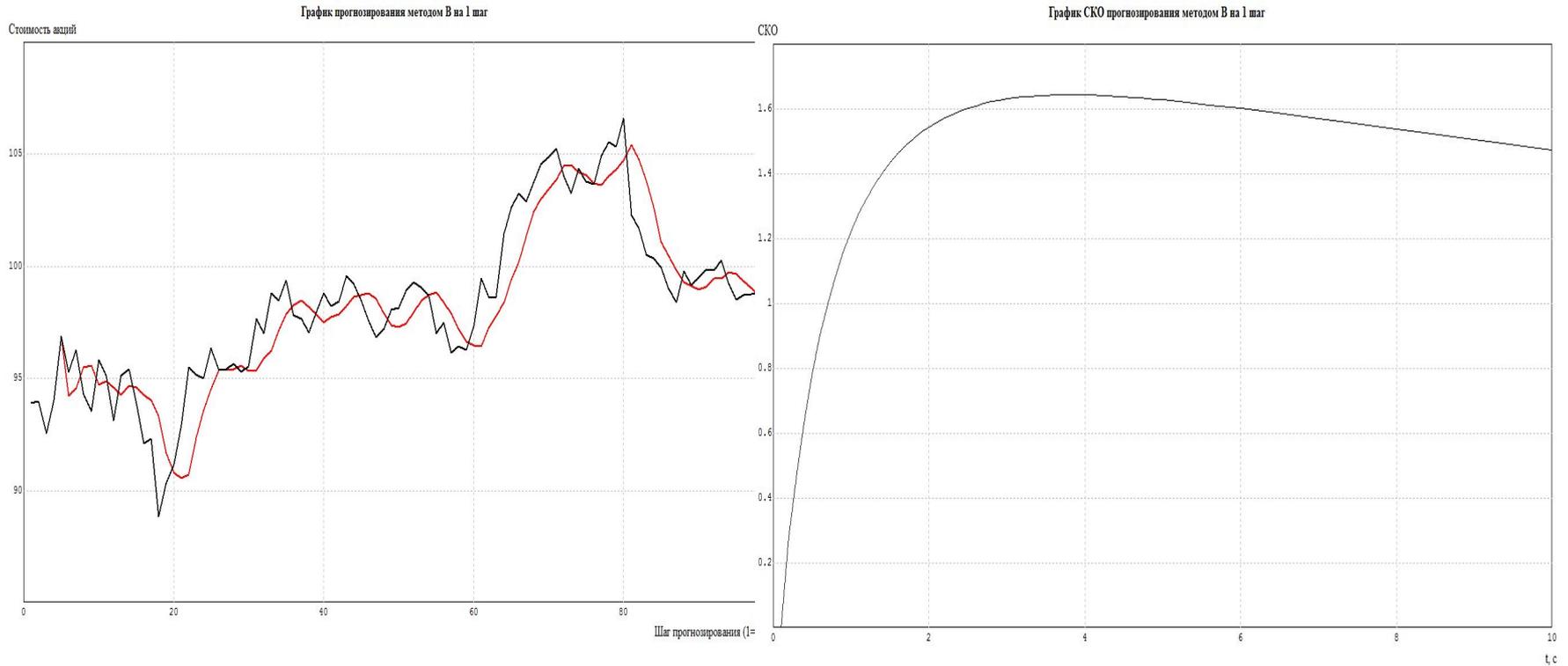


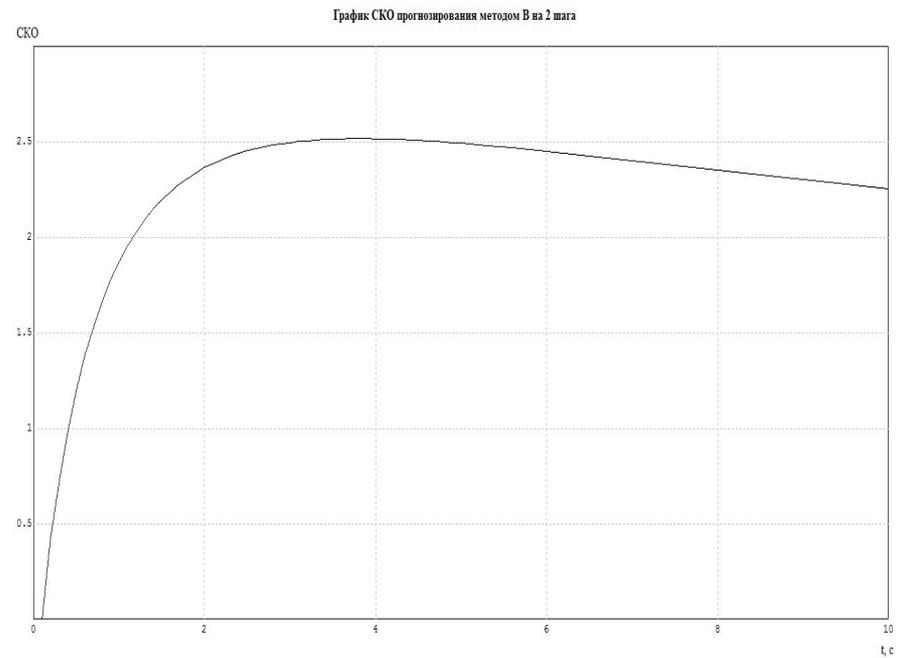
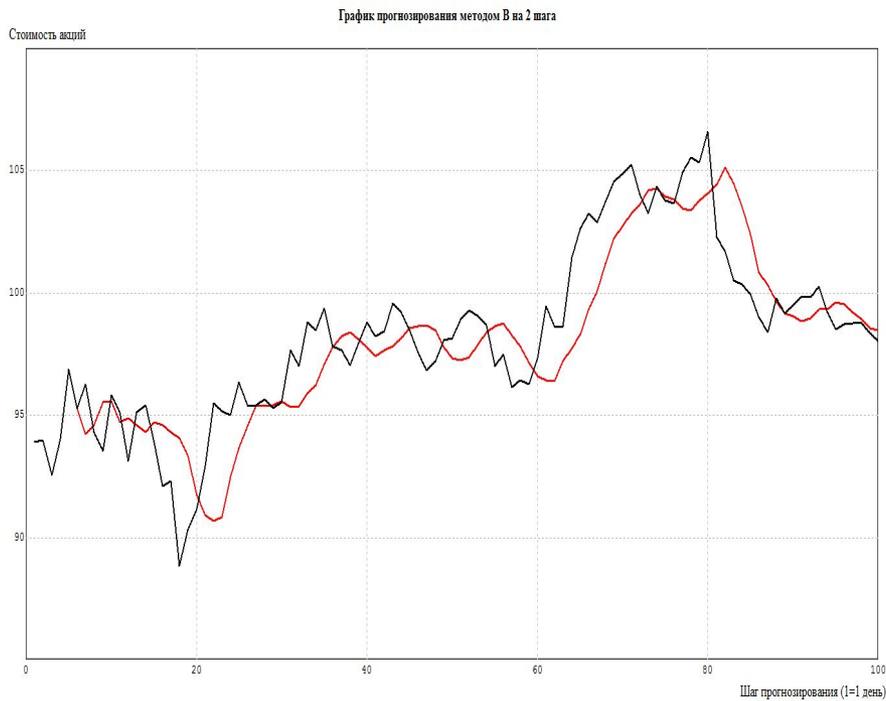
График прогноза методом «А» на три шага вперед



Графики прогноза методом «В» на один шаг вперед и СКО ошибки



Графики прогноза методом «В» на два шага вперед и СКО ошибки



Графики прогноза методом «В» на три шага вперед и СКО ошибки

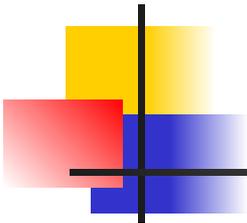


График прогнозирования методом В на 3 шага

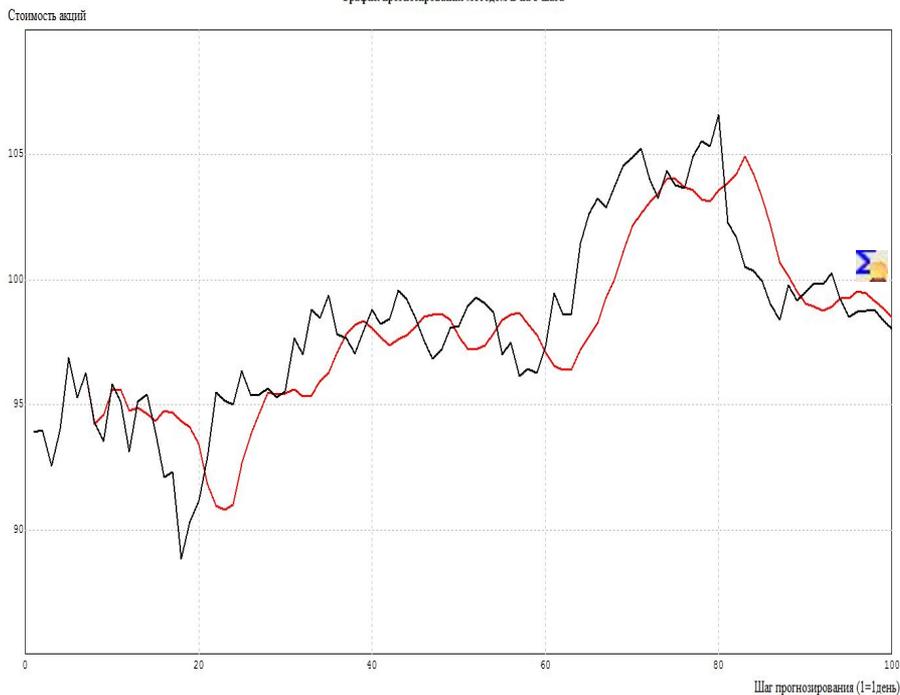
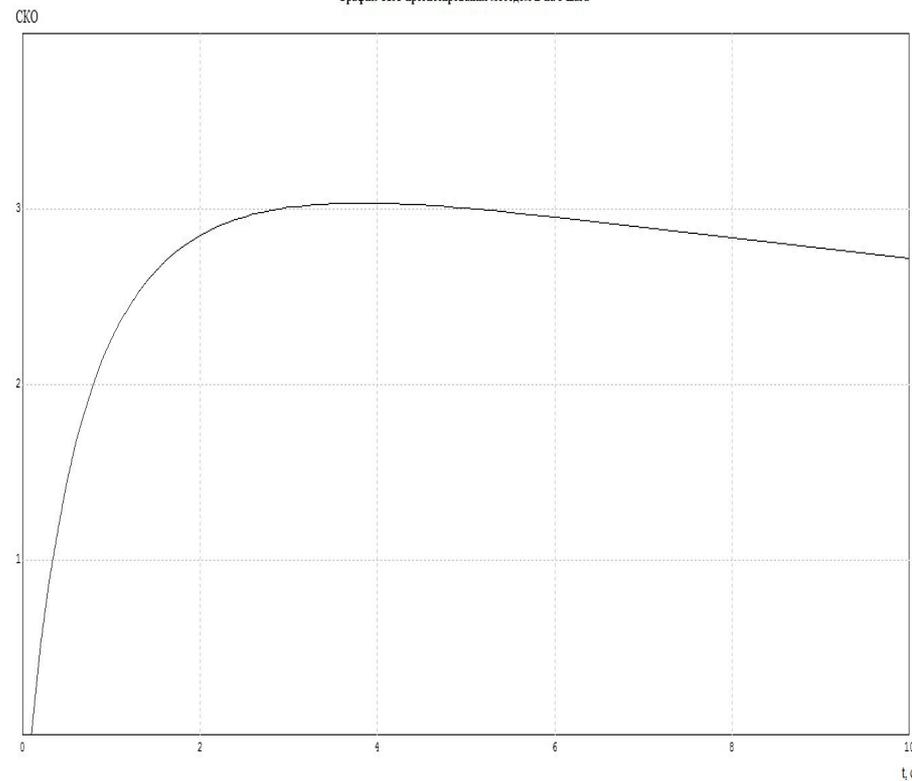


График СКО прогнозирования методом В на 3 шага



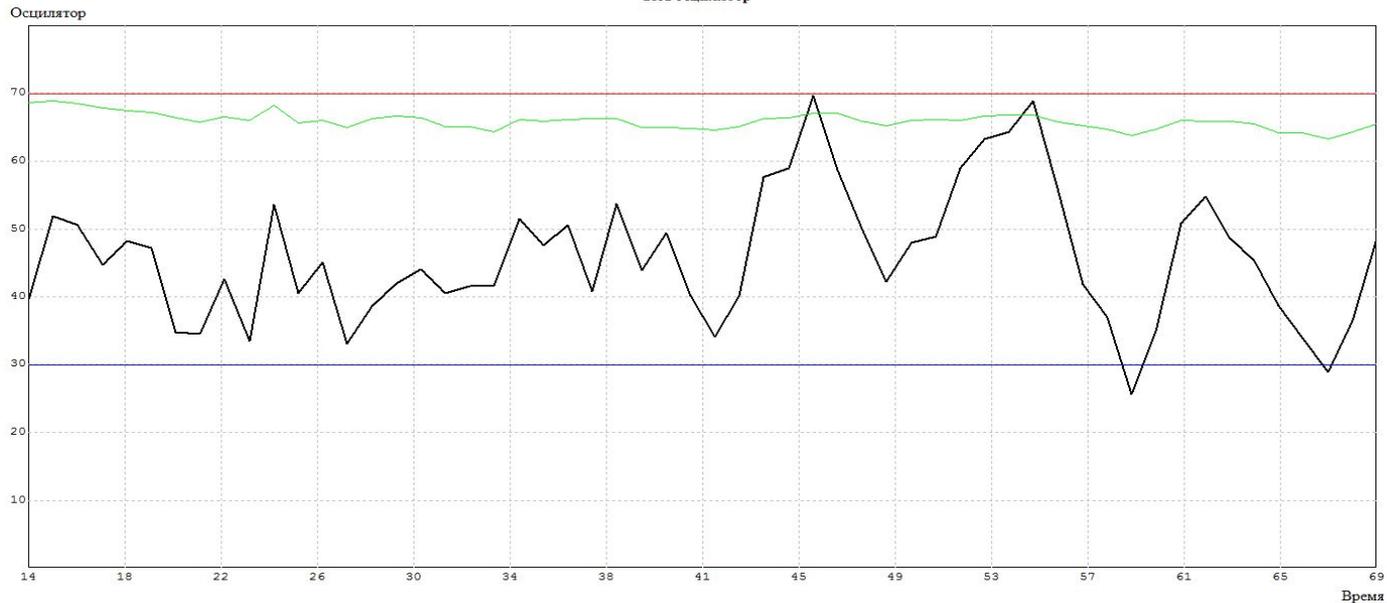
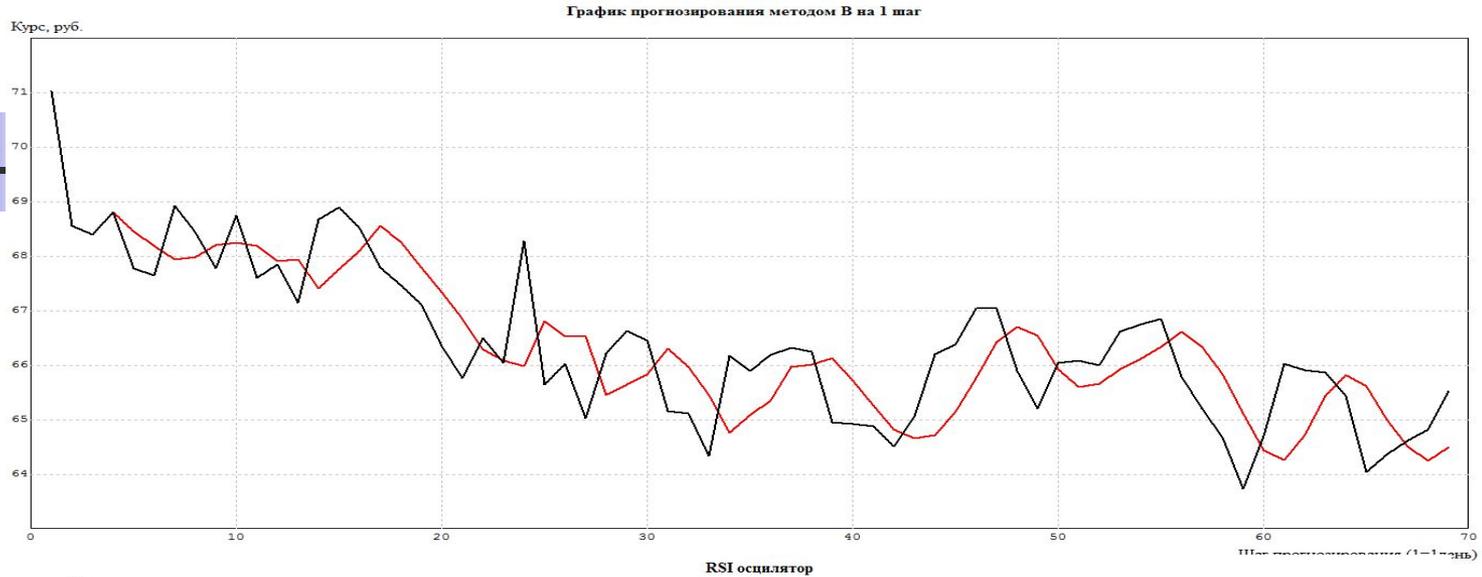
Результаты прогнозирования методами «А» и «В»

Эксперимент 1 (котировки акций компании ДИСНЕЙ в количестве 100 бар)			
	Максимальное значение СКО		
	Прогноз на 1 шаг	Прогноз на 2 шага	Прогноз на 3 шага
Метод А	8	9.6	-
Метод В	1.7	2.5	3
Эксперимент 2 (история курса Доллара США к Рублю в количестве 100 бар)			
	Максимальное значение СКО		
	Прогноз на 1 шаг	Прогноз на 2 шага	Прогноз на 3 шага
Метод А	1.5	47	-
Метод В	0.9	1.6	2.1

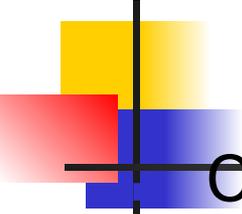
ОБЩАЯ СХЕМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТЕЙ СИСТЕМЫ



Результаты прогноза оценки курса доллара к рублю на 25 июня 2016

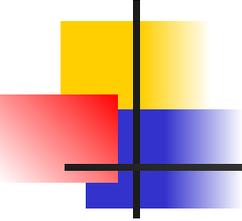


Что сделано :



Освещена проблематика прогнозирования нестационарных процессов, в т.ч. на неравновесных финансовых рынках

- Представлены различные способы прогнозирования нестационарных случайных последовательностей
- Программно реализованы в среде ПК «МВТУ» алгоритмы решения задач прогнозирования различными методами
- Разработана Инструкция пользователя
- Проведены вычислительные эксперименты, на базе которых выполнена сравнительная оценка методов по критериям «горизонт» прогноза и СКО ошибки прогноза



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!