Сейсморазведка

Осенний семестр 2016 – 2017 учебного года

Лекции - **57** часа

Лабораторные работы – **57** часов

Самостоятельная работа – **117**

Итоговый контроль – ***экзамен***.

Лекции по курсу, лабораторные работы и консультации будет проводить

доц. Резяпов Гумер Ибрагимович

Лекция 1. Разложение сейсмических колебаний

1.1. Принцип суперпозиции в сейсморазведке. Линейные системы.

Принцип суперпозиции - один из наиболее общих принципов описания многих физических явлений, в том числе и волновых. Формулировка его следующая:

если составляющие сложного процесса взаимно не влияют друг на друга, то результирующее их действие будет равно сумме действий, вызванных каждой из составляющих этого процесса порознь.

Строго принцип суперпозиции применим только к так называемым ***линейным системам***. Системы, поведение которых описывается линейными зависимостями, т. е. функциональными связями между переменными в первой степени, называются ***линейными системами***. Примером линейной системы может служить устройство, в котором амплитуда выходного сигнала $A_{вых}(t)$ пропорциональна амплитуде входного сигнала $A_{вх}(t)$:

$$A_{вых}(t) = q\, A_{вх}(t)$$

где q - коэффициент пропорциональности.

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j)F(k_{j,}t)}$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Сложный входной сигнал раскладывают на сумму гармонических волн (синусоид или косинусоид) или единичных функций, единичных импульсов, либо на другие простые функции.

Представление сложных сигналов в виде суммы гармонических колебаний с различными амплитудами, фазами и частотами называется ***разложением (преобразованием) Фурье.***

Разложение сложного колебания на единичные функции или единичные импульсы называется ***разложением Дюамеля***.

1.2. Разложение периодических колебаний в частотной области (ряд Фурье).

Амплитудный и фазовый частотные спектры периодического колебания

Периодическим называется колебание, которое описывается функцией, удовлетворяющей условию:

$$F(t) = F(t \pm nT),$$

где T - период; $n = 1, 2, 3, \ldots, \infty$.

Таким образом, периодическое колебание имеет бесконечную длительность.

Простейшими периодическими колебаниями являются гармонические колебания

$$F(t) = a \sin (2\pi ft - \varphi_1) = a \cos (2\pi ft - \varphi_2),$$

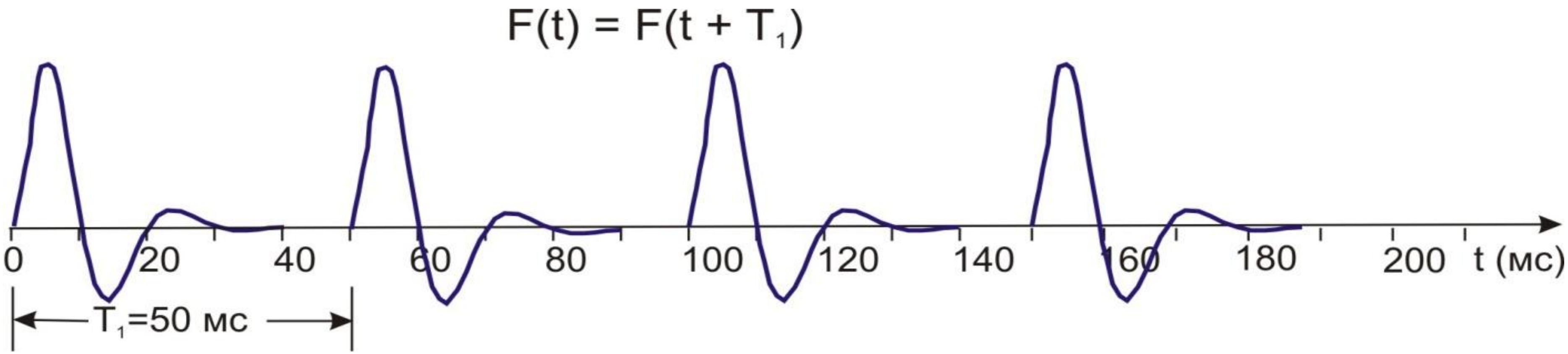
Где: a - амплитуда;

$f=1/T$ - циклическая частота;

$\varphi_{1, 2}$ - начальная фаза;

$\omega = 2\pi f$ - круговая частота.

Периодическое колебание может быть любой (не гармонической) формы, пример такого сигнала приводится на рисунке



Ряд Фурье.

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j) F(k_{j,} t)}$$

где $\boldsymbol{A(k_j)}$ - комплексная амплитуда, $\boldsymbol{k_j}$ некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

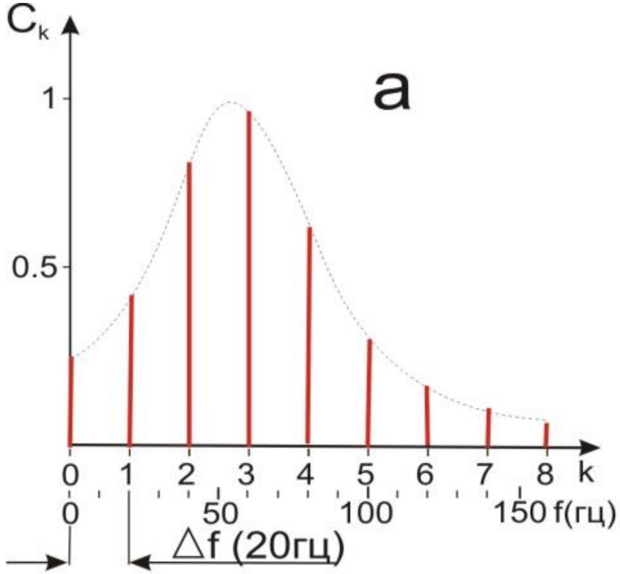
$$\boldsymbol{F(t) = \sum_j A(k_j)F(k_{j,}t)}$$

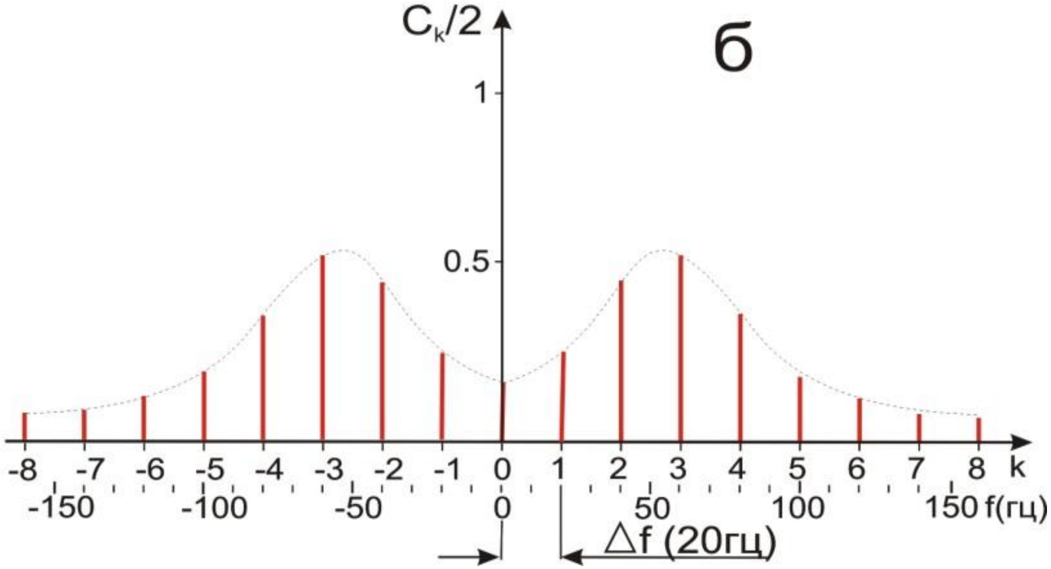
где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Амплитудный и фазовый частотные спектры

Физическое истолкование разложения периодического колебания ***F(t)*** в ряд Фурье следующее - любое периодическое колебание) ***F(t)*** можно представить бесконечной суммой косинусоид с амплитудами c_k, частотами $f_k = kf_1$ и начальными фазами φ_k. Совокупность амплитуд как функция частоты f_k называется ***амплитудным частотным спектром периодического колебания F(t)***. Амплитудный частотный спектр периодического колебания графически изображают как функциональный ряд в виде совокупностей вертикальных отрезков (линий), длина которых выражает амплитуду косинусоид соответствующей частоты (рисунок – ***а***).





Таким образом, амплитудный частотный спектр периодического колебания - ***линейчатый*** или ***дискретный***.

Спектральные линии отстоят на одинаковых интервалах друг от друга, равных $\boldsymbol{f = 1/T}$. Спектр - бесконечный, т. е. число спектральных линий бесконечное. Однако в большинстве практических задач амплитуды спектральных линий, начиная с некоторого номера $\boldsymbol{k}$, становятся настолько малыми, что не оказывают существенного влияния на формирование исходного колебания, и поэтому ими можно пренебречь.

Таким образом, мы пришли к понятию ***ограниченного частотного спектра***, у которого составляющие ограничены по частоте снизу $\boldsymbol{f_{н\ гр}}$ и сверху $\boldsymbol{f_{в\ гр}}$.

Аналогично можно ввести понятия и о фазовом частотном спектре, рассматривая его как совокупность значений фаз $\boldsymbol{\varphi_k}$ для различных частот $\boldsymbol{f_k}$.

Ряд Фурье в комплексной форме

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$F(t) = \sum_{j} A(k_j) F(k_{j,} t)$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Комплексный частотный спектр

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$F(t) = \sum_j A(k_j) F(k_{j,} t)$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Амплитудный частотный спектр C_k состоит из двух половинок: одна находится в области положительных частот, а другая - в области отрицательных частот.

Таким образом, спектральных составляющих оказывается в 2 раза больше по сравнению с рядом Фурье в действительной форме. Это учтено тем, что все амплитуды гармоник в ряде уменьшены в 2 раза, т. е. равны $C_к/2$.

Все спектральные линии в области положительной и отрицательной частот симметричны относительно постоянной составляющей (рис - б).

Поясним смысл отрицательной частоты. На комплексной плоскости *xiy* гармоническое колебание $e^{-i\alpha}$ можно представить как сумму проекций векторов, вращающихся в противоположные стороны.

Положительной частоте соответствует вращение вектора от оси x против часовой стрелки, а отрицательной частоте - по часовой стрелке.

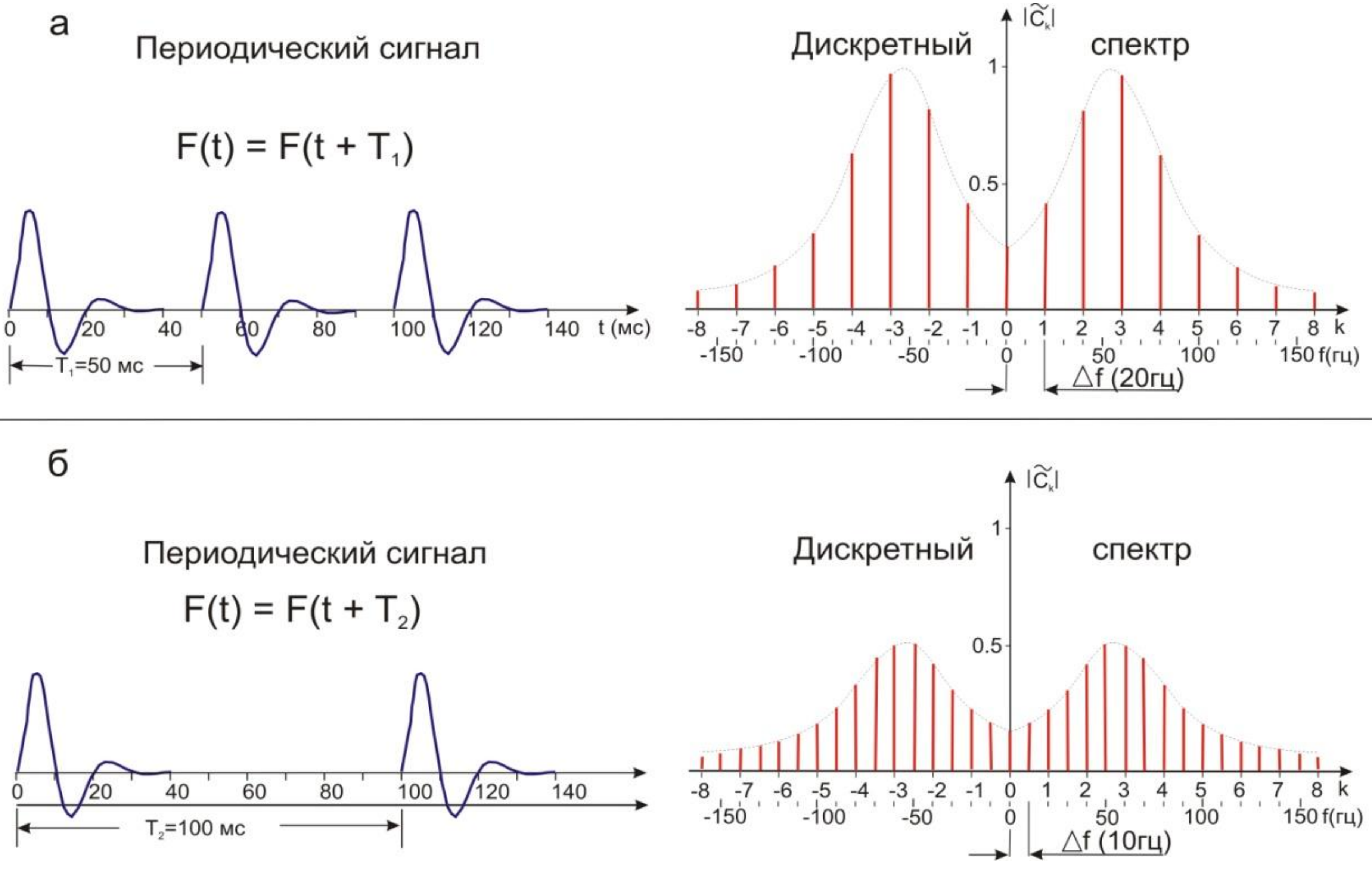
Разложение неустановившихся (импульсных) колебаний (интеграл Фурье)

Сейсмические сигналы имеет ограниченную длительность и не являются периодическими, для их анализа ряды Фурье неприемлемы. Условно сейсмические сигналы можно рассматривать как периодическое колебание, у которого период повторения ***T*** неограниченно возрастает.

Прежде всего, следует обсудить, что произойдет с дискретным комплексным спектром периодического колебания, если, не изменяя форму колебания, увеличивать его период ***T*.**

Поскольку расстояния между соседними спектральными линиями равны $\Delta f = 1/T$ то с увеличением периода они уменьшаются. На рис. в качестве примера показано, как с увеличением периода колебаний с 50 мс до 100 мс уменьшается Δf с 20 гц до 10 гц, при этом форма огибающей спектра не меняется, гармоник становится в два раза больше, а их амплитуда уменьшается в два раза.

Связь дискретности спектра с периодичностью сигнала



Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

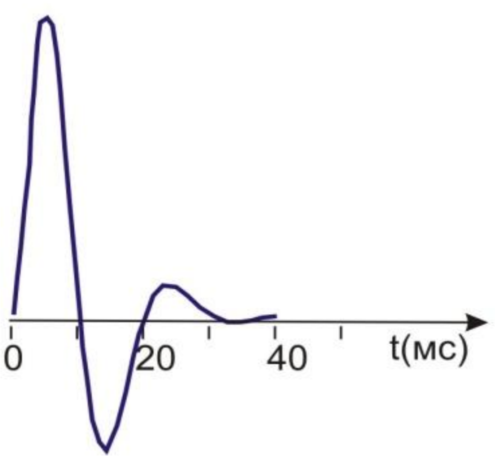
Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$F(t) = \sum_j A(k_j)F(k_j,t)$$

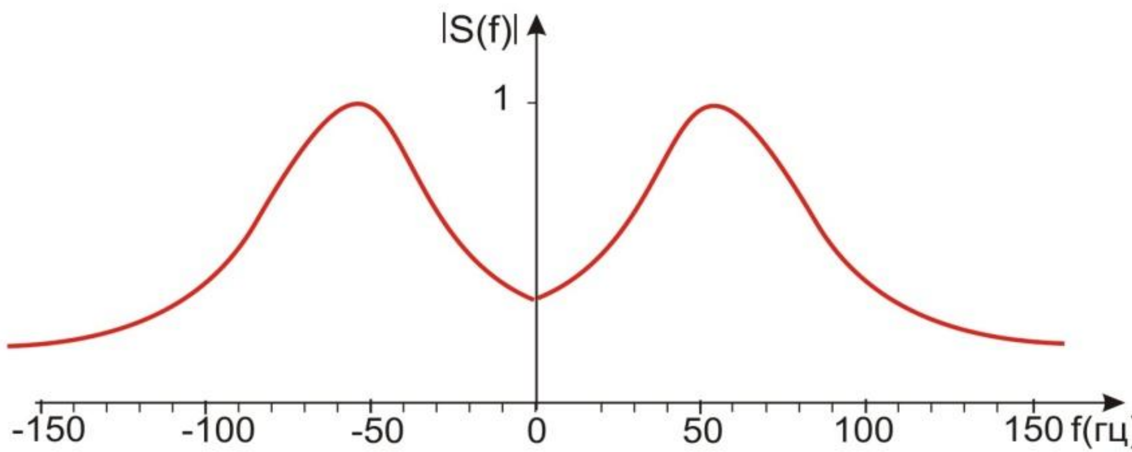
где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Импульсный сигнал F(t)



Амплитудно-частотный спектр



Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j)F(k_{j,}t)}$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Амплитудный и фазовый частотные спектры неустановившегося колебания

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_j A(k_j) F(k_j, t)}$$

где ***A(k$_j$)*** - комплексная амплитуда, ***k$_j$*** некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j) F(k_{j,} t)}$$

где $\boldsymbol{A(k_j)}$ - комплексная амплитуда, $\boldsymbol{k_j}$ некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Основные свойства спектров (теоремы о спектрах)

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j) F(k_{j,} t)}$$

где ***$A(k_j)$*** - комплексная амплитуда, ***k_j*** некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Теорема сложения

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$F(t) = \sum_j A(k_j) F(k_{j,} t)$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Теорема подобия функций и их спектров

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j) F(k_{j,} t)}$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Теорема об изменении масштаба

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_j A(k_j)F(k_j,t)}$$

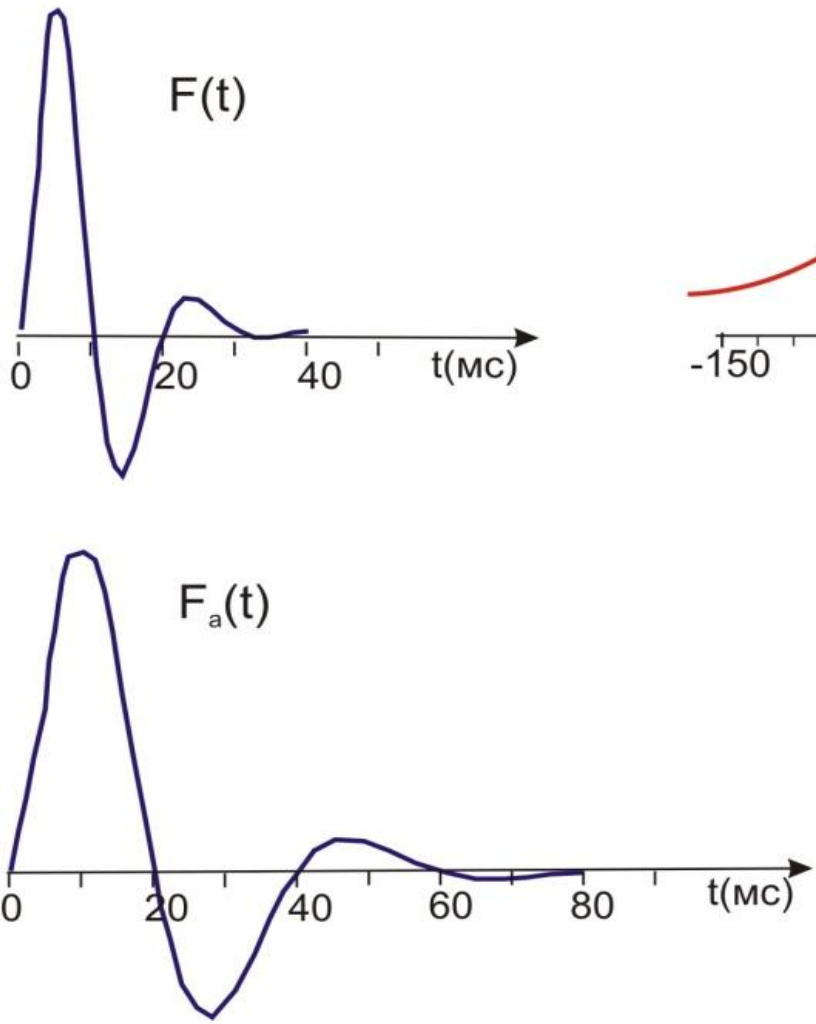
где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

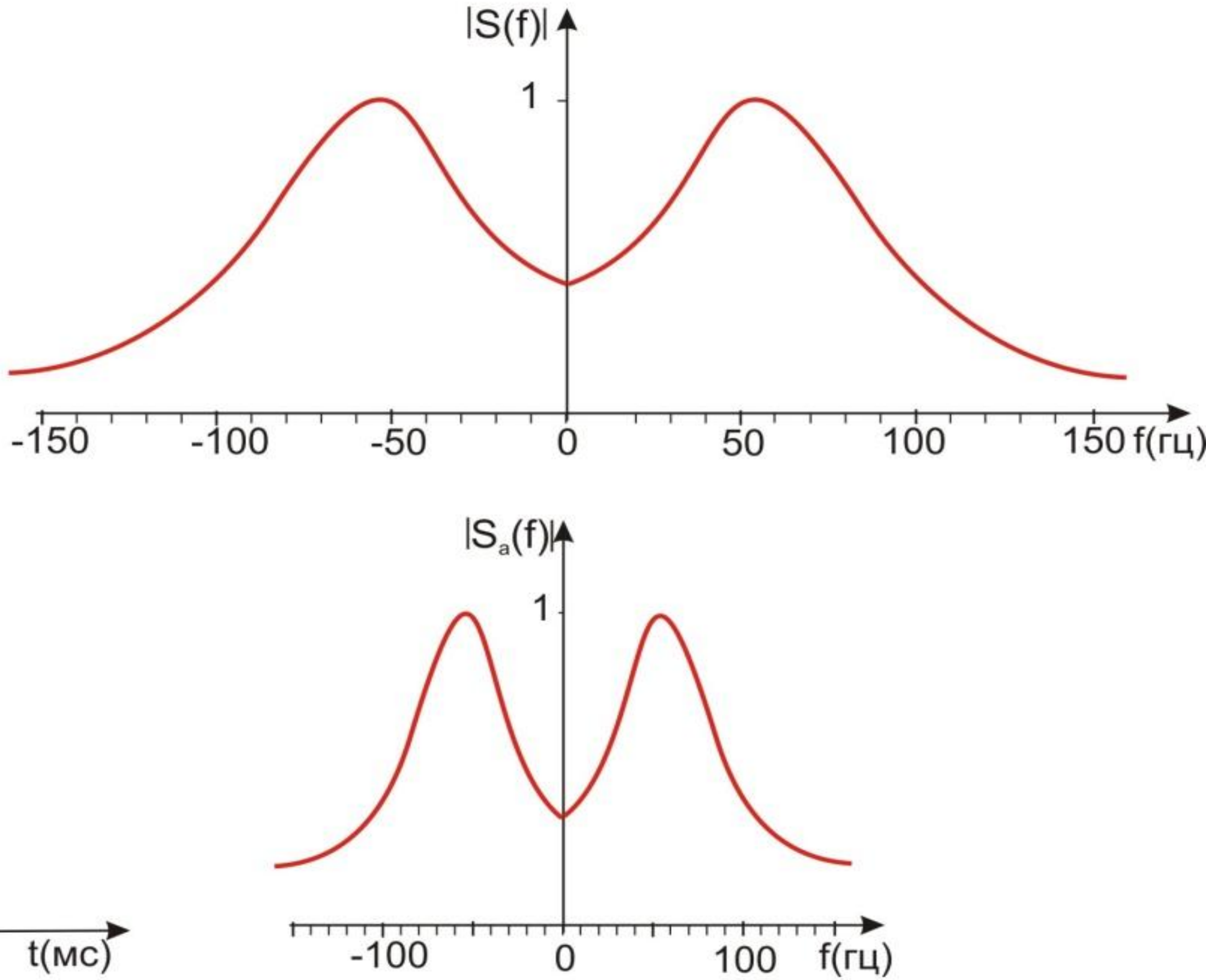
Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Рисунок теорема масштабов

Импульсный сигнал

Амплитудно-частотный спектр





Теорема запаздывания

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_j A(k_j) F(k_{j,} t)}$$

где $\boldsymbol{A(k_j)}$ - комплексная амплитуда, $\boldsymbol{k_j}$ некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Спектр производной функции

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_{j} A(k_j)F(k_{j,}t)}$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Спектр интеграла функции

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$F(t) = \sum_j A(k_j)F(k_j,t)$$

где $A(k_j)$ - комплексная амплитуда, k_j некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Спектр произведения двух функций

Идеально упругие сейсмические среды можно рассматривать в качестве линейных систем, поскольку для них справедлив ***линейный закон Гука***.

Реальные геологические среды являются нелинейными системами и к ним принцип суперпозиции не применим, но с некоторым приближением их можно считать линейными.

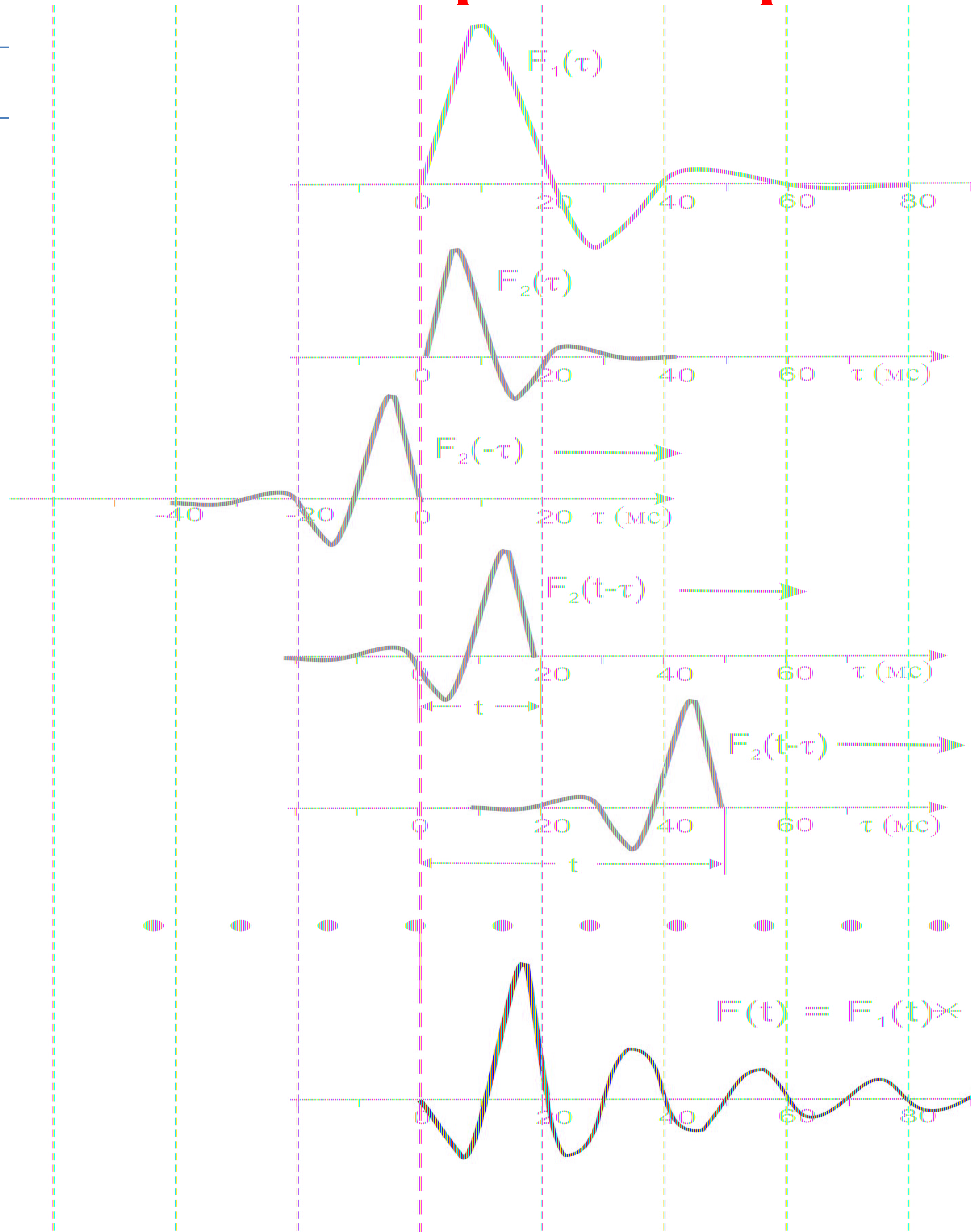
Принцип суперпозиции в сейсморазведке используют для того, чтобы входной ***сигнал сложной формы F(t)*** разложить на сумму сигналов ***F(k,j,t)*** простой формы:

$$\boldsymbol{F(t) = \sum_j A(k_j)F(k_{j,}t)}$$

где $\boldsymbol{A(k_j)}$ - комплексная амплитуда, $\boldsymbol{k_j}$ некоторый параметр.

Это позволяет все эффекты, вызванные сложной волной, определять как сумму действий простых волн. Результирующее колебание находится простым сложением колебаний вызванных в отдельности каждой простой волной.

Механизм операции свертки



Контрольные вопросы и задачи к лекции 1

1. Какие системы называются линейными, какой фундаментальный принцип может быть применен к этим системам и в чем его сущность?
2. Какие сигналы могут быть разложены в ряд Фурье? Напишите формулу для разложения сигналов по синусоидам и косинусоидам, и поясните смысл входящих в это выражение величин.
3. Как будет выглядеть разложение Фурье (полученное в вопросе 2) если ввести начальную фазу колебаний? Что такое амплитудно-частотный и фазово-частотный спектры? Покажите эти спектры на рисунке.
4. Как выглядит ряд Фурье в комплексной форме? Поясните смысл входящих в это выражение величин. Приведите рисунки амплитудно-частотных спектров определяемых рядом Фурье в действительной и комплексной форме.
5. Какой сигнал называется импульсным? Получите выражение для комплексного спектра такого сигнала.
6. В чем состоит различие частотных спектров периодического и импульсного сигналов? Покажите это на рисунке.
7. Что называется прямым и обратным преобразованием Фурье? Напишите формулы этих преобразований.
8. Как изменится спектр сигнала, если его сжать по времени? Докажите это и приведите рисунки сигналов и спектров.
9. Как изменится спектр сигнала, если его сдвинуть по времени на величину τ? Докажите это и приведите рисунки сигналов и спектров.
10. Что произойдет с сигналами, если их спектры перемножить? Покажите на рисунке механизм этой операции.