Формулы двойного аргумента

$$sin(x+y) = sin\,x \cdot cos\,y + cos\,x \cdot sin\,y$$

$$sin(x-y) = sin\,x \cdot cos\,y - cos\,x \cdot sin\,y$$

$$cos(x+y) = cos\,x \cdot cos\,y - sin\,x \cdot sin\,y$$

$$cos(x-y) = cos\,x \cdot cos\,y + sin\,x \cdot sin\,y$$

$$tg(x+y) = \frac{tg\,x + tg\,y}{1 - tg\,x \cdot tg\,y}$$ $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z,$ $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$$tg(x-y) = \frac{tg\,x - tg\,y}{1 + tg\,x \cdot tg\,y}$$ $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z,$ $x - y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$$\sin 2x = \sin(x + x) = \sin x \cdot \cos x + \cos x \cdot \sin x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos(x + x) = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$tg\, 2x = tg(x + x) = \frac{tg\, x + tg\, x}{1 - tg\, x \cdot tg\, x} = \frac{2tg\, x}{1 - tg^2 x}$$

$$tg\, 2x = \frac{2tg\, x}{1 - tg^2 x}$$

$$tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$$ при $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$$

$$\begin{cases} tg^2x \neq 1 \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq \pm\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \end{cases}$$

Пример:

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

- Преобразовать выражения: $sin\,12x$, $sin\,x$, $cos\,4x$.

Решение:

$$sin\,12x = sin(2 \cdot 6x) = 2\,sin\,6x \cdot cos\,6x$$

$$sin\,x = sin\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right) = 2\,sin\frac{x}{2} \cdot cos\frac{x}{2}$$

$$cos\,4x = cos(2 \cdot 2x) = cos^2 2x - sin^2 2x$$

Пример:

$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$$

- Упростить выражение

$$\frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t\,.$$

Решение:

$$\frac{2\sin t \cdot \cos t}{\cos t} - \sin t = 2\sin t - \sin t = \sin t$$

Ответ: $\sin t$.

Пример:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

- Упростить выражение

$$\frac{\cos 36° + \sin^2 18°}{\cos 18°}.$$

Решение:

$$\cos 36° = \cos(2 \cdot 18°) = \cos^2 18° - \sin^2 18°$$

$$\frac{\cos 36° + \sin^2 18°}{\cos 18°} = \frac{\cos^2 18° - \sin^2 18° + \sin^2 18°}{\cos 18°} = \cos 18°$$

Ответ: $\cos 18°$.

Пример:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$\sin(90° + \alpha) = \cos\alpha$$
$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$$

- Вычислить $(\cos 75° - \sin 75°)^2$.

Решение:

$$(\cos 75° - \sin 75°)^2 = \cos^2 75° - 2\cos 75° \cdot \sin 75° + \sin^2 75° =$$

$$= 1 - \sin 150°$$

$$\sin 150° = \sin(90° + 60°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$(\cos 75° - \sin 75°)^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Пример:

$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$$

- Вычислить

$$\sin\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}.$$

Решение:

$$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sin\frac{\pi}{8}\cdot\cos\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{2}+1}{4}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$.

Пример:

$$sin^2x + cos^2x = 1$$

$$cos\,2x = cos^2x - sin^2x$$

- Доказать тождество

$$sin^2 2t = \frac{1 - cos\,4t}{2}.$$

Доказательство:

$$\frac{1 - cos\,4t}{2} = \frac{sin^2 2t + cos^2 2t - (cos^2 2t - sin^2 2t)}{2} =$$

$$= \frac{2sin^2 2t}{2} = sin^2 2t$$

Пример:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$
$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

- Доказать тождество

$$2\sin^2 2t = 1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4t\right).$$

Доказательство:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4t\right) = \sin\frac{3\pi}{2} \cdot \cos 4t - \cos\frac{3\pi}{2} \cdot \sin 4t = -\cos 4t$$

$$1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4t\right) = \sin^2 2t + \cos^2 2t - (\cos^2 2t - \sin^2 2t) = 2\sin^2 2t$$

Пример:

- Решить уравнение

$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$

$\sin 2x + \cos x = 0.$

Решение:

$2\sin x \cdot \cos x + \cos x = 0$

$\cos x\,(2\sin x + 1) = 0$

$\cos x = 0$ или $2\sin x + 1 = 0$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $\quad$ $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z, (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z.$

Пример:

$$cos\, 2x = cos^2x - sin^2x$$

- Найти корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0, 2\pi]$

$cos\, 2x + 3\, sin\, x = 1$.

Решение:

$cos\, 2x + 3\, sin\, x = cos^2x - sin^2x + 3\, sin\, x =$

$= 1 - sin^2x - sin^2x + 3\, sin\, x = 1 - 2sin^2x + 3\, sin\, x$

$1 - 2sin^2x + 3\, sin\, x = 1$

$sin\, x(-2\, sin\, x + 3) = 0$

$sin\, x = 0$ или $-2\, sin\, x + 3 = 0$

$x = \pi k, k \in Z$

Ответ: $\pi k, k \in Z$.