


Оптимизационное моделирование в EXCEL

Решение задач с
помощью надстроек
EXCEL: *Поиск решения и
Подбор параметра*

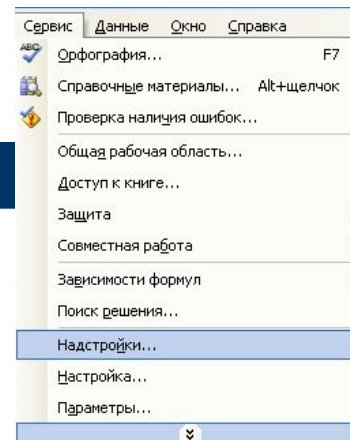


- Возможности электронных таблиц не ограничиваются вычислениям по формулам и построением диаграмм и графиков. С помощью надстроек электронных таблиц можно решать оптимизационные задачи методом подбора параметра и методом поиска решения.

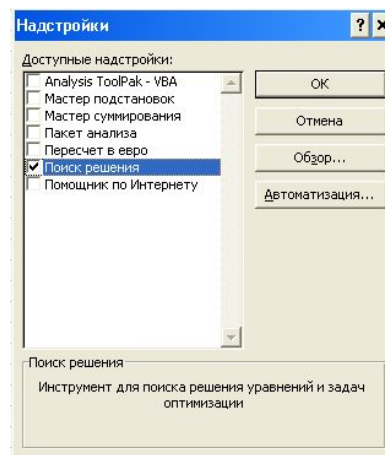
- **Задача оптимизации** – поиск оптимального (наилучшего) решения данной задачи при соблюдении некоторых условий.
- В EXCEL подобные задачи решаются с использованием надстроек.

Установка надстроек:

- Выбрать **Сервис – Надстройки**



- На панели **Надстройки** в списке **Доступные надстройки** выбрать нужные путем установки флажков



- Нажать **OK**

Вопросы:

1. Что такое задача оптимизации?
2. Приведите примеры оптимизационных задач?
3. Необходимы ли специальные способы для решения таких задач?
4. Как установить надстройки в EXCEL?

Надстройка Поиск решения – позволяет решать задачи оптимизационного моделирования.

- Процедура поиска решения позволяет найти оптимальное **значение формулы**, содержащейся в **ячейке**, которая называется **целевой**. Эта процедура работает с группой ячеек связанных с формулой, содержащейся в целевой ячейке. Чтобы получить искомый результат в целевой ячейке, процедура изменяет значения во влияющих ячейках. Для сужения множества значений модели, применяются ограничения.

При решении задач будет руководствоваться следующим алгоритмом:

1. Разобрать условие задачи;
2. Построить математическую модель;
3. Выбрать поисковые переменные;
4. Задать ограничения;
5. Выбрать критерий оптимизации;
6. Решить задачу на компьютере;
7. Проанализировать полученный результат.

Задача №1

- Число 10 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма кубов этих чисел была наибольшей.

Математическая модель

1. Число a ($a \geq 0$),
2. Число b : $10 - a \geq 0$,
3. Выражение $S = a^3 + b^3$ стремится к максимуму.

Поисковые переменные

- a – первое число;

Ограничения

- $a \geq 0$,
- $10 - a \geq 0$.

Критерий оптимизации

- Сумма кубов чисел a и b должна быть максимальной:

$$S = a^3 + b^3 = \max$$

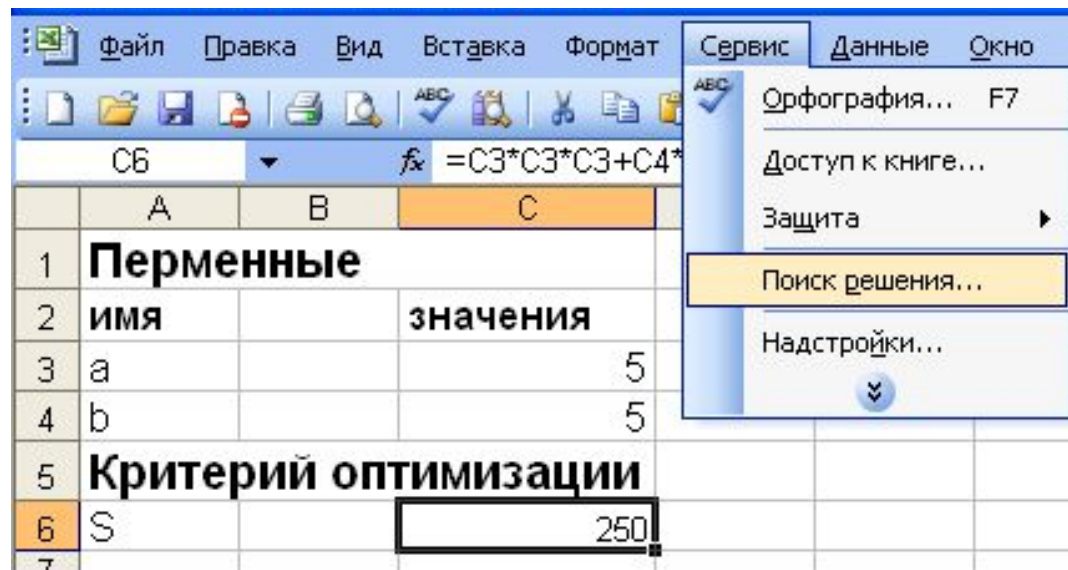
Решение на компьютере

1. Заполним таблицу, указав произвольное значение для поисковой переменной и вычислим значение второй переменной:

	А	В	С
1	Переменные		
2	имя		значения
3	a		5
4	b		5
5	Критерий оптимизации		
6	S		250
7			

2. Найдем оптимальное решение, для этого необходимо:

- Выделить целевую ячейку С6;
- Выбрать *Сервис, Поиск решения*;



- Установить целевую ячейку, равную максимальному значению;
- Указать диапазон изменяемых ячеек;

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Переменные										
2	ИМЯ		значение								
3	a		5								
4	b		5								
5	Критерий оптимизации										
6	S		250								

The Solver dialog box is open, showing the following configuration:

- Поиск решения** (Solver)
- Установить целевую ячейку: $\$C\6
- Равной: максимальному значению значению: 0 минимальному значению
- Изменяя ячейки: $\$C\3
- Ограничения: (empty list)
- Buttons: Выполнить, Закреть, Параметры, Добавить, Изменить, Удалить, Восстановить, Справка

- Выбрать кнопку *Добавить* для записи ограничений;
- После записи ограничения нажать *Добавить*;
- Для последнего ограничения – *ОК*;
- Нажать кнопку *Выполнить*;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Переменные								
2	имя		значение						
3	a		5						
4	b		5						
5	Критерий оптимизации								
6	S		250						
7									
8									
9									
10									

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: Ограничение:

- Выбрать *Тип отчета, Результаты, ОК;*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	Переменные									
	имя		значение							
	a		10							
	b		0							
	Критерий оптимизации									
	S		1000							

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета
Результаты
Устойчивость
Пределы

Сохранить найденное решение
 Восстановить исходные значения

ОК Отмена Сохранить сценарий... Справка

- На новом листе *Отчет по результатам 1* можно увидеть:

	A	B	C	D	E	F	G																		
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам																								
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1																								
3	Отчет создан: 06.04.2009 16:49:07																								
4																									
5																									
6	Целевая ячейка (Максимум)																								
7	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ячейка</th> <th>Имя</th> <th>Исходное значение</th> <th>Результат</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$C\$6</td> <td>S значение</td> <td>250</td> <td>1000</td> </tr> </tbody> </table>							Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	\$C\$6	S значение	250	1000										
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат																						
\$C\$6	S значение	250	1000																						
8																									
9																									
10																									
11	Изменяемые ячейки																								
12	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ячейка</th> <th>Имя</th> <th>Исходное значение</th> <th>Результат</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$C\$3</td> <td>a значение</td> <td>5</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>							Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	\$C\$3	a значение	5	10										
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат																						
\$C\$3	a значение	5	10																						
13																									
14																									
15																									
16	Ограничения																								
17	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ячейка</th> <th>Имя</th> <th>Значение</th> <th>Формула</th> <th>Статус</th> <th>Разница</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$C\$4</td> <td>b значение</td> <td>0</td> <td>\$C\$4>=0</td> <td>связанное</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>\$C\$3</td> <td>a значение</td> <td>10</td> <td>\$C\$3>=0</td> <td>не связан.</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>							Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	\$C\$4	b значение	0	\$C\$4>=0	связанное	0	\$C\$3	a значение	10	\$C\$3>=0	не связан.	10
Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница																				
\$C\$4	b значение	0	\$C\$4>=0	связанное	0																				
\$C\$3	a значение	10	\$C\$3>=0	не связан.	10																				
18																									
19																									
20																									
21																									
22																									
23																									

Анализ результатов

- В электронных таблицах найдено оптимальное решение:

Искомые числа $a = 10$, $b = 0$.

- ✓ Решение задачи в Решение задачи в EXCEL
- ✓ Математическое решение задачи

Задача №2 «Покраска пола»

- Вычислить количество краски для покрытия пола в спортивном зале.

Разбор условия задачи

- Суть задачи в нахождении количества банок краски, для этого необходимо знать:
 1. площадь всего зала;
 2. какую площадь можно покрыть содержимым одной банки.

Построение математической модели

- Измерим длину зала – a м. (пусть $18,1 \leq a \leq 18,3$) и ширину b м. (пусть $7,6 \leq b \leq 7,7$),
- Найдем площадь зала по формуле: $S=ab$,
- Выясним какую площадь S_1 , можно покрыть содержимым одной банки (пусть меньше 10м квадратных),
- Вычислим необходимое количество банок по формуле: $n=S/S_1$.

Выбор поисковых переменных

- a – длина зала,
- b – ширина зала,
- S_1 – площадь, которую можно покрыть одной банкой краски.

Ограничения

- $a \geq 18,1$;
- $a \leq 18,3$;
- $b \geq 7,6$;
- $b \leq 7,7$;
- $S1 \leq 10$.

Критерий оптимизации

- Количество банок должно быть минимальным:

$$n = S/S_1 = \min$$

Решение задачи на компьютере

1. Заполним таблицу, указав произвольные значения для поисковых переменных:

	A	B	C	D
1	Поисковые переменные			
2	имя		значения	
3	a		18,1	
4	b		7,6	
5	S1		10	
6	Критерий оптимизации			
7	n		=C3*C4/C5	
8				

2. Найдем оптимальное решение, для этого:

- Выделить целевую ячейку C7;
- Выбрать *Сервис, Поиск решения*;

The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The active cell is C7, containing the formula $=C3 \cdot C4 / C5$. The Solver Parameters dialog box is open, and the 'Поиск решения...' option is selected. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C
1	Поисковые переменные		
2	имя		значения
3	a		18,1
4	b		7,6
5	S1		10
6	Критерий оптимизации		
7	n		13,756
8			
9			
10			

- Установить целевую ячейку, равную минимальному значению;

- Указать диапазон изменяемых ячеек;

	А	В	С
1	Поисковые переменные		
2	ИМЯ		значение
3	a		18,1
4	b		7,6
5	S1		10
6	Критерий оптимизации		
7	n		13,756
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			

Формула в ячейке C3: $=C3*C4/C5$

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

- Выбрать кнопку *Добавить* для записи ограничений;
- После записи ограничения нажать *Добавить*;
- Для последнего ограничения – *ОК*;
- Нажать кнопку *Выполнить*;

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Поисковые переменные									
2	имя		значение							
3	a		18,1							
4	b		7,6							
5	S1		10							
6	Критерий оптимизации									
7	n		13,756							
8										
9										

The formula bar shows the formula for cell C7: $=C3*C4/C5$.

The 'Добавление ограничения' (Add Constraint) dialog box is open, showing the following configuration:

- Ссылка на ячейку: $\$C\4
- Ограничение: \leq 7,7
- Buttons: ОК, Отмена, Добавить, Справка

- Выбрать *Тип отчета, Результаты, ОК;*

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a linear programming problem. The spreadsheet has columns A through J and rows 1 through 10. The formula bar shows $=C3*C4/C5$. The spreadsheet content is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Поисковые переменные									
2	ИМЯ		значение							
3	a		18,1							
4	b		7,6							
5	S1		10							
6	Критерий оптимизации									
7	n		13,756							
8										
9										
10										

Overlaid on the spreadsheet is the "Результаты поиска решения" (Solution Results) dialog box. The dialog box contains the following text and controls:

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета

- Результаты (selected)
- Устойчивость
- Пределы

Buttons: Сохранить найденное решение, Восстановить исходные значения, OK, Отмена, Сохранить сценарий..., Справка

- На новом листе *Отчет по результатам 1* можно увидеть:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам							
2	Рабочий лист: [Книга2.xls]задача 2							
3	Отчет создан: 06.04.2009 18:22:41							
4								
5								
6	Целевая ячейка (Минимум)							
7		Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
8		\$C\$7	n значение	13,756	13,756			
9								
10								
11	Изменяемые ячейки							
12		Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
13		\$C\$3	a значение	18,1	18,1			
14		\$C\$4	b значение	7,6	7,6			
15								
16								
17	Ограничения							
18		Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	
19		\$C\$3	a значение	18,1	\$C\$3>=18.1	связанное	0	
20		\$C\$4	b значение	7,6	\$C\$4<=7.7	не связан.	0,1	
21		\$C\$4	b значение	7,6	\$C\$4>=7.6	связанное	0	
22		\$C\$3	a значение	18,1	\$C\$3<=18.3	не связан.	0,2	
23								

Анализ результатов

- В электронных таблицах найдено оптимальное решение:

для покраски пола в актовом зале необходимо не более 14 банок.

✓ Решение задачи в Решение задачи в EXCEL

Вопросы

1. Какие задачи можно решать используя надстройку *Поиск решения*?
2. Перечислите этапы решения задач при работе с надстройкой *Поиск решения*?
3. Можно ли в целевой ячейке записать какое-либо значение, а не формулу?
4. Какие возможности дает надстройка *Поиск решения*?
5. Где могут пригодиться функции надстройки *Поиск решения*?

Надстройка Подбор параметра –
изменяет значение в одной ячейке до тех пор, пока формула, зависящая от этой ячейки, не возвратит нужный результат.

- Подбор параметра является частью блока задач, который иногда называют инструментами анализа «что-если» (процесс изменений значений ячеек и анализ влияний этих изменений на результат вычислений формул)

Задача №3

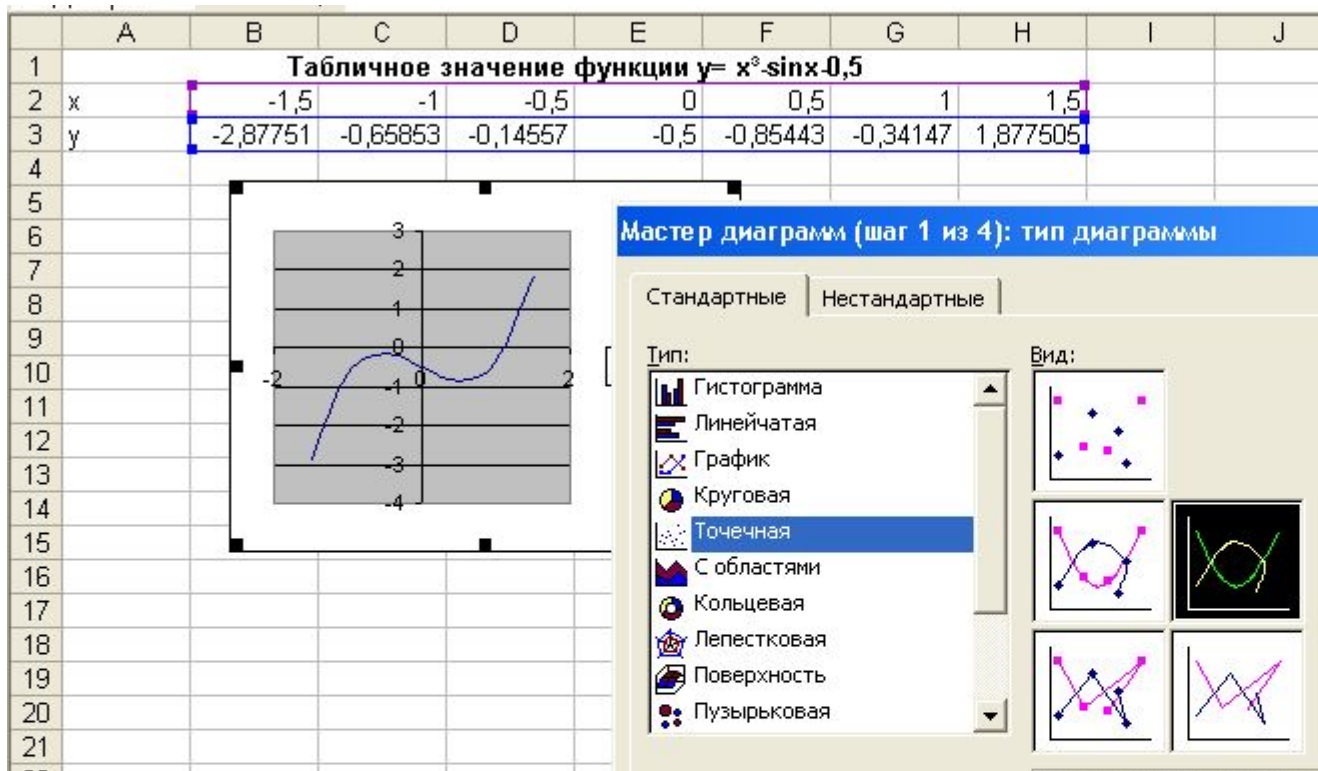
- Решите уравнение

$$x^3 - \sin x - 0,5 = 0.$$

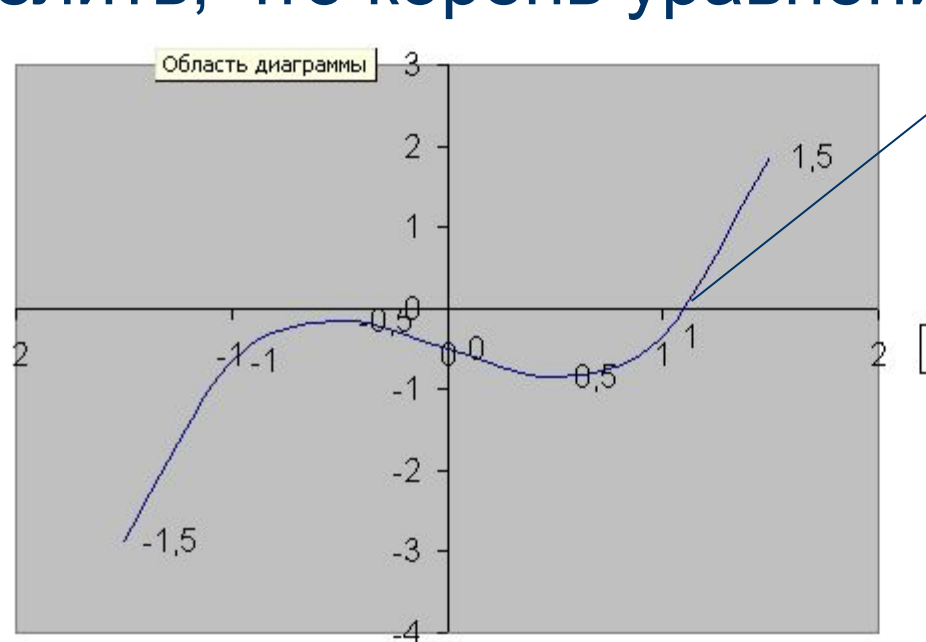
Математическая модель

- Для решения подобных уравнений действуют по следующему алгоритму:
 1. составляют таблицу значений функции $y = x^3 - \sin x - 0,5$;
 2. Строят график, который позволит определить значение аргумента x при $y = 0$.

- Построим график по значениям таблицы

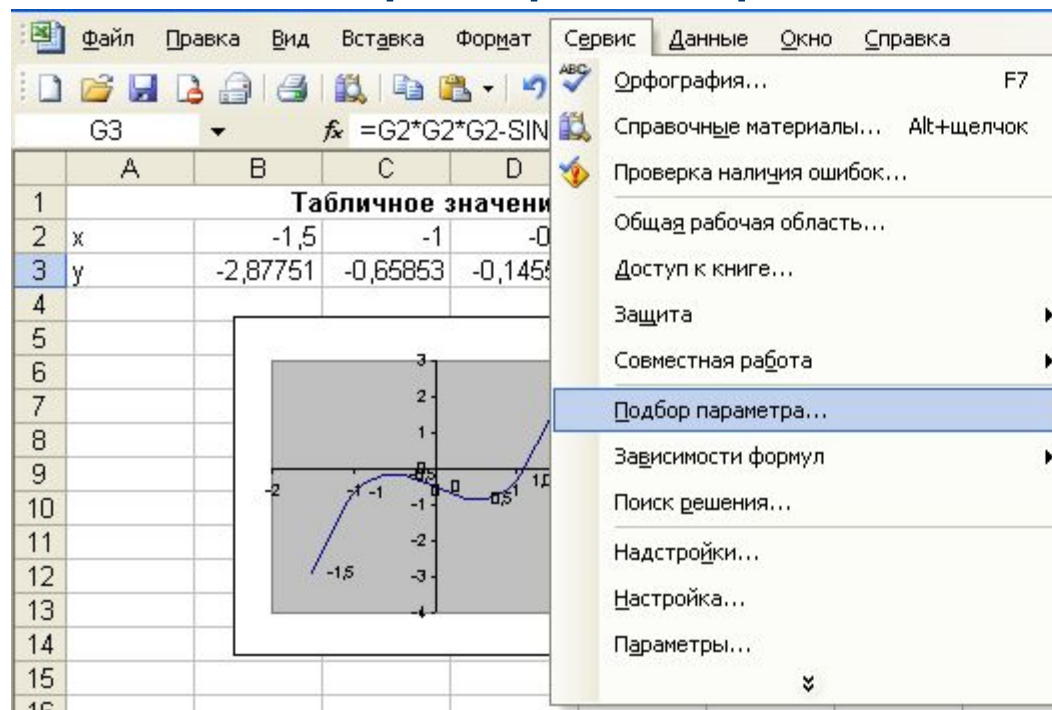


- По графику приближенно можно определить, что корень уравнения $x \approx 1$



Методом *подбора параметра* вычислим значение x с точностью до 5 знаков после запятой:

1. Сервис – Подбор параметра

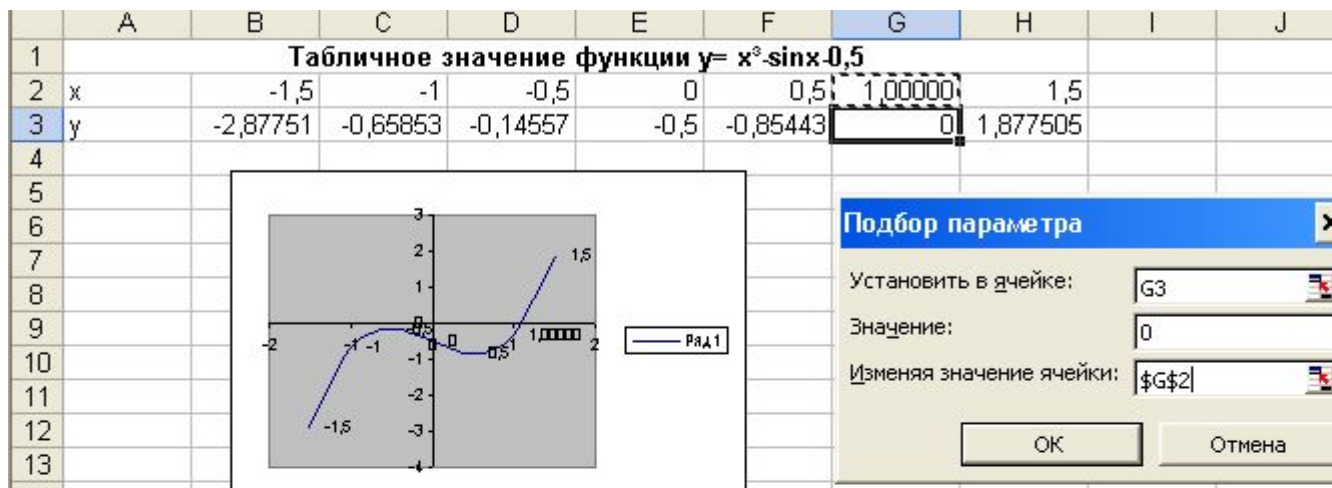


The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The 'Сервис' (Tools) menu is open, and the 'Подбор параметра...' (Goal Seek) option is highlighted. The spreadsheet displays a table of values for x and y, and a graph of the function $y = G2^2 * G2^2 * G2 - \sin(x)$.

	A	B	C	D
1	Табличное значение			
2	x	-1,5	-1	-0,5
3	y	-2,87751	-0,65853	-0,1456
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				

The graph shows the function $y = G2^2 * G2^2 * G2 - \sin(x)$ plotted against x. The x-axis ranges from -2 to 1, and the y-axis ranges from -4 to 3. The curve is a cubic function with a local minimum at approximately x = -1,5 and a local maximum at approximately x = -0,5. The data points from the table are plotted on the graph.

2. Установим значение функции $y=0$ изменяя значение аргумента



- Нажмем ОК и на панели Результат подбора параметра будет выведена информация о величине подбираемого и подобранного значений, а в таблице изменятся значения аргумента и функции

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Табличное значение функции $y = x^2 \cdot \sin x - 0,5$							
2	x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1,1854	1,5
3	y	-2,87751	-0,65853	-0,14557	-0,5	-0,85443	0	1,877505
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								

Результат подбора параметра [X]

Подбор параметра для ячейки G3.
Решение найдено.

Подбираемое значение: 0
Текущее значение: 0

OK
Отмена
Шаг
Пауза

- В ячейке G2 появится искомое значение аргумента, с заданной точностью

$$x=1,11854$$

✓ Решение в Решение в EXCEL

Задача №4

- Заведующий больницей должен составить штатное расписание: сколько сотрудников, на какие должности и с каким окладом принять на работу. Общий месячный фонд зарплаты составляет 10000 у.е. Известно, что для нормальной работы больницы нужно 5 — 7 санитарок, 8—10 медсестер, 10—12 врачей, 1 зав. Аптекой, 3 зав. Отделениями, 1 главный врач, 1 завхоз, 1 зав. Больницей. Совет решил, беря за основу оклад санитарки, что *медсестра* должна получать в 1,5 раза больше санитарки *врач* в 3 раза больше санитарки; *зав. отделением* — на 30 у.е. больше, чем врач; *зав. аптекой* — в 2 раза больше санитарки; *завхоз* — на 40 у.е. больше медсестры; *главный врач* — в 4 раза больше санитарки; *зав. больницей* — на 20 у.е. больше главного врача. Составьте штатное расписание больницы.

Математическая модель

- Так как за основу взять оклад санитарки, тогда рассчитаем зарплаты сотрудников по следующей формуле: $AC + B$, где C — оклад санитарки, A и B — коэффициенты, которые определены решением совета.
- Для медсестры $A=1,5$, $B=0$, и т.д.
- Необходимо уложиться в фонд зарплаты, изменяя оклад санитарки.

- Заполним следующую таблицу, установив значение оклада санитарки 150 у.ед.:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата		з/плата санитарки
2	A	B						150
3	1	0	санитарка					
4	1,5	0	медсестра					
5	3	0	врач					
6	3	30	зав. отделением					
7	2	0	зав. аптекой					
8	1,5	40	завхоз					
9	4	0	главврач					
10	4	20	зав. больницей					
11			суммарный месячный фонд з/платы					

Заполним столбцы D, E, F

D3 $\text{fx} = A3*\$H\$2+B3$

	A	B	C	D	E	F
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата
2	A	B				
3	1	0	санитарка	150	5	
4	1,5	0	медсестра	225	8	
5	3	0	врач	450	10	
6	3	30	зав. отделением	480	3	
7	2	0	зав. аптекой	300	1	
8	1,5	40	завхоз	265	1	
9	4	0	главврач	600	1	
10	4	20	зав. больницей	620	1	
11			суммарный месячный фонд з/платы			

F3 $\text{fx} = D3*E3$

	A	B	Строка формул	D	E	F
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата
2	A	B				
3	1	0	санитарка	150	5	750
4	1,5	0	медсестра	225	8	1800
5	3	0	врач	450	10	4500
6	3	30	зав. отделением	480	3	1440
7	2	0	зав. аптекой	300	1	300
8	1,5	40	завхоз	265	1	265
9	4	0	главврач	600	1	600
10	4	20	зав. больницей	620	1	620
			суммарный			

Используя **Сервис – Подбор параметра**, установим значение фонда заработной платы равным 10 000 у.ед., изменяя оклад санитарки

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата		з/плата санитарки		
2	A	B						150		
3	1	0	санитарка	150	5	750				
4	1,5	0	медсестра	225	8	1800				
5	3	0	врач	450	10	4500				
6	3	30	зав.отделением	480	3	1440				
7	2	0	зав.аптекой	300	1	300				
8	1,5	40	завхоз	265	1	265				
9	4	0	главврач	600	1	600				
10	4	20	зав.больницей	620	1	620				
11			суммарный месячный фонд з/платы			10275				
12										

Подбор параметра [X]

Установить в ячейке: F11

Значение: 10000

Изменяя значение ячейки: \$H\$2

OK Отмена

Получим следующее штатное расписание:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата		з/плата санитарки			
2	A	B						145,9259259			
3	1	0	санитарка	145,9259259	5	729,6296296					
4	1,5	0	медсестра	218,8888889	8	1751,111111					
5	3	0	врач	437,7777778	10	4377,777778					
6	3	30	зав.отделением	467,7777778	3	1403,333333					
7	2	0	зав.аптекой	291,8518519	1	291,8518519					
8	1,5	40	завхоз	258,8888889	1	258,8888889					
9	4	0	главврач	583,7037037	1	583,7037037					
10	4	20	зав.больницей	603,7037037	1	603,7037037					
11			суммарный месячный фонд з/платы			10000					

Результат подбора параметра ✕

Подбор параметра для ячейки F11.
Решение найдено.

Подбираемое значение: 10000
Текущее значение: 10000

- Изменяя количество сотрудников, можно составить несколько вариантов штатного расписания
- ✓ Решение в Решение в EXCEL

Вопросы

1. Какие задачи можно решать используя надстройку *Подбор параметра*?
2. Какие возможности дает надстройка *Подбор параметра*?
3. Где могут пригодиться функции надстройки *Подбор параметра*?
4. Пригодится ли вам и где материал данной презентации?