F-тест на качество оценивания

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

$$\sum (Y - \overline{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \overline{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

В более ранней последовательности было показано, что сумма квадратов фактических значений Y (TSS: общая сумма квадратов) может быть разложена на сумму квадратов установленных значений (ESS: объясненная сумма квадратов) и сумма квадратов остатков.

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

$$\sum (Y - \overline{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \overline{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}$$

R^2, обычная мера критерия пригодности, тогда определялось как отношение объясненной суммы квадратов к общей сумме квадратов.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Нулевая гипотеза, которую мы собираемся протестировать, заключается в том, что модель не имеет объясняющей силы.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

Нулевая гипотеза: : $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза : $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Так как X является единственной объясняющей переменной на данный момент, нулевая гипотеза состоит в том, что Y не определяется X. Математически мы имеем H_0: $b_2 = 0$

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$

Нулевая гипотеза : $H_0 : \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза : $H_1 : \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \overline{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \overline{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)}$$

Гипотезы, касающиеся хорошего соответствия, проверяются по статистике F, как показано. k - количество параметров в уравнении регрессии, которое в настоящее время составляет всего 2

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

Нулевая гипотеза: $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза : $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)}$$

n - k, как и в t-статистике, число степеней свободы (количество наблюдений за вычетом количества оцениваемых параметров). Для простого регрессионного анализа это n -2.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

Нулевая гипотеза: $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза : $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\frac{ESS}{TSS}\Big/(k-1)}{\frac{RSS}{TSS}\Big/(n-k)}$$

В качестве альтернативы F-статистика может быть записана в терминах R2. Сначала разделите числитель и знаменатель на TSS

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$

Нулевая гипотеза: $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза : $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\dfrac{ESS}{TSS}\Big/(k-1)}{\dfrac{RSS}{TSS}\Big/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

Теперь мы можем переписать статистику F, как показано. R2 в числителе прямо вытекает из определения R^2.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$\frac{RSS}{TSS} = \frac{TSS - ESS}{TSS} = 1 - \frac{ESS}{TSS} = 1 - R^2$$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\frac{ESS}{TSS}\Big/(k-1)}{\frac{RSS}{TSS}\Big/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

Легко продемонстрировано, что RSS / TSS равно 1 – R^2.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $$Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$$

Нулевая гипотеза: $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза: $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

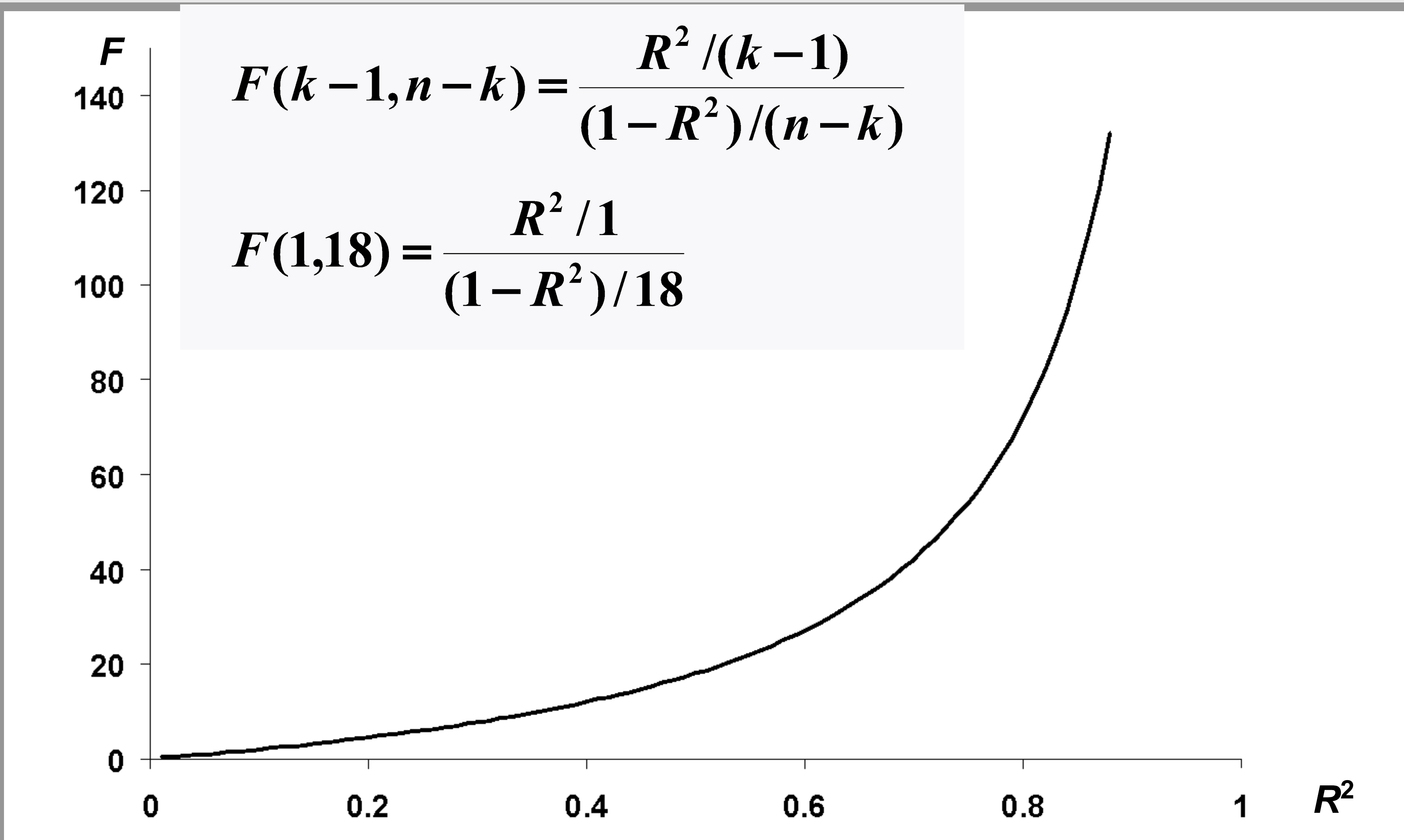
$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\frac{ESS}{TSS} \Big/ (k-1)}{\frac{RSS}{TSS} \Big/ (n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

F - монотонно возрастающая функция *R*². С ростом *R*² числитель увеличивается, а знаменатель уменьшается, поэтому по обеим причинам F увеличивается

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

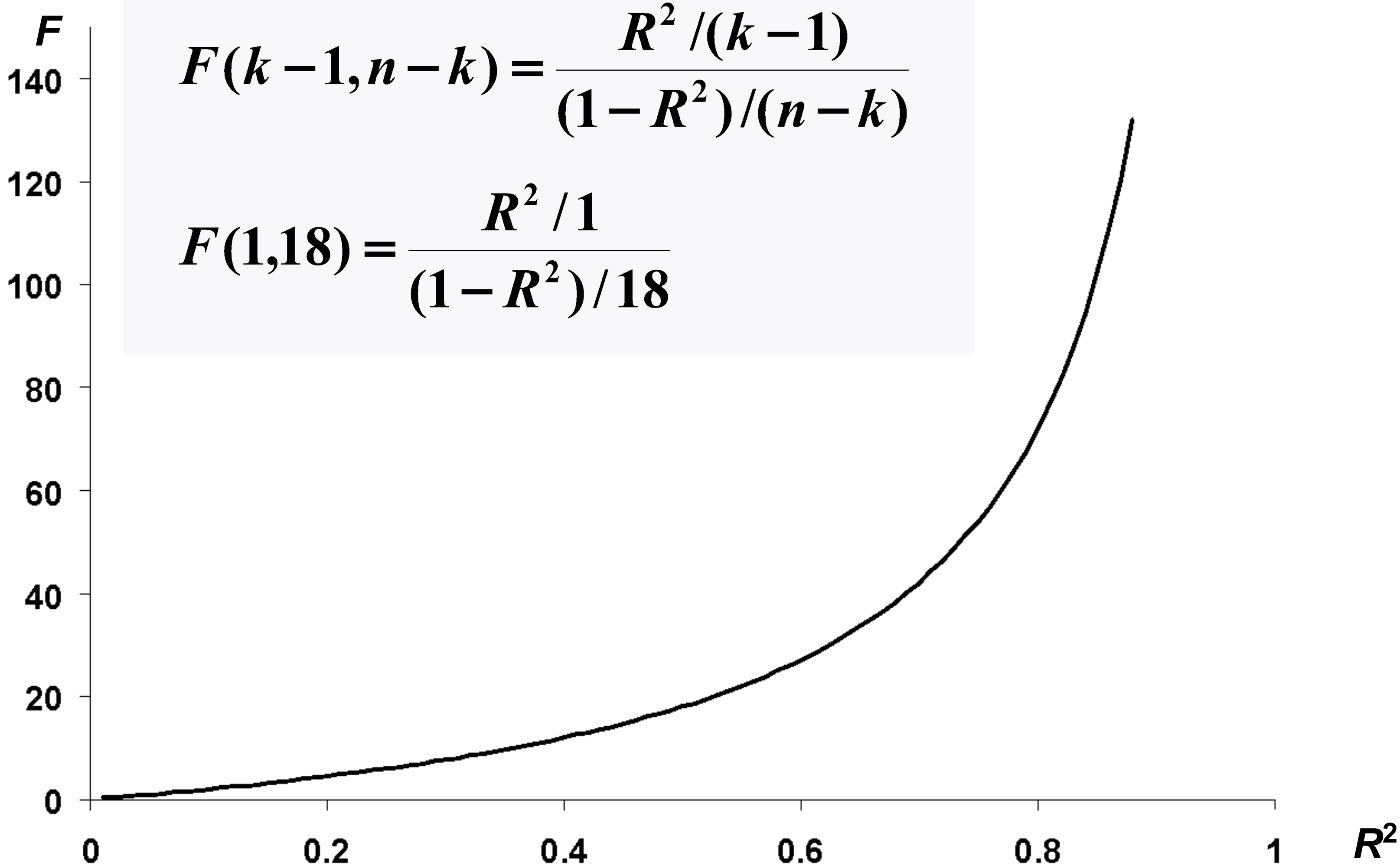
$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$



Здесь F изображается как функция R^2 для случая, когда имеется 1 поясняющая переменная и 20 наблюдений. Поскольку k = 2, n – k = 18. H_0

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

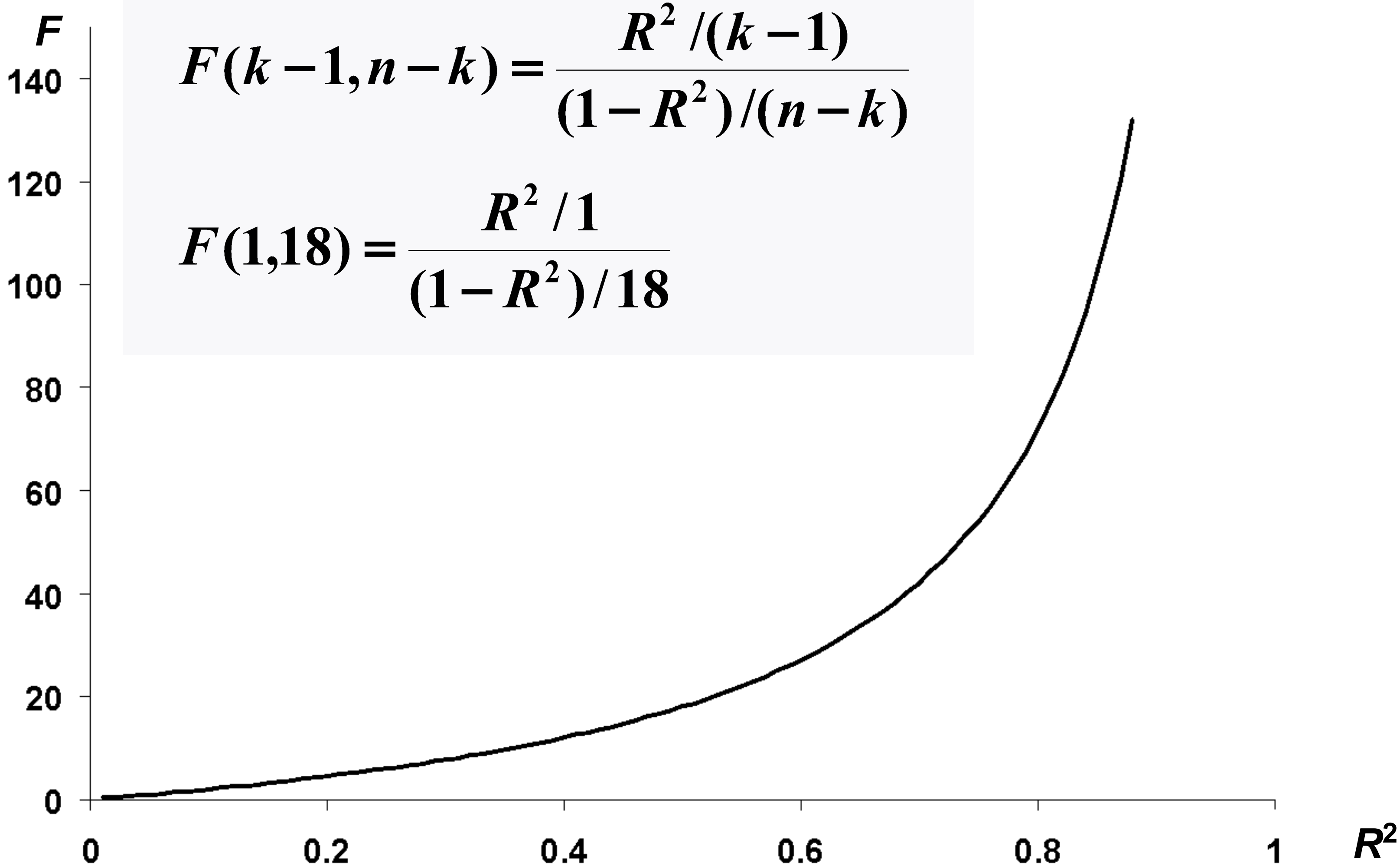


Если нулевая гипотеза верна, F будет иметь случайное распределение.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

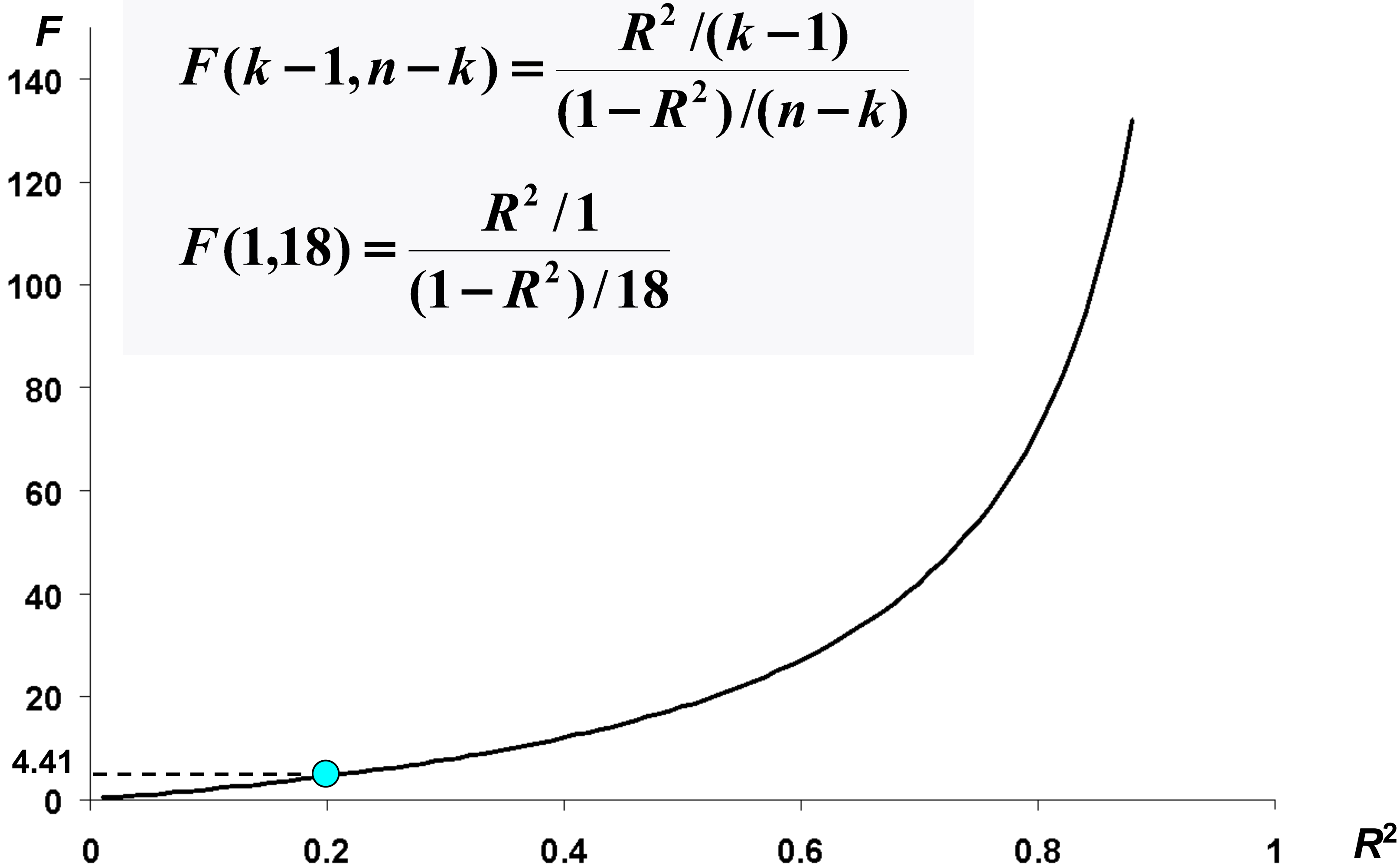


Будет некоторая критическая ценность, которая будет превалировать, как случайность, всего в 5 процентах случаев. Если мы выполняем 5-процентный тест значимости, мы отклоним H_0 ,если статистика F больше этого критического значения.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$



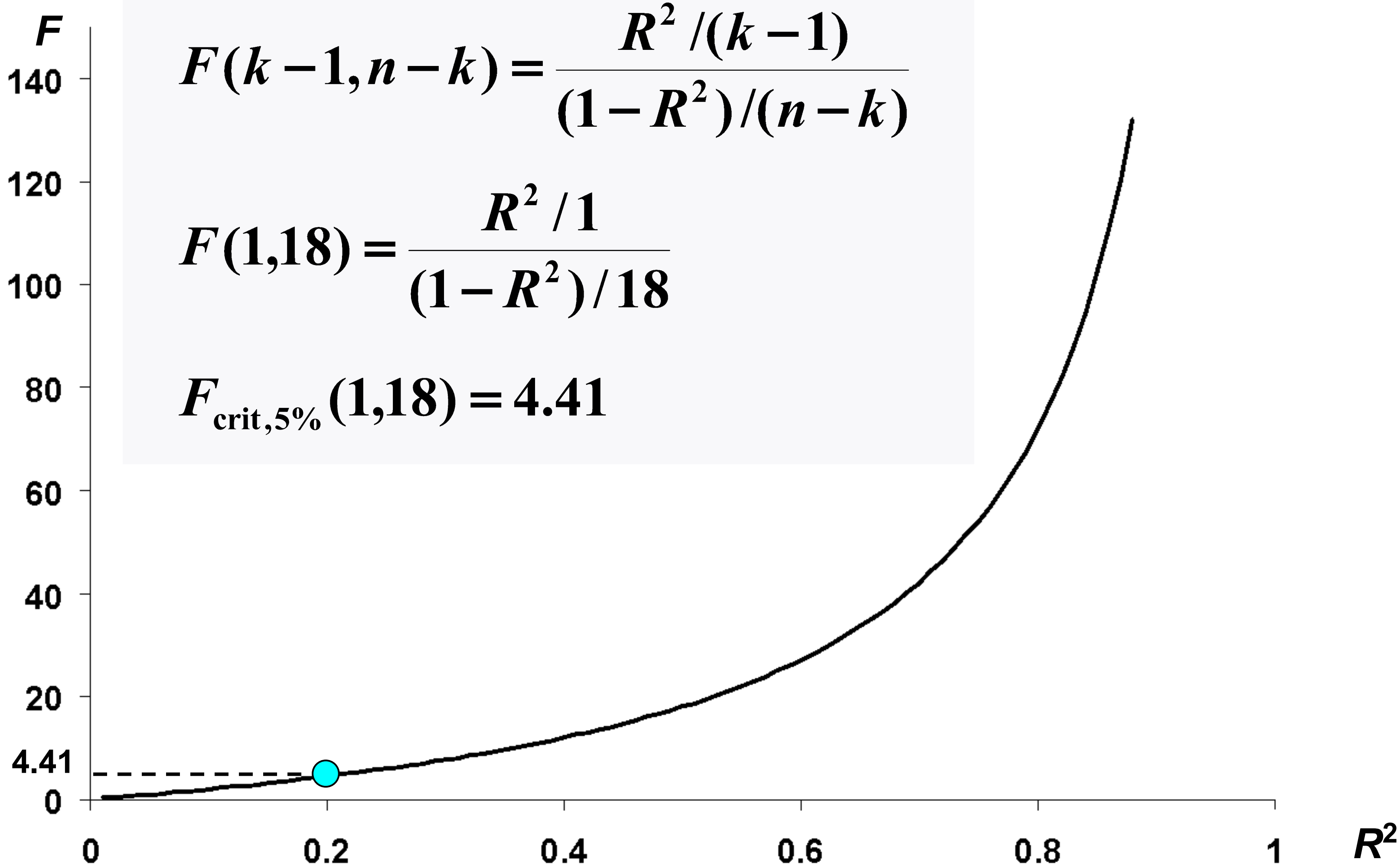
В случае F-теста критическое значение зависит от количества объясняющих переменных, а также от количества степеней свободы. Когда есть одна объясняющая переменная и 18 степеней свободы, критическое значение F при 5-процентном значении уровня составляет 4,41.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

$$F_{crit,5\%}(1,18) = 4.41$$



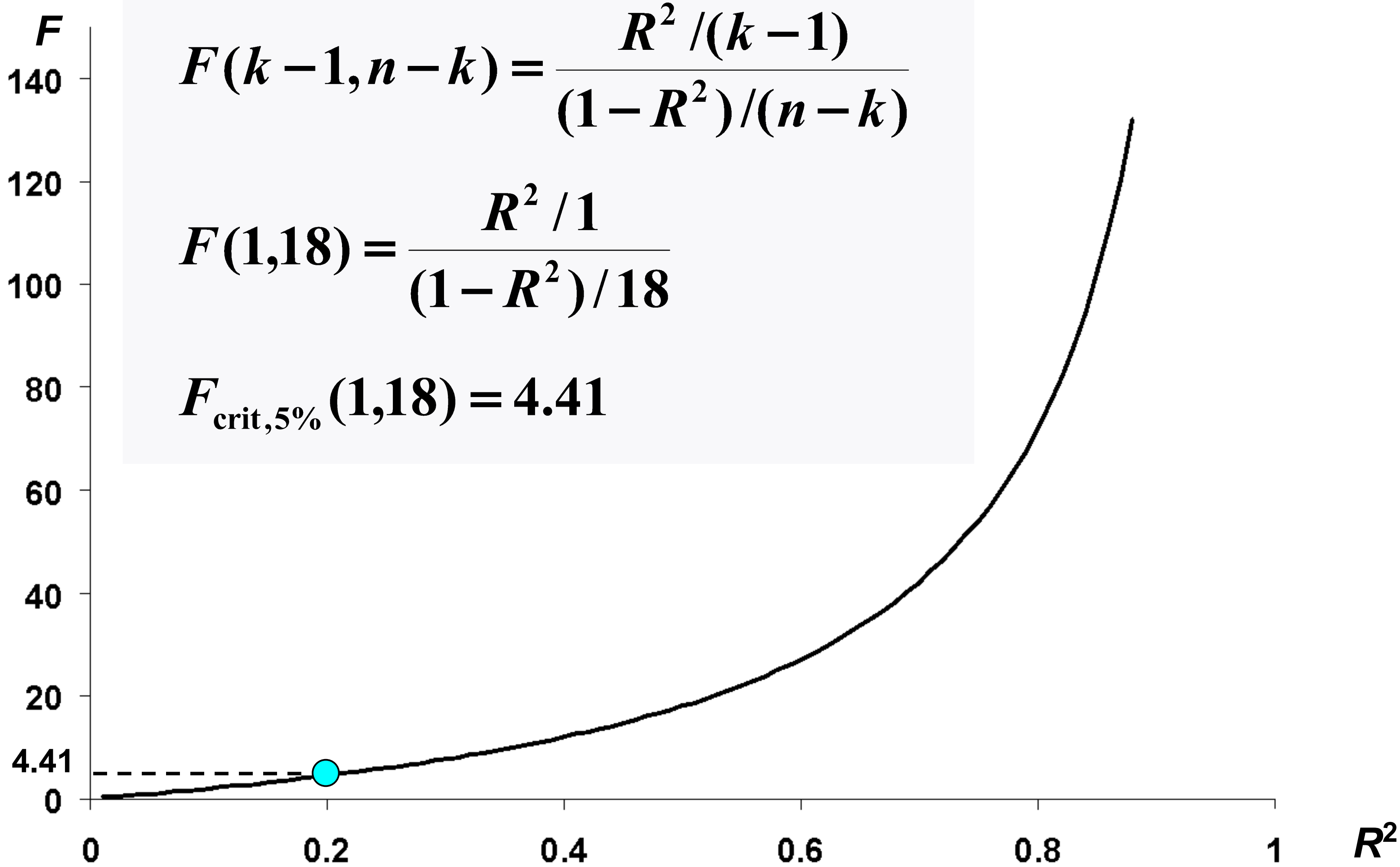
Для одной объясняющей переменной и 18 степеней свободы F = 4,41, когда R^2 = 0,20.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

$$F_{\text{crit},5\%}(1,18) = 4.41$$



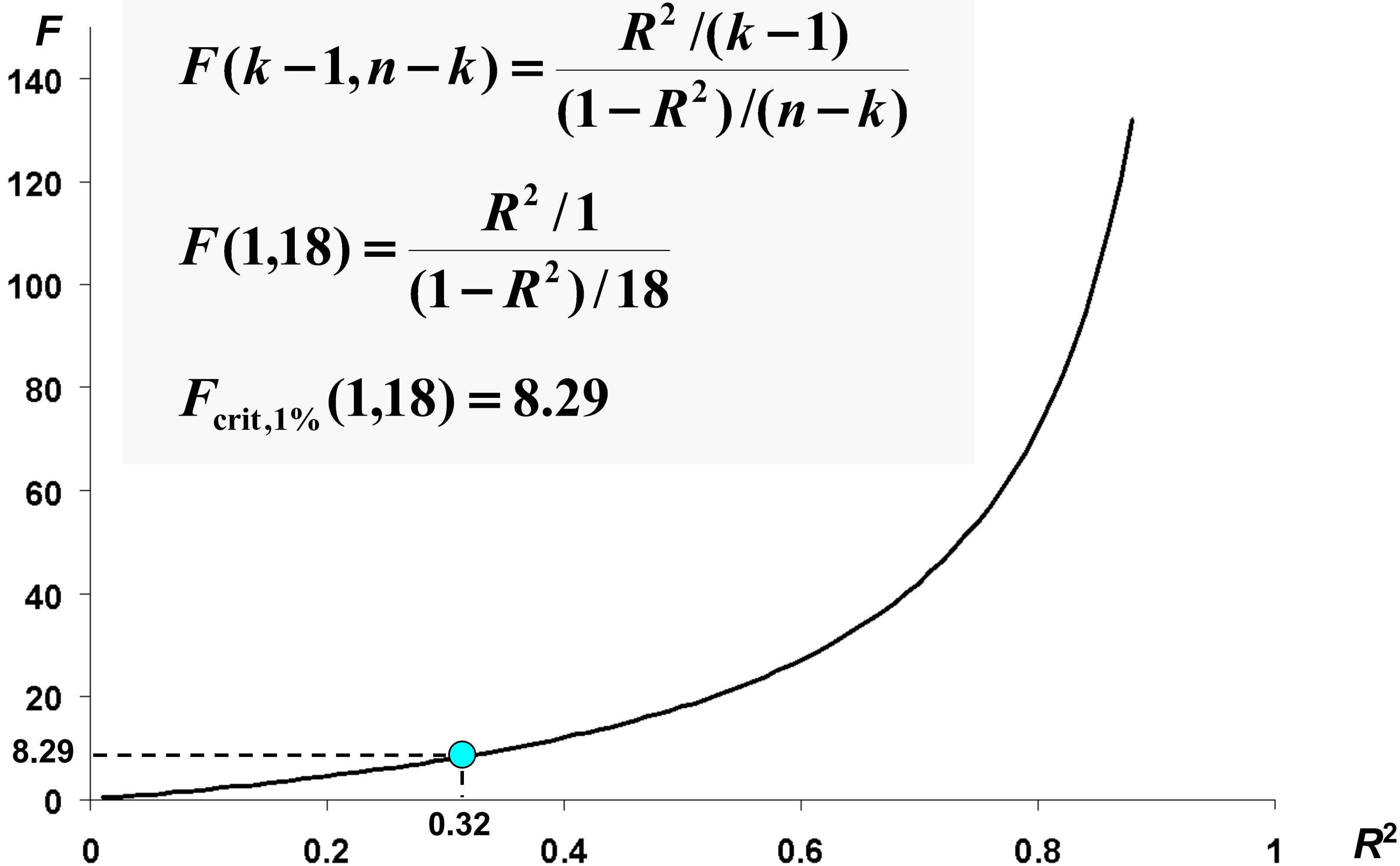
Если R^2 выше 0,20, F будет выше, чем 4.41, и мы отклоним нулевую гипотезу на уровне 5 процентов.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

$$F_{\mathrm{crit},1\%}(1,18) = 8.29$$



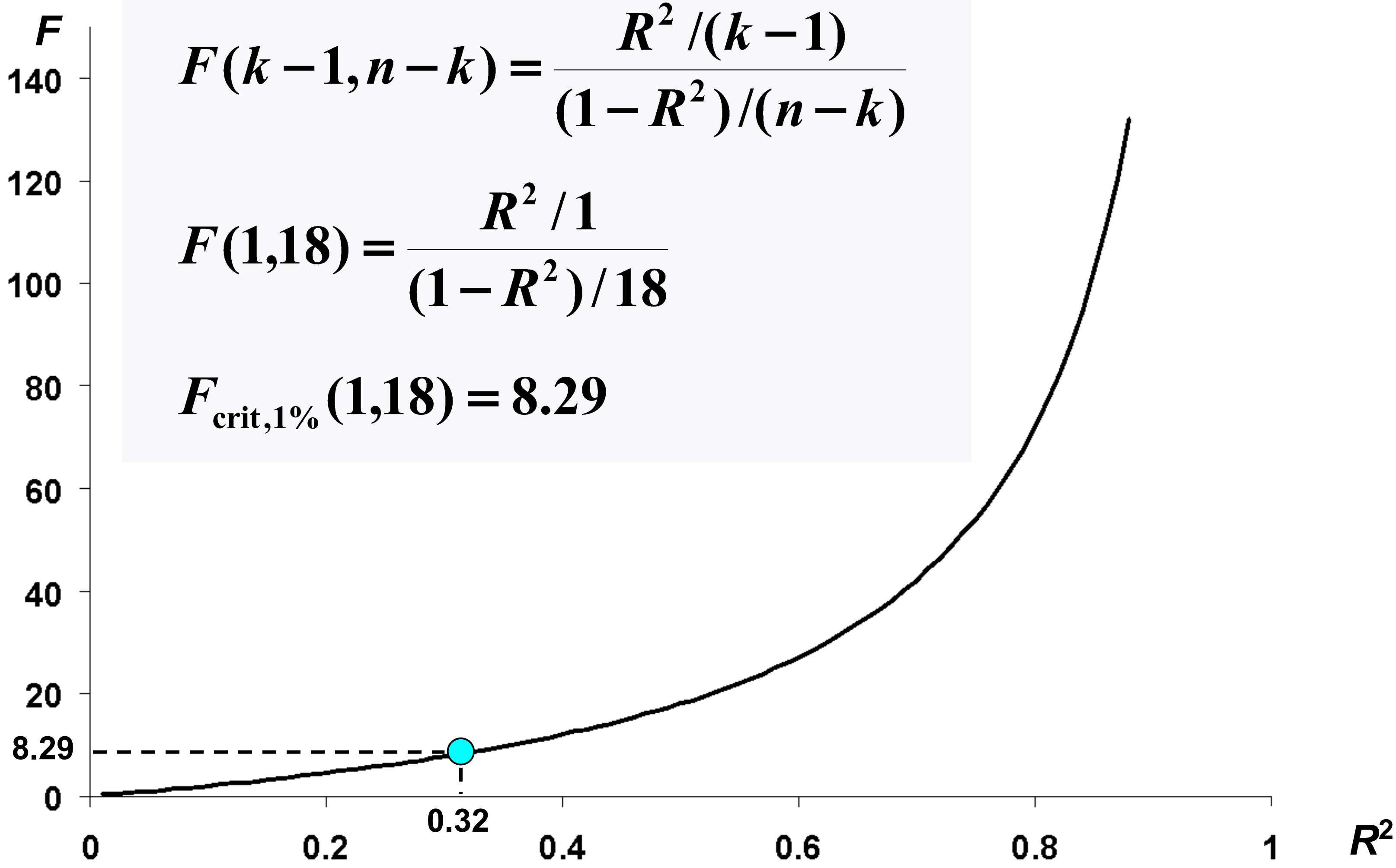
Если бы мы выполняли 1-процентный тест с одной пояснительной переменной и 18 степенями свободы, критическое значение F было бы 8.29. F = 8,29, когда, R^2 = 0.32.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

$$F_{\text{crit},1\%}(1,18) = 8.29$$



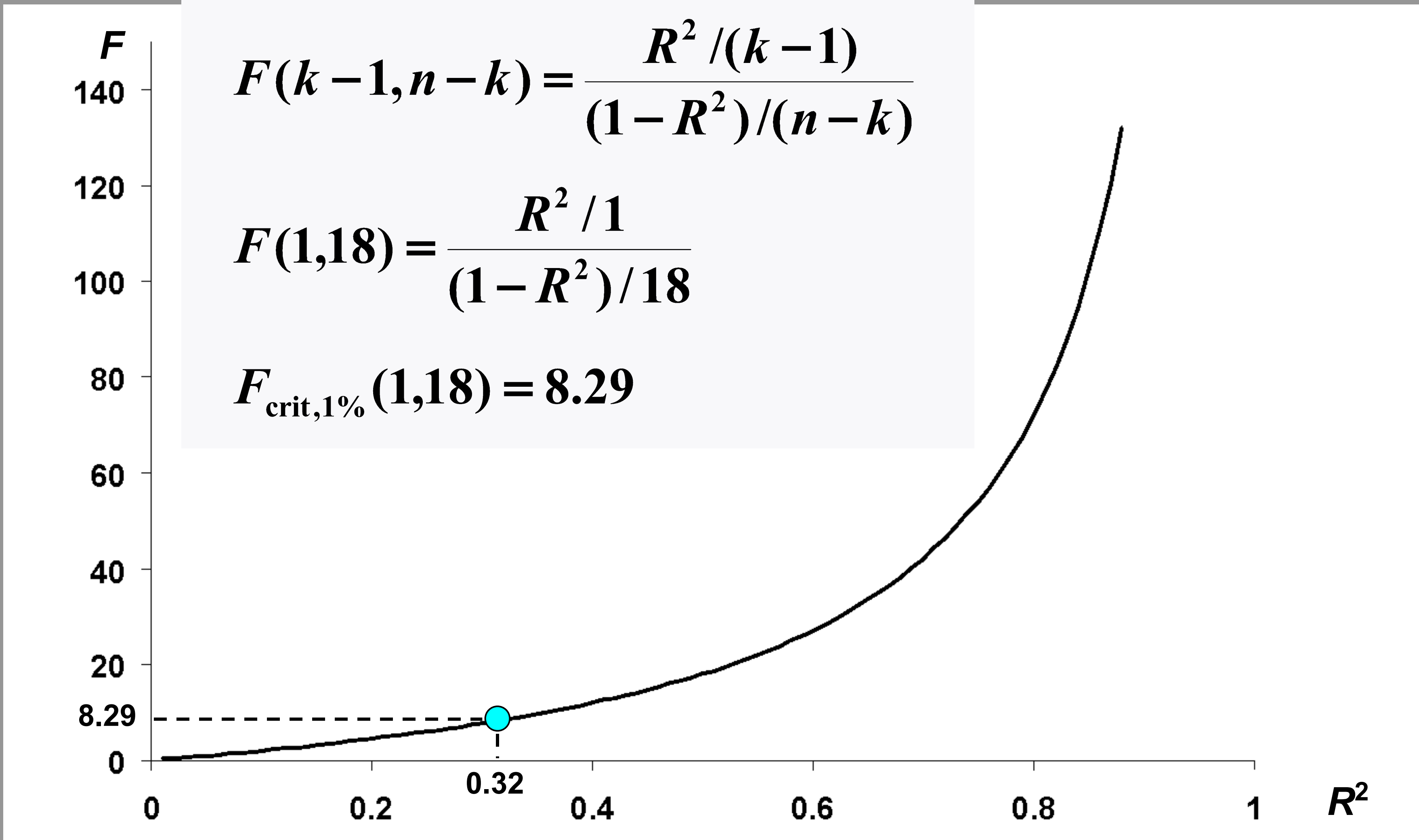
Если R^2 выше 0,32, F будет выше, чем 8.29, и мы отклоним нулевую гипотезу на уровне 1 процента.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

$$F_{\text{crit},1\%}(1,18) = 8.29$$

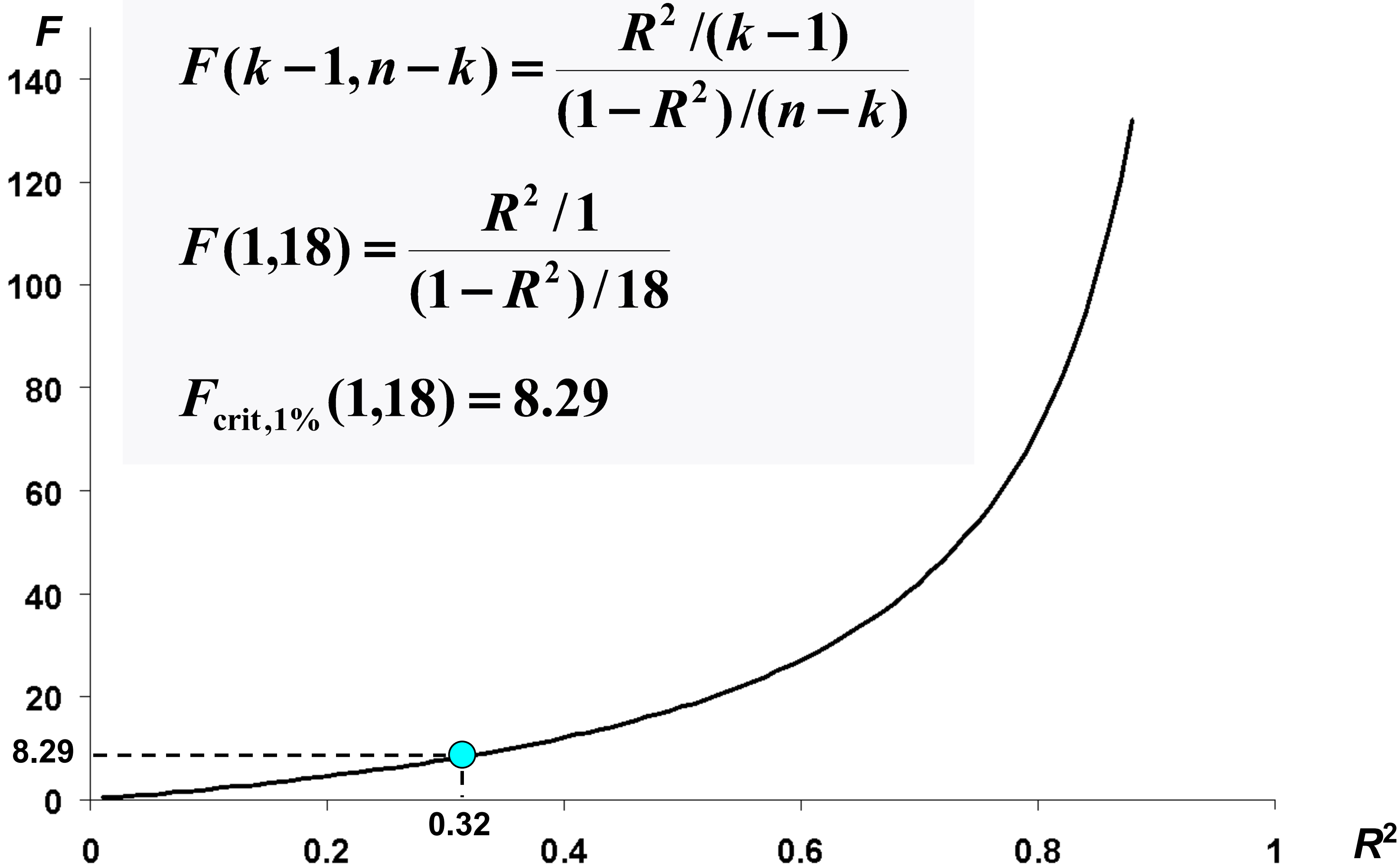


Почему мы проводим тест косвенно, через F, а не напрямую через R^2 ? В конце концов, было бы легко вычислить критические значения R^2 от значений для F.

$$F(k-1, n-k) = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

$$F(1,18) = \frac{R^2/1}{(1-R^2)/18}$$

$$F_{\text{crit},1\%}(1,18) = 8.29$$



Причина в том, что тест F может использоваться для нескольких тестов дисперсионного анализа. Вместо того, чтобы иметь специализированную таблицу для каждого теста, удобнее иметь только один.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$

Нулевая гипотеза: $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза: $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \overline{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \overline{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\frac{ESS}{TSS}\Big/(k-1)}{\frac{RSS}{TSS}\Big/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

Обратите внимание, что для простого регрессионного анализа нулевые и альтернативные гипотезы математически точно такие же, как для двухстороннего t-теста. Может ли тест F прийти к другому выводу из t-теста?

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Модель $Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$

Нулевая гипотеза: $H_0: \beta_2 = 0$

Альтернативная гипотеза: $H_1: \beta_2 \neq 0$

$$\sum (Y - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum e^2 \qquad TSS = ESS + RSS$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$F(k-1, n-k) = \frac{ESS/(k-1)}{RSS/(n-k)} = \frac{\frac{ESS}{TSS}\Big/(k-1)}{\frac{RSS}{TSS}\Big/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)}$$

Ответ, конечно, нет. Мы продемонстрируем, что для простого регрессионного анализа статистика F является квадратом статистики t.

Демонстрация того, что F = t^2

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \big/ (n-2)}$$

Начнем с замены ESS и RSS их математическими выражениями.

Демонстрация того, что F = t²

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \Big/ (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \overline{X}]\right)^2}{s_u^2}$$

Знаменатель представляет собой выражение для s_u^2, оценщика σ_u^2, для простой модели регрессии. Разбиваем числитель, используя выражение для установленного соотношения.

Демонстрация того,что F= t^2

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 / (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \overline{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2} \sum b_2^2 \left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

Члены b1 в числителе отменяют. Остальные числители могут быть сгруппированы, как показано.

Демонстрация того,что $F = t^2$

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \big/ (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \overline{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2} \sum b_2^2 \left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2} \sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

Мы берем член b_2^2 из суммирования как фактор.

Демонстрация того,что *F* = *t*²

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \big/ (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \overline{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2}\sum b_2^2 \left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2}\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = \frac{b_2^2}{s_u^2 \big/ \sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2}$$

We move the term involving *X* to the denominator.

F Критерий пригодности

Демонстрация того,что $F = t^2$

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \big/ (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \bar{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2}\sum b_2^2 \left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2}\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \frac{b_2^2}{s_u^2 \big/ \sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2} = \frac{b_2^2}{\left(s.e.(b_2)\right)^2}$$

Знаменатель представляет собой квадрат стандартной ошибки b_2.

F Критерий пригодности

Демонстрация того,что $F = t^2$

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \big/ (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \bar{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2}\sum b_2^2 \left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2}\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \frac{b_2^2}{s_u^2 \big/ \sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2} = \frac{b_2^2}{\left(s.e.(b_2)\right)^2} = t^2$$

Отсюда получаем b_2^2 деленный на квадрат стандартной ошибки b_2. Это t статистика, квадрат.

Демонстрация того,что $F = t^2$

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 / (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \bar{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2}\sum b_2^2 \left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2}\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \frac{b_2^2}{s_u^2 / \sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2} = \frac{b_2^2}{\left(s.e.(b_2)\right)^2} = t^2$$

Можно также показать, что критическое значение F на любом уровне значимости равно квадрату критического значения t. Мы не будем пытаться это доказать H_0

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Демонстрация того,что $F = t^2$

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 / (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \bar{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2}\sum b_2^2 \left(X_i - \bar{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2}\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \frac{b_2^2}{s_u^2 / \sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2} = \frac{b_2^2}{\left(s.e.(b_2)\right)^2} = t^2$$

Поскольку тест F эквивалентен двухстороннему t-критерию в простой модели регрессии, нет смысла выполнять оба теста. Фактически, если это оправдано, односторонний t-тест будет лучше, чем либо потому, что он более мощный (более низкий риск ошибки типа II, если H_0 является ложным)

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

Демонстрация того,что*F* = *t*²

$$F = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{\sum\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\sum e_i^2 \big/ (n-2)}$$

$$= \frac{\sum\left([b_1 + b_2 X_i] - [b_1 + b_2 \overline{X}]\right)^2}{s_u^2} = \frac{1}{s_u^2} \sum b_2^2 \left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

$$= \frac{b_2^2}{s_u^2} \sum \left(X_i - \overline{X}\right)^2 = \frac{b_2^2}{s_u^2 \big/ \sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2} = \frac{b_2^2}{\left(s.e.(b_2)\right)^2} = t^2$$

Тест F будет играть свою роль, когда мы придем к множественному регрессионному анализу.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

   Источник |       SS       df       MS              Number of obs =     540
-------------+------------------------------           F(  1,   538) =  112.15
      Модель |  19321.5589     1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
  Остаточный |  92688.6722   538  172.283777           R-squared     =  0.1725
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1710
       Всего |  112010.231   539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
     ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
      Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

Вот результат для регрессии почасовых заработков по годам обучения для выборки из 540 респондентов из Национального продольного опроса молодежи.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
Прибыль S

   Источник  |       SS       df       MS              Number of obs =     540
-------------+------------------------------           F(  1,   538) =  112.15
      Модель |  19321.5589     1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
   Остаточный|  92688.6722   538  172.283777           R-squared     =  0.1725
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1710
       Всего |  112010.231   539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
     Прибыль |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
      Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F(1,n-2)=\frac{ESS}{RSS/(n-2)}=\frac{19322}{92689/(540-2)}$$

Мы проверим, что статистика F была рассчитана правильно. Объясненная сумма квадратов (описанная в Stata как модельная сумма квадратов) является 19322.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

   Источник |       SS       df       MS              Number of obs =     540
------------+------------------------------           F(  1,    538) =  112.15
     Модель |  19321.5589     1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
 Остаточный |  92688.6722   538  172.283777           R-squared     =  0.1725
------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1710
      всего |  112010.231   539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
    ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
------------+-----------------------------------------------------------------
          S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
     Минусы|  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F(1, n-2) = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{19322}{92689/(540-2)}$$

Остаточная сумма квадратов равна 92689.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

   Источник |       SS       df       MS              Number of obs =    540
-------------+------------------------------          F(  1,   538) = 112.15
      Модель |  19321.5589     1  19321.5589          Prob > F      = 0.0000
  Остаточный |  92688.6722   538  172.283777          R-squared     = 0.1725
-------------+------------------------------          Adj R-squared = 0.1710
       всего |  112010.231   539  207.811189          Root MSE      = 13.126

------------------------------------------------------------------------------
     ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
      Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F(1, n-2) = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{19322}{92689/(540-2)}$$

Число степеней свободы 540 – 2 = 538.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ   S

   Источник |       SS       df       MS              Number of obs =    540
------------+------------------------------           F(  1,   538) = 112.15
     Модель |  19321.5589     1  19321.5589           Prob > F      = 0.0000
 Остаточный |  92688.6722   538  172.283777           R-squared     = 0.1725
------------+------------------------------           Adj R-squared = 0.1710
      Всего |  112010.231   539  207.811189           Root MSE      = 13.126

------------------------------------------------------------------------------
    ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
------------+-----------------------------------------------------------------
          S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
     Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F(1, n-2) = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{19322}{92689/(540-2)} = \frac{19322}{172.28}$$

Знаменатель выражения для F, следовательно, 172,28. Заметим, что это оценка σ_u^2. Его квадратный корень, обозначенный в Stata Root MSE, является оценкой стандартного отклонения u.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

   Источник  |       SS        df       MS              Number of obs =     540
-------------+------------------------------            F(  1,    538) =  112.15
      Модель |  19321.5589      1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
  Остаточный |  92688.6722    538  172.283777           R-squared     =  0.1725
-------------+------------------------------            Adj R-squared =  0.1710
       Всего |  112010.231    539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
     ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.       t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
      Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F(1, n-2) = \frac{ESS}{RSS/(n-2)} = \frac{19322}{92689/(540-2)} = \frac{19322}{172.28} = 112.15$$

Наш расчет F согласуется с тем, что на выходе Stata.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ   S

  Источник |       SS       df       MS              Number of obs =     540
-----------+------------------------------           F(  1,    538) =  112.15
    Модель |  19321.5589     1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
 Остаточный |  92688.6722   538  172.283777           R-squared     =  0.1725
-----------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1710
     Всего |  112010.231   539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
   ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-----------+------------------------------------------------------------------
         S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
    Минусы|  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F(1, n-2) = \frac{R^2}{(1-R^2)/(n-2)} = \frac{0.1725}{(1-0.1725)/(540-2)} = 112.15$$

Мы также проверим статистику F, используя выражение для нее в терминах R2. Мы снова видим, что он согласен.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

  Источник  |       SS          df        MS              Number of obs =    540
------------+------------------------------               F(  1,   538) =  112.15
     Модель |  19321.5589       1   19321.5589            Prob > F      =  0.0000
 Остаточный |  92688.6722     538   172.283777            R-squared     =  0.1725
------------+------------------------------               Adj R-squared =  0.1710
      Всего |  112010.231     539   207.811189            Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
    ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.       t     P>|t|      [95% Conf. Interval]
------------+-----------------------------------------------------------------
          S |   2.455321   .2318512     10.59    0.000      1.999876    2.910765
     Минусы |  -13.93347   3.219851     -4.33    0.000     -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

Мы также проверим связь между статистикой F и статистикой t для коэффициента наклона.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

   Источник  |       SS        df        MS             Number of obs =     540
-------------+------------------------------           F(  1,    538) =  112.15
      Модель |  19321.5589      1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
  Остаточный |  92688.6722    538  172.283777           R-squared     =  0.1725
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1710
       Всего |  112010.231    539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
     ПРИБЫЛЬ |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
      Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$112.15 = 10.59^2$$

Очевидно, это тоже правильно.

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

ПРИБЫЛЬ S

Источник	SS	df	MS
Модель	19321.5589	1	19321.5589
Остаточный	92688.6722	538	172.283777
Всего	112010.231	539	207.811189

Number of obs	=	540
F(1, 538)	=	112.15
Prob > F	=	0.0000
R-squared	=	0.1725
Adj R-squared	=	0.1710
Root MSE	=	13.126

ПРИБЫЛЬ	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
S	2.455321	.2318512	10.59	0.000	1.999876	2.910765
Минусы	-13.93347	3.219851	-4.33	0.000	-20.25849	-7.608444

$$F_{\text{crit},\,0.1\%}(1{,}500) = 10.96 \qquad t_{\text{crit},\,0.1\%}(500) = 3.31 \qquad 10.96 = 3.31^2$$

И критическое значение F является квадратом критического значения t. (Мы используем значения для 500 степеней свободы, потому что те, для 538, не отображаются в таблице.)

F КРИТЕРИЙ ПРИГОДНОСТИ

```
ПРИБЫЛЬ S

   Источник |       SS       df       MS              Number of obs =     540
-------------+------------------------------           F(  1,    538) =  112.15
     Модель |  19321.5589     1  19321.5589           Prob > F      =  0.0000
  Остаточный |  92688.6722   538  172.283777           R-squared     =  0.1725
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1710
      Всего |  112010.231   539  207.811189           Root MSE      =  13.126

------------------------------------------------------------------------------
    Прибыль |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          S |   2.455321   .2318512    10.59   0.000     1.999876    2.910765
     Минусы |  -13.93347   3.219851    -4.33   0.000    -20.25849   -7.608444
------------------------------------------------------------------------------
```

$$F_{crit,\,0.1\%}(1{,}500)=10.96 \qquad t_{crit,\,0.1\%}(500)=3.31 \qquad 10.96=3.31^2$$

Отношения показаны для уровня значимости 0,1%, но, очевидно, это верно и для любого другого уровня значимости.