# Подготовка к ЕГЭ-2014 по математике


***Решение прототипов В13***
***из открытого банка заданий ЕГЭ***

***Автор презентации Князькина Т. В.***
***МБОУ «СОШ № 143»***

Прототип B13 № 26578

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть v км/ч — скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на второй половине пути равна v+16 км/ч. Примем расстояние между пунктами за 1. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем:

$$\frac{1}{v}=\frac{0,5}{24}+\frac{0,5}{v+16}\underset{v>0}{\Leftrightarrow}48(v+16)=v(v+16)+24v\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2-8v-768=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=32,\\ v=-24\end{array}\right.\underset{v>0}{\Leftrightarrow}v=32.$$

Таким образом, скорость первого автомобиля была равна 32 км/ч.

Ответ: 32.

**Прототип B13 № 26581**

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в *A* со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть v км/ч – скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*, тогда скорость велосипедиста на пути из *A* в *B* равна v-3 км/ч. Сделав на обратном пути остановку на 3 часа, велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*, отсюда имеем:

$$\frac{70}{v}+3=\frac{70}{v-3}\Leftrightarrow\frac{70+3v}{v}=\frac{70}{v-3}\underset{v>3}{\Leftrightarrow}70v=70v-210+3v^2-9v\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2-3v-70=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=10;\\ v=-7\end{array}\right.\underset{v>3}{\Leftrightarrow}v=10.$$

Таким образом, скорость велосипедиста была равна 10 км/ч.

Ответ: 10.

**Прототип B13 № 26584**

Два велосипедиста одновременно отправились в 88–километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть v км/ч – скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым, тогда скорость первого велосипедиста – v+3 км/ч. Первый велосипедист прибыл к финишу на 3 часа раньше второго, отсюда имеем:

$$\frac{88}{v}=\frac{88}{v+3}+3 \underset{v>0}{\Leftrightarrow} \frac{88}{v}=\frac{88+3v+9}{v+3} \Leftrightarrow 88v+3\cdot 88=88v+3v^2+9v \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2+3v-88=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=8; \\ v=-11 \end{array}\right. \underset{v>0}{\Leftrightarrow} v=8.$$

Таким образом, скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым, равна 8 км/ч.

Ответ: 8.

**Прототип B13 № 26587**

Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 30 км от . Пробыв в пункте B 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пунктA в 18:00. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

Решение:

Пусть u км/ч — собственная скорость моторной лодки, тогда скорость лодки по течению равна u+1 км/ч, а скорость лодки против течения равна u-1 км/ч. На весь путь лодка затратила8-2,5=5,5(часов), отсюда имеем:

$$\frac{30}{u-1}+\frac{30}{u+1}=5,5 \Leftrightarrow \frac{60u}{u^2-1}=5,5 \Leftrightarrow 11u^2-120u-11=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\dfrac{120+\sqrt{120^2+4\cdot 11^2}}{22}=11; \\ u=\dfrac{120-\sqrt{120^2+4\cdot 11^2}}{22}=-\dfrac{1}{11} \end{array}\right. \underset{u>0}{\Leftrightarrow} u=11.$$

Таким образом собственная скорость лодки равна 11 км/ч.

Ответ: 11.

**Прототип B13 № 26592**
Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Решение:
Обозначим n — число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий. Тогда первый рабочий за час изготавливает n+1 деталь. На изготовление 110 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий, отсюда имеем:

$$\frac{110}{n+1}+1=\frac{110}{n}\Leftrightarrow\frac{110+n+1}{n+1}=\frac{110}{n}\underset{n>0}{\Leftrightarrow}110n+110=n^2+111n\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2+n-110=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=10;\\n=-11\end{array}\right.\underset{n>0}{\Leftrightarrow}n=10.$$

Ответ: 10.

**Прототип B13 № 26594**

На изготовление **475** деталей первый рабочий тратит на **6** часов меньше**,** чем второй рабочий на изготовление **550** таких же деталей**.** Известно**,** что первый рабочий за час делает на **3** детали больше**,** чем второй**.** Сколько деталей в час делает первый рабочий**?**

Реш**е**ние**:**

Обозначим **n –** число деталей**,** которые изготавливает за час первый рабочий**,** тогда второй рабочий за час изготавливает **n-3** деталей**, n>3 .** На изготовление **475** деталей первый рабочий тратит на **6** часов меньше**,** чем второй рабочий на изготовление **550** таких же деталей**,** отсюда имеем**:**

$$\frac{475}{n}+6=\frac{550}{n-3}\underset{n>3}{\Leftrightarrow}\frac{475+6n}{n}=\frac{550}{n-3}\underset{n>3}{\Leftrightarrow}475n-3\cdot 475+6n^2-18n=550n\underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow}6n^2-93n-3\cdot 475=0\underset{n>3}{\Leftrightarrow}2n^2-31n-475=0\underset{n>3}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{n>3}{\Leftrightarrow}\left[\begin{array}{l} n=\dfrac{31+\sqrt{31^2+4\cdot 2\cdot 475}}{4}=25; \\ n=\dfrac{31-\sqrt{31^2+4\cdot 2\cdot 475}}{4}=-9.5 \end{array}\right.\underset{n>3}{\Leftrightarrow}n=25$$

Таким образом**,** первый рабочий делает **25** деталей в час**.** Ответ**: 25.**

Прототип B13 № 99565

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Решение:

В 2009 году число жителей стало $40000+0,08\cdot 40000=43200$ человек, а в 2010 году число жителей стало $43200+0,09\cdot 43200=47088$ человек.

Ответ: 47088.

**Прототип B13 № 99566**

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на **4%** дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение:

Обозначим первоначальную стоимость акций за **1.** Пусть в понедельник акции компании подорожали на **с·100%,** и их стоимость стала составлять **1+с·1.** Во вторник акции подешевели на **с·100%,** и их стоимость стала составлять **1+с-с(1+с)** В результате они стали стоить на **4%** дешевле, чем при открытии торгов в понедельник, то есть **0,96.** Таким образом,

$$1+c-c(1+c)=0,96 \Leftrightarrow 1-c^2=0,96 \Leftrightarrow c^2=0,04 \underset{c>0}{\Leftrightarrow} c=0,2$$

Ответ: **20.**

**Прототип B13 № 99567**

Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Решение:

Стоимость четырех рубашек составляет 92% стоимости куртки. Значит, стоимость одной рубашки составляет 23% стоимости куртки. Поэтому стоимость пяти рубашек составляет 115% стоимости куртки. Это превышает стоимость куртки на 15%.

Ответ: 15.

**Прототип B13 № 99568**

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение: Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%, то есть зарплата мужа составляет 67% дохода семьи. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%, то есть 2/3 стипендии составляют 4% дохода семьи, а вся стипендия дочери составляет 6% дохода семьи. Таким образом, доход жены составляет 100% − 67% − 6% = 27% дохода семьи.

Ответ: 27.

**Прототип B13 № 99569**

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.

Решение:

Пусть цена холодильника ежегодно снижалась на p процентов в год. Тогда за два года она снизилась на $(1-0,01p)^2$, откуда имеем:

$20000(1-0,01p0^2=15842$

$(1-0,01p)^2=0,7921$

$1-0,01p=0,89$ при условии, что $1-0,01p>0$

$P=11$

Ответ: 11.

**Прототип B13 № 99571**

В сосуд, содержащий 5 литров 12–процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Концентрация раствора равна

$$C = \frac{V_{\text{в-ва}}}{V_{\text{р-ра}}} \cdot 100\%$$

Объем вещества в исходном растворе равен 0,12·5=0,6 литра. При добавлении 7 литров воды общий объем раствора увеличится, а объем растворенного вещества останется прежним. Таким образом, концентрация полученного раствора равна:

$$\frac{0,6}{5+7} \cdot 100\% = \frac{0,6}{12} \cdot 100\% = 5\%$$

Ответ: 5.

**Прототип B13 № 99572**

Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Концентрация раствора равна $$C = \frac{V_{\text{в-ва}}}{V_{\text{р-ра}}} \cdot 100\%$$

Пусть объем получившегося раствора 2v литров. Таким образом, концентрация полученного раствора равна:

$$\frac{0,15V + 0,19V}{2V} \cdot 100\% = \frac{0,34}{2} \cdot 100\% = 17\%$$

Ответ: 17.

**Прототип B13 № 99573**

Смешали 4 литра 15–процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25–процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Концентрация раствора равна $$C=\frac{V_{\text{в-ва}}}{V_{\text{р-ра}}}\cdot 100\%$$

Таким образом, концентрация получившегося раствора равна:

$$\frac{0,15\cdot 4+0,25\cdot 6}{4+6}\cdot 100\%=\frac{2,1}{10}\cdot 100\%=21\%$$

Ответ: 21.

**Прототип B13 № 99574**

Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Решение:

Виноград содержит 10% питательного вещества, а изюм — 95%. Поэтому 20 кг изюма содержат

кг $20 \cdot 0,95 = 19$

питательного вещества. Таким образом, для получения 20 килограммов изюма требуется

$$\frac{19}{0,1} = 190$$ кг винограда.

Ответ: 190.

**Прототип B13 № 99575**

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй – 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Решение:

Пусть масса первого сплава $m_1$ кг, а масса второго – $m_2$ кг. Тогда массовое содержание никеля в первом и втором сплавах $0{,}1\, m_1$ и $0{,}3\, m_2$, соответственно. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 200, \\ 0{,}1m_1 + 0{,}3m_2 = 0{,}25 \cdot 200, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 200 - m_1, \\ 0{,}1m_1 + 0{,}3(200 - m_1) = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 200 - m_1, \\ 0{,}2m_1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 50, \\ m_2 = 150. \end{cases}$$

Таким образом, первый сплав легче второго на 100 килограммов.

Ответ: 100.

**Прототип B13 № 99577**

Смешав **30**-процентный и **60**-процентный растворы кислоты и добавив **10** кг чистой воды, получили **36**-процентный раствор кислоты. Если бы вместо **10** кг воды добавили **10** кг **50**-процентного раствора той же кислоты, то получили бы **41**-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов **30**-процентного раствора использовали для получения смеси?

***Решение:*** Пусть масса **30**-процентного раствора кислоты – $m_1$ кг, а масса **60**-процентного – $m_2$. Если смешать **30**-процентный и **60**-процентный растворы кислоты и добавить **10** кг чистой воды, получится **36**-процентный раствор кислоты:

$$0,3m_1 + 0,6m_2 = 0,36(m_1 + m_2 + 10)$$

Если бы вместо **10** кг воды добавили **10** кг **50**-процентного раствора той же кислоты, то получили бы **41**-процентный раствор кислоты:

$$0,3m_1 + 0,6m_2 + 0,5 \cdot 10 = 0,41(m_1 + m_2 + 10)$$

Решим полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,3m_1 + 0,6m_2 = 0,36m_1 + 0,36m_2 + 3,6, \\ 0,3m_1 + 0,6m_2 + 5 = 0,41m_1 + 0,41m_2 + 4,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,24m_2 - 0,06m_1 = 3,6, \\ 0,11m_1 - 0,19m_2 = 0,9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m_2 - m_1 = 60, \\ 11m_1 - 19m_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4m_2 - 60, \\ 11(4m_2 - 60) - 19m_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4m_2 - 60, \\ 25m_2 = 750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 60, \\ m_2 = 30. \end{cases}$$

Ответ: **60.**

**Прототип B13 № 501546**

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 15 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 90 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 54 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть v км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на первой половине пути равна v-15 км/ч. Примем расстояние между пунктами за 2. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем:

$$\frac{2}{v} = \frac{1}{90} + \frac{1}{v-15} \underset{v>54}{\Leftrightarrow} 2\cdot 90(v-15) = v^2 - 15v + 90v \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 - 105v + 2700 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = 60; \\ v = 45 \end{array}\right. \underset{v>54}{\Leftrightarrow} v = 60.$$

Таким образом, скорость первого автомобиля была равна 52 км/ч.

Ответ: 60.

**Прототип B13 № 501213**

Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить 20 задач? Ответ дайте в часах.

Решение:

Обозначим n — число задач, которые решает за час Гоша, тогда Вова за час решает n+2 задач. Вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова, отсюда имеем:

$$\frac{33}{n+2} - 1,25 = \frac{33}{n+n+2} \Leftrightarrow \frac{33(n+2) - 33(2n+2) + 1,25(2n+2)(n+2)}{(2n+2)(n+2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 33n + 66 - 66n - 66 + 2,5n^2 + 7,5n + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 - 51n + 10 = 0 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = \dfrac{51+49}{10} = 10; \\ n = \dfrac{51-49}{10} = 0,2. \end{array}\right.$$

Поскольку за час мальчики решают целое количество задач

Таким образом, Гоша решит 20 задач за

Ответ: 2.

**Прототип B13 № 500253**

Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Решение:

Пусть **x** (км/ч) — собственная скорость катера, **y**(км/ч) — скорость течения реки весной. Тогда летом она составит **y-1**(км/ч); **x>y>1.** Составим таблицу по данным задачи:

| | **весна** | **лето** |
|---|---|---|
| По течению | x+y | x+y-1 |
| Против течения | x-y | x-y+1 |

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{5}{3}, \\ \dfrac{x+y-1}{x-y+1}=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)=5(x-y), \\ 2(x+y-1)=3(x-y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4y, \\ x-5y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20, \\ y=5. \end{cases}$$

Таким образом, скорость течения весной равна 5 км/ч.

Ответ: 5.

(N/8)

**Прототип B13 № 99621**

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов текста, а Ваня – на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение:

Обозначим *N* — число вопросов теста. Тогда время, необходимое Пете, равно N/8 мин., а время, необходимое Ване, равно N/9 мин. Петя закончил отвечать на тест через 1/3 часа после Вани. Поэтому:

$$\frac{N}{8}-\frac{N}{9}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{N}{72}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow N=\frac{72}{3}\Leftrightarrow N=24.$$

Ответ: 24.

**Прототип B13 № 99617**

Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Решение:

Обозначим выполняемую девочками работу по прополке грядки за 1. Пусть Даша пропалывает грядку за 1/v минут. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут. Таким образом,

$$\frac{1}{v+{}^{1}\!/_{20}} = 12 \Leftrightarrow \frac{20}{20v+1} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{30}$$

Тем самым, Даша за минуту пропалывает 1/30 грядки, значит, одна Даша прополет грядку за 30 минут.

Ответ: 30.

**Прототип B13 № 99615**

Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Решение:

Обозначим объем бака за 1. Тогда три насоса, работая вместе, заполнят бак за

$1:(1/20+1/30+1/60)=60:(3+2+1)=10$ минут.

Ответ: 10.

**Другое решение.**

За один час первый насос наполнит 3 бака, второй — 2 бака, а третий — 1 бак. Работая вместе, за один час они 6 баков. Значит, один бак насосы наполнят в шесть раз быстрее, т. е. за 10 минут.

**Прототип B13 № 99613**
Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение:

Рабочий выполняет 1/15 часть заказа в час, поэтому за 3 часа он выполнит 1/5 часть заказа. После этого к нему присоединяется второй рабочий, и, работая вместе, два рабочих должны выполнить 4/5 заказа. Чтобы определить время совместной работы, разделим этот объём работы на совместную производительность:

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{15}+\frac{1}{15}} = \frac{4}{5}\cdot\frac{15}{2} = 6$$

часов.

Тем самым, на выполнение всего заказа потребуется 6 + 3 = 9 часов.
Ответ: 9.

**Прототип B13 № 99612**

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Решение:

Относительная скорость поездов равна 65+35 км/ч=100км/ч=1000/36м/с

За 36 секунд один поезд проходит мимо другого, то есть вместе поезда преодолевают расстояние, равное сумме их длин:

1000/36 ·36=1000м

поэтому длина скорого поезда 1000-700=300м.

Ответ: 300.

**Прототип B13 № 99610**

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй – длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение:

пока сухогрузы перейдут из первого положения во второе, второй сухогруз переместился относительно первого на

**120+400+80+600=1200**м.

Пусть **u** – разность скоростей сухогрузов,

тогда $u=1200/12=100$ м/мин $=6$ км/ч

Ответ: 6.

**Прототип B13 № 99608**

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

Скорость поезда равна 80км/ч=800/36м/с. За 36 секунд поезд проходит мимо придорожного столба – проходит расстояние равное своей длине:

$800/36 \cdot 36=800$м

Ответ: 800.

**Прототип B13 № 99606**

Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем два часа – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Средняя скорость равна:

$$\frac{2 \cdot 50 + 1 \cdot 100 + 2 \cdot 75}{2 + 2 + 1} = 70$$ км/ч.

Ответ: 70.

**Прототип B13 № 99604**

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Пусть 2S км — весь путь путешественника, тогда средняя скорость равна:

$$\frac{2S}{\frac{S}{20}+\frac{S}{480}}=\frac{2\cdot 480}{25}=38,4$$ км/ч.

Ответ: 38,4.

**Прототип B13 № 99600**

Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

Решение:

Скорость движения минутной стрелки 12 делений/час (под одним делением здесь подразумевается расстояние между соседними цифрами на циферблате часов), а часовой – 1 деление/час. До четвертой встречи минутной и часовой стрелок минутная должна сначала 3 раза «обогнать» часовую, то есть пройти 3 круга по 12 делений. Пусть после этого до четвертой встречи часовая стрелка пройдет $L$ делений. Тогда общий путь минутной стрелки складывается из найденных 36 делений, ещё 8 изначально разделяющих их делений (поскольку часы показывают 8 часов) и последних $L$ делений. Приравняем время движения для часовой и минутной стрелок:

$$L/1=(L+8+36):12;$$

$$12L=L+44;$$

$$L=4.$$

Часовая стрелка пройдет 4 деления, что соответствует 4 часам, то есть 240 минутам.

Ответ: 240.

v

**Прототип B13 № 99598**

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть скорость второго автомобиля равна V км/ч. За 2/3 часа первый автомобиль прошел на 14 км больше, чем второй, отсюда имеем

$$80 \cdot \frac{2}{3} = v \cdot \frac{2}{3} + 14 \Leftrightarrow 2v = 80 \cdot 2 - 14 \cdot 3 \Leftrightarrow v = 59$$

Ответ: 59.

**Прототип B13 № 99587**
Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение:

Каждый год прибыль компании «Альфа» составляла 200% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 300% от капитала предыдущего года. В конце 2006 года на счёте компании «Альфа» была сумма

$$5000 \cdot 3^{2006-2001} = 5000 \cdot 3^5 = 5000 \cdot 243 = 1215000$$

Каждый год прибыль компании «Бета» составила 400% от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял 500% от капитала предыдущего года. В конце 2006 года на счёте компании «Бета» была сумма

$$10000 \cdot 5^{2006-2003} = 10000 \cdot 5^3 = 10000 \cdot 125 = 1250000$$

Таким образом, капитал компании «Бета» был на 35 000 долларов больше.
Ответ: 35 000.

**Прототип B13 № 99584**

Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Решение:

Пусть улитка проползла в первый день $a_1$ метров, во второй – $a_2$, … , в последний – $a_n$ метров. Тогда $a_1 + a_n = 10$ м, а за n дней проползла $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = 5n$ метров. Поскольку всего она проползла 150 метров, имеем: $5n = 150 \Leftrightarrow n = 30$.

Таким образом, улитка потратила на весь путь 30 дней.

Ответ: 30.