

Подготовка к ЕГЭ-2014 по математике



*Решение прототипов В13
из открытого банка заданий ЕГЭ*

*Автор презентации Князькина Т. В.
МБОУ «СОШ № 143»*

Прототип **B13 № 26578**

Из пункта **A** в пункт **B** одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью **24** км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на **16** км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт **B** одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть v км/ч — скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на второй половине пути равна $v+16$ км/ч. Примем расстояние между пунктами за **1**. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем:

$$\frac{1}{v} = \frac{0,5}{24} + \frac{0,5}{v+16} \Leftrightarrow 48(v+16) = v(v+16) + 24v \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 - 8v - 768 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 32, \\ v = -24 \end{cases} \Leftrightarrow v = 32.$$

Таким образом, скорость первого автомобиля была равна **32** км/ч.

Ответ: **32**.

Прототип В13 № 26581

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города **A** в город **B**, расстояние между которыми равно **70** км. На следующий день он отправился обратно в **A** со скоростью на **3** км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на **3** часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из **A** в **B**. Найдите скорость велосипедиста на пути из **B** в **A**. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть **v** км/ч – скорость велосипедиста на пути из **B** в **A**, тогда скорость велосипедиста на пути из **A** в **B** равна **v-3** км/ч. Сделав на обратном пути остановку на **3** часа, велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из **A** в **B**, отсюда имеем:

$$\frac{70}{v} + 3 = \frac{70}{v-3} \Leftrightarrow \frac{70+3v}{v} = \frac{70}{v-3} \Leftrightarrow 70v = 70v - 210 + 3v^2 - 9v \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 - 3v - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 10; \\ v = -7, v > 3 \end{cases} \Leftrightarrow v = 10.$$

Таким образом, скорость велосипедиста была равна **10** км/ч.

Ответ: 10.

Прототип В13 № 26584

Два велосипедиста одновременно отправились в **88**–километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на **3** км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на **3** часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть **v** км/ч – скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым, тогда скорость первого велосипедиста – **$v+3$** км/ч. Первый велосипедист прибыл к финишу на **3** часа раньше второго, отсюда имеем:

$$\frac{88}{v} = \frac{88}{v+3} + 3 \Leftrightarrow \frac{88}{v} = \frac{88 + 3v + 9}{v+3} \Leftrightarrow 88v + 3 \cdot 88 = 88v + 3v^2 + 9v \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 + 3v - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 8; \\ v = -11 \end{cases} \Leftrightarrow v = 8.$$

Таким образом, скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым, равна **8** км/ч.

Ответ: 8.

Прототип В13 № 26587

Моторная лодка в **10:00** вышла из пункта **А** в пункт **В**, расположенный в **30** км от **А**. Пробыв в пункте **В** **2** часа **30** минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт **А** в **18:00**. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки **1** км/ч.

Решение:

Пусть **u** км/ч — собственная скорость моторной лодки, тогда скорость лодки по течению равна **$u+1$** км/ч, а скорость лодки против течения равна **$u-1$** км/ч.

На весь путь лодка затратила **$8-2,5=5,5$** (часов), отсюда имеем:

$$\frac{30}{u-1} + \frac{30}{u+1} = 5,5 \Leftrightarrow \frac{60u}{u^2-1} = 5,5 \Leftrightarrow 11u^2 - 120u - 11 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{120 + \sqrt{120^2 + 4 \cdot 11^2}}{22} = 11; \\ u = \frac{120 - \sqrt{120^2 + 4 \cdot 11^2}}{22} \end{cases} \Leftrightarrow u = 11.$$

Таким образом собственная скорость лодки равна **11** км/ч.

Ответ: **11**.

Прототип **B13** № **26592**

Заказ на **110** деталей первый рабочий выполняет на **1** час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на **1** деталь больше?

Решение:

Обозначим **n** — число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий. Тогда первый рабочий за час изготавливает **n+1** деталь. На изготовление **110** деталей первый рабочий тратит на **1** час меньше, чем второй рабочий, отсюда имеем:

$$\frac{110}{n+1} + 1 = \frac{110}{n} \Leftrightarrow \frac{110+n+1}{n+1} = \frac{110}{n} \Leftrightarrow 110n+110 = n^2+111n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2+n-110=0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=10; \\ n=-11 \end{cases} \Leftrightarrow n=10.$$

Ответ: **10**.

Прототип **B13** № **26594**

На изготовление **475** деталей первый рабочий тратит на **6** часов меньше, чем второй рабочий на изготовление **550** таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на **3** детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Решение:

Обозначим **n** – число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий, тогда второй рабочий за час изготавливает **n-3** деталей, **n > 3**. На изготовление **475** деталей первый рабочий тратит на **6** часов меньше, чем второй рабочий на изготовление **550** таких же деталей, отсюда имеем:

$$\frac{475}{n} + 6 = \frac{550}{n-3} \Leftrightarrow \frac{475+6n}{n} = \frac{550}{n-3} \Leftrightarrow 475n - 3 \cdot 475 + 6n^2 - 18n = 550n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6n^2 - 93n - 3 \cdot 475 = 0 \Leftrightarrow 2n^2 - 31n - 475 = 0 \Leftrightarrow$$

$$n = \frac{31 + \sqrt{31^2 + 4 \cdot 2 \cdot 475}}{4} = 25;$$

$$n = \frac{31 - \sqrt{31^2 + 4 \cdot 2 \cdot 475}}{4} = -9.5$$

Таким образом, первый рабочий делает **25** деталей в час. Ответ: **25**.

Прототип **B13 № 99565**

В **2008** году в городском квартале проживало **40000** человек. В **2009** году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на **8%**, а в **2010** году на **9%** по сравнению с **2009** годом. Сколько человек стало проживать в квартале в **2010** году?

Решение:

В **2009** году число жителей стало **$40000 + 0,08 \cdot 40000 = 43200$** человек, а в **2010** году число жителей стало **$43200 + 0,09 \cdot 43200 = 47088$** человек.

Ответ: **47088.**

Прототип **B13** № **99566**

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на **4%** дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение:

Обозначим первоначальную стоимость акций за **1**. Пусть в понедельник акции компании подорожали на **c 100%**, и их стоимость стала составлять **$1+c$ 1**. Во вторник акции подешевели на **c 100%**, и их стоимость стала составлять **$1+c-c(1+c)$** . В результате они стали стоить на **4%** дешевле, чем при открытии торгов в понедельник, то есть **0,96**. Таким образом,

$$1 + c - c(1 + c) = 0,96 \Leftrightarrow 1 - c^2 = 0,96 \Leftrightarrow c^2 = 0,04 \Leftrightarrow c = 0,2$$

$c > 0$

Ответ: **20**.

Прототип **V13** № **99567**

Четыре рубашки дешевле куртки на **8%**. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Решение:

Стоимость четырех рубашек составляет **92%** стоимости куртки. Значит, стоимость одной рубашки составляет **23%** стоимости куртки. Поэтому стоимость пяти рубашек составляет **115%** стоимости куртки. Это превышает стоимость куртки на **15%**.

Ответ: 15.

Прототип **V13** № **99568**

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на **67%**. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на **4%**. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение: Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на **67%**, то есть зарплата мужа составляет **67%** дохода семьи. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на **4%**, то есть **2/3** стипендии составляют **4%** дохода семьи, а вся стипендия дочери составляет **6%** дохода семьи. Таким образом, доход жены составляет **100% – 67% – 6% = 27%** дохода семьи.

Ответ: 27.

Прототип **B13** № **99569**

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за **20 000** рублей, через два года был продан за **15 842** рублей.

Решение:

Пусть цена холодильника ежегодно снижалась на **p** процентов в год. Тогда за два года она снизилась на $(1-0,01p)^2$, откуда имеем:

$$20000(1-0,01p)^2=15842$$

$$(1-0,01p)^2=0,7921$$

$$1-0,01p=0,89 \quad \text{при условии, что } 1-0,01p>0$$

$$P=11$$

Ответ: **11.**

Прототип В13 № 99571

В сосуд, содержащий **5** литров **12**-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили **7** литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Концентрация раствора равна

$$C = \frac{V_{\text{в-ва}}}{V_{\text{р-ра}}} \cdot 100\%$$

Объем вещества в исходном растворе равен **0,12 · 5 = 0,6** литра. При добавлении **7** литров воды общий объем раствора увеличится, а объем растворенного вещества останется прежним. Таким образом, концентрация полученного раствора равна:

$$\frac{0,6}{5 + 7} \cdot 100\% = \frac{0,6}{12} \cdot 100\% = 5\%$$

Ответ: 5.

Прототип **B13** № **99572**

Смешали некоторое количество **15**-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством **19**-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Концентрация раствора равна

$$C = \frac{V_{\text{в-ва}}}{V_{\text{р-ра}}} \cdot 100\%$$

Пусть объем получившегося раствора **2v** литров. Таким образом, концентрация полученного раствора равна:

$$\frac{0,15V + 0,19V}{2V} \cdot 100\% = \frac{0,34}{2} \cdot 100\% = 17\%$$

Ответ: **17**.

Прототип В13 № 99573

Смешали **4** литра **15**-процентного водного раствора некоторого вещества с **6** литрами **25**-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Концентрация раствора равна

$$C = \frac{V_{\text{в-ва}}}{V_{\text{р-ра}}} \cdot 100\%$$

Таким образом, концентрация получившегося раствора равна:

$$\frac{0,15 \cdot 4 + 0,25 \cdot 6}{4 + 6} \cdot 100\% = \frac{2,1}{10} \cdot 100\% = 21\%$$

Ответ: 21.

Прототип **B13 № 99574**

Виноград содержит **90%** влаги, а изюм — **5%**. Сколько килограммов винограда требуется для получения **20** килограммов изюма?

Решение:

Виноград содержит **10%** питательного вещества, а изюм — **95%**. Поэтому **20** кг изюма содержат

$$\text{кг} \quad 20 \cdot 0,95 = 19$$

питательного вещества. Таким образом, для получения **20** килограммов изюма требуется

$$\frac{19}{0,1} = 190 \quad \text{кг винограда.}$$

Ответ: **190.**

Прототип В13 № 99575

Имеется два сплава. Первый сплав содержит **10%** никеля, второй – **30%** никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой **200** кг, содержащий **25%** никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Решение:

Пусть масса первого сплава **m_1** кг, а масса второго – **m_2** кг. Тогда массовое содержание никеля в первом и втором сплавах **$0,1 m_1$** и **$0,3 m_2$** , соответственно. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой **200** кг, содержащий **25%** никеля. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 200, \\ 0,1m_1 + 0,3m_2 = 0,25 \cdot 200, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 200 - m_1, \\ 0,1m_1 + 0,3(200 - m_1) = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 200 - m_1, \\ 0,2m_1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 50, \\ m_2 = 150. \end{cases}$$

Таким образом, первый сплав легче второго на **100** килограммов.

Ответ: **100**.

Прототип **B13 № 99577**

Смешав **30**-процентный и **60**-процентный растворы кислоты и добавив **10** кг чистой воды, получили **36**-процентный раствор кислоты. Если бы вместо **10** кг воды добавили **10** кг **50**-процентного раствора той же кислоты, то получили бы **41**-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов **30**-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение: Пусть масса **30**-процентного раствора кислоты – m_1 кг, а масса **60**-процентного – m_2 . Если смешать **30**-процентный и **60**-процентный растворы кислоты и добавить **10** кг чистой воды, получится **36**-процентный раствор кислоты:

$$0,3m_1 + 0,6m_2 = 0,36(m_1 + m_2 + 10)$$

Если бы вместо **10** кг воды добавили **10** кг **50**-процентного раствора той же кислоты, то получили бы **41**-процентный раствор кислоты:

$$0,3m_1 + 0,6m_2 + 0,5 \cdot 10 = 0,41(m_1 + m_2 + 10)$$

Решим полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,3m_1 + 0,6m_2 = 0,36m_1 + 0,36m_2 + 3,6, \\ 0,3m_1 + 0,6m_2 + 5 = 0,41m_1 + 0,41m_2 + 4,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,24m_2 - 0,06m_1 = 3,6, \\ 0,11m_1 - 0,19m_2 = 0,9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m_2 - m_1 = 60, \\ 11m_1 - 19m_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4m_2 - 60, \\ 11(4m_2 - 60) - 19m_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4m_2 - 60, \\ 25m_2 = 750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 60, \\ m_2 = 30. \end{cases}$$

Ответ: **60.**

Прототип В13 № 501546

Из пункта **A** в пункт **B** одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на **15** км/ч, а вторую половину пути – со скоростью **90** км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше **54** км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть **v** км/ч – скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на первой половине пути равна **v-15** км/ч. Примем расстояние между пунктами за **2**. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем:

$$\frac{2}{v} = \frac{1}{90} + \frac{1}{v-15} \quad v > 54 \Leftrightarrow 2 \cdot 90(v-15) = v^2 - 15v + 90v \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow v^2 - 105v + 2700 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 60; \\ v = 45 \end{cases} \quad v > 54 \Leftrightarrow v = 60.$$

Таким образом, скорость первого автомобиля была равна **52** км/ч.

Ответ: 60.

Прототип В13 № 501213

Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат **33** задачи на **1 час 15 минут** быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить **20** задач? Ответ дайте в часах.

Решение:

Обозначим n — число задач, которые решает за час Гоша, тогда Вова за час решает $n+2$ задач. Вместе они решат **33** задачи на **1 час 15 минут** быстрее, чем это сделал бы один Вова, отсюда имеем:

$$\frac{33}{n+2} - 1,25 = \frac{33}{n+n+2} \Leftrightarrow \frac{33(n+2) - 33(2n+2) + 1,25(2n+2)(n+2)}{(2n+2)(n+2)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 33n + 66 - 66n - 66 + 2,5n^2 + 7,5n + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 - 51n + 10 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left[n = \frac{51 + 49}{10} = 10; \right.$$

Поскольку за час мальчики решают целое количество задач
Таким образом, Гоша решит **20** задач за

Ответ: **2.**

Прототип **B13** № **500253**

Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на **1** км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Решение:

Пусть **x** (км/ч) — собственная скорость катера, **y** (км/ч) — скорость течения реки весной. Тогда летом она составит **$y-1$** (км/ч); **$x > y > 1$** . Составим таблицу по данным задачи:

	весна	лето
По течению	$x+y$	$x+y-1$
Против течения	$x-y$	$x-y+1$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{3}, \\ \frac{x+y-1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y) = 5(x-y), \\ 2(x+y-1) = 3(x-y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y, \\ x - 5y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 5. \end{cases}$$

Таким образом, скорость течения весной равна **5** км/ч.

Ответ: 5.

Прототип В13 № 99621

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на **8** вопросов текста, а Ваня – на **9**. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на **20** минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение:

Обозначим **N** — число вопросов теста. Тогда время, необходимое Пете, равно **$N/8$** мин., а время, необходимое Ване, равно **$N/9$** мин. Петя закончил отвечать на тест через **$1/3$** часа после Вани. Поэтому:

$$\frac{N}{8} - \frac{N}{9} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{N}{72} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow N = \frac{72}{3} \Leftrightarrow N = 24.$$

Ответ: 24.

Прототип **B13** № **99617**

Даша и Маша пропалывают грядку за **12** минут, а одна Маша — за **20** минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Решение:

Обозначим выполняемую девочками работу по прополке грядки за **1**. Пусть Даша пропалывает грядку за $\frac{1}{v}$ минут. Даша и Маша пропалывают грядку за **12** минут. Таким образом,

$$\frac{1}{v + \frac{1}{20}} = 12 \Leftrightarrow \frac{20}{20v + 1} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{30}$$

Тем самым, Даша за минуту пропалывает **1/30** грядки, значит, одна Даша прополет грядку за **30** минут.

Ответ: 30.

Прототип **В13** № **99615**

Первый насос наполняет бак за **20** минут, второй — за **30** минут, а третий — за **1** час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Решение:

Обозначим объем бака за **1**. Тогда три насоса, работая вместе, заполнят бак за

$$1:(1/20+1/30+1/60)=60:(3+2+1)=10 \text{ минут.}$$

Ответ: **10**.

Другое решение.

За один час первый насос наполнит **3** бака, второй — **2** бака, а третий — **1** бак. Работая вместе, за один час они **6** баков. Значит, один бак насосы наполнят в шесть раз быстрее, т. е. за **10** минут.

Прототип **B13 № 99613**

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за **15** часов. Через **3** часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение:

Рабочий выполняет **$\frac{1}{15}$** часть заказа в час, поэтому за **3** часа он выполнит **$\frac{1}{5}$** часть заказа. После этого к нему присоединяется второй рабочий, и, работая вместе, два рабочих должны выполнить **$\frac{4}{5}$** заказа. Чтобы определить время совместной работы, разделим этот объём работы на совместную производительность:

$$\frac{\frac{4}{5} \text{ часов.}}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2} = 6$$

Тем самым, на выполнение всего заказа потребуется **$6 + 3 = 9$** часов.

Ответ: **9**.

Прототип **V13 № 99612**

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно **65** км/ч и **35** км/ч. Длина пассажирского поезда равна **700** метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно **36** секундам. Ответ дайте в метрах.

Решение:

Относительная скорость поездов равна **65+35**

км/ч=**100**км/ч=**1000/36**м/с

За **36** секунд один поезд проходит мимо другого, то есть вместе поезда преодолевают расстояние, равное сумме их длин:

1000/36 · 36=1000м

поэтому длина скорого поезда **1000-700=300**м.

Ответ: **300**.

Прототип **B13 № 99610**

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной **120** метров, второй – длиной **80** метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет **400** метров. Через **12** минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно **600** метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение:

пока сухогрузы перейдут из первого положения во второе, второй сухогруз переместился относительно первого на

$$\mathbf{120+400+80+600=1200\text{ м.}}$$

Пусть **u** – разность скоростей сухогрузов,
тогда $\mathbf{u=1200/12=100\text{ м/мин}=6\text{ км/ч}}$

Ответ: **6.**

Прототип **V13 № 99608**

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью **80** км/ч, проезжает мимо придорожного столба за **36** секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

Скорость поезда равна **80 км/ч = 800/36 м/с**. За **36** секунд поезд проходит мимо придорожного столба – проходит расстояние равное своей длине:

$$\mathbf{800/36 \cdot 36 = 800 \text{ м}}$$

Ответ: **800.**

Прототип **V13 № 99606**

Первые два часа автомобиль ехал со скоростью **50** км/ч, следующий час – со скоростью **100** км/ч, а затем два часа – со скоростью **75** км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Средняя скорость равна:

$$\frac{2 \cdot 50 + 1 \cdot 100 + 2 \cdot 75}{2 + 2 + 1} = 70 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 70.

Прототип **V13** № **99604**

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью **20** км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью **480** км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Пусть **2S** км — весь путь путешественника, тогда средняя скорость равна:

$$\frac{2S}{\frac{S}{20} + \frac{S}{480}} = \frac{2 \cdot 480}{25} = 38,4$$

Ответ: **38,4**.

Прототип **B13** № **99600**

Часы со стрелками показывают **8** часов **00** минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

Решение:

Скорость движения минутной стрелки **12** делений/час (под одним делением здесь подразумевается расстояние между соседними цифрами на циферблате часов), а часовой – **1** деление/час. До четвертой встречи минутной и часовой стрелок минутная должна сначала **3** раза «обогнать» часовую, то есть пройти **3** круга по **12** делений. Пусть после этого до четвертой встречи часовая стрелка пройдет **L** делений. Тогда общий путь минутной стрелки складывается из найденных **36** делений, ещё **8** изначально разделяющих их делений (поскольку часы показывают **8** часов) и последних **L** делений. Приравняем время движения для часовой и минутной стрелок:

$$L/1 = (L + 8 + 36) : 12;$$

$$12L = L + 44;$$

$$L = 4.$$

Часовая стрелка пройдет **4** деления, что соответствует **4** часам, то есть **240** минутам.

Ответ: **240.**

Прототип В13 № 99598

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна **14** км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80** км/ч, и через **40** минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть скорость второго автомобиля равна **v** км/ч. За **$\frac{2}{3}$** часа первый автомобиль прошел на **14** км больше, чем второй, отсюда имеем

$$80 \cdot \frac{2}{3} = v \cdot \frac{2}{3} + 14 \Leftrightarrow 2v = 80 \cdot 2 - 14 \cdot 3 \Leftrightarrow v = 59$$

Ответ: 59.

Прототип В13 № 99587

Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в **2001** году, имея капитал в размере **5000** долларов. Каждый год, начиная с **2002** года, она получала прибыль, которая составляла **200%** от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в **2003** году, имея капитал в размере **10000** долларов, и, начиная с **2004** года, ежегодно получала прибыль, составляющую **400%** от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу **2006** года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение:

Каждый год прибыль компании «Альфа» составляла **200%** от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял **300%** от капитала предыдущего года. В конце **2006** года на счёте компании «Альфа» была сумма

$$5000 \cdot 3^{2006-2001} = 5000 \cdot 3^5 = 5000 \cdot 243 = 1215000$$

Каждый год прибыль компании «Бета» составила **400%** от капитала предыдущего года, значит, капитал каждый год составлял **500%** от капитала предыдущего года. В конце **2006** года на счёте компании «Бета» была сумма

$$10000 \cdot 5^{2006-2003} = 10000 \cdot 5^3 = 10000 \cdot 125 = 1250000$$

Таким образом, капитал компании «Бета» был на **35 000** долларов больше.

Ответ: **35 000.**

Прототип **B13** № **99584**

Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности **10** метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно **150** метрам.

Решение:

Пусть улитка проползла в первый день a_1 метров, во второй – a_2 , ..., в последний – a_n метров. Тогда $a_1 + a_n = 10$ м, а за n дней проползла $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 5n$ метров. Поскольку $S_n = 150$ метров, имеем:

Таким образом, улитка потратила на весь путь **30** дней.

$$5n = 150 \Leftrightarrow n = 30$$

Ответ: **30**.