

Оптимизационное моделирование в EXCEL

Решение задач с
помощью надстроек
EXCEL: *Поиск решения и
Подбор параметра*

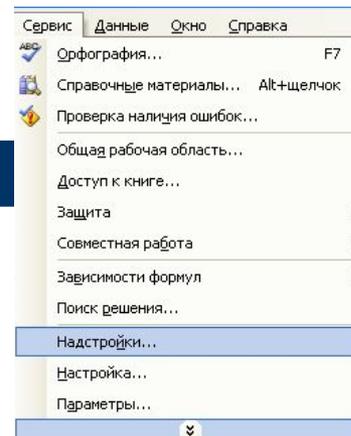


- Возможности электронных таблиц не ограничиваются вычислениям по формулам и построением диаграмм и графиков. С помощью надстроек электронных таблиц можно решать оптимизационные задачи методом подбора параметра и методом поиска решения.

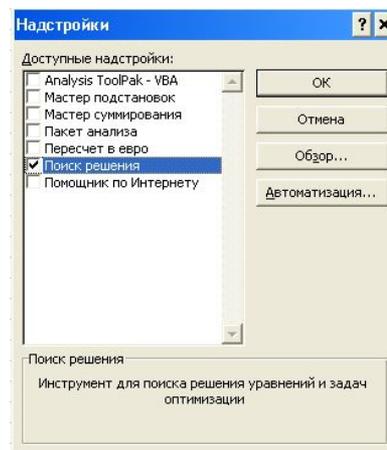
- **Задача оптимизации** – поиск оптимального (наилучшего) решения данной задачи при соблюдении некоторых условий.
- В EXCEL подобные задачи решаются с использованием надстроек.

Установка надстроек:

- Выбрать **Сервис – Надстройки**



- На панели **Надстройки** в списке **Доступные надстройки** выбрать нужные путем установки флажков



- Нажать **OK**

Вопросы:

1. Что такое задача оптимизации?
2. Приведите примеры оптимизационных задач?
3. Необходимы ли специальные способы для решения таких задач?
4. Как установить надстройки в EXCEL?

Надстройка Поиск решения – позволяет решать задачи оптимизационного моделирования.

- Процедура поиска решения позволяет найти оптимальное **значение формулы**, содержащейся в **ячейке**, которая называется **целевой**. Эта процедура работает с группой ячеек связанных с формулой, содержащейся в целевой ячейке. Чтобы получить искомый результат в целевой ячейке, процедура изменяет значения во влияющих ячейках. Для сужения множества значений модели, применяются ограничения.

**При решении задач будет
руководствоваться следующим
алгоритмом:**

1. Разобрать условие задачи;
2. Построить математическую модель;
3. Выбрать поисковые переменные;
4. Задать ограничения;
5. Выбрать критерий оптимизации;
6. Решить задачу на компьютере;
7. Проанализировать полученный результат.

Задача №1

- Число 10 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма кубов этих чисел была наибольшей.

Математическая модель

1. Число a ($a \geq 0$),
2. Число b : $10 - a \geq 0$,
3. Выражение $S = a^3 + b^3$ стремится к максимуму.

Поисковые переменные

- a – первое число;

Ограничения

- $a \geq 0$,
- $10 - a \geq 0$.

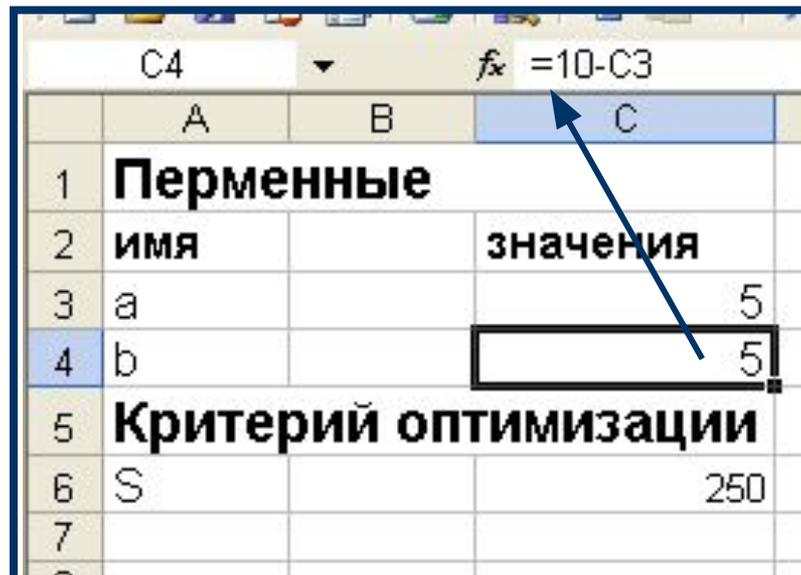
Критерий оптимизации

- Сумма кубов чисел a и b должна быть максимальной:

$$S = a^3 + b^3 = \max$$

Решение на компьютере

1. Заполним таблицу, указав произвольное значение для поисковой переменной и вычислим значение второй переменной:



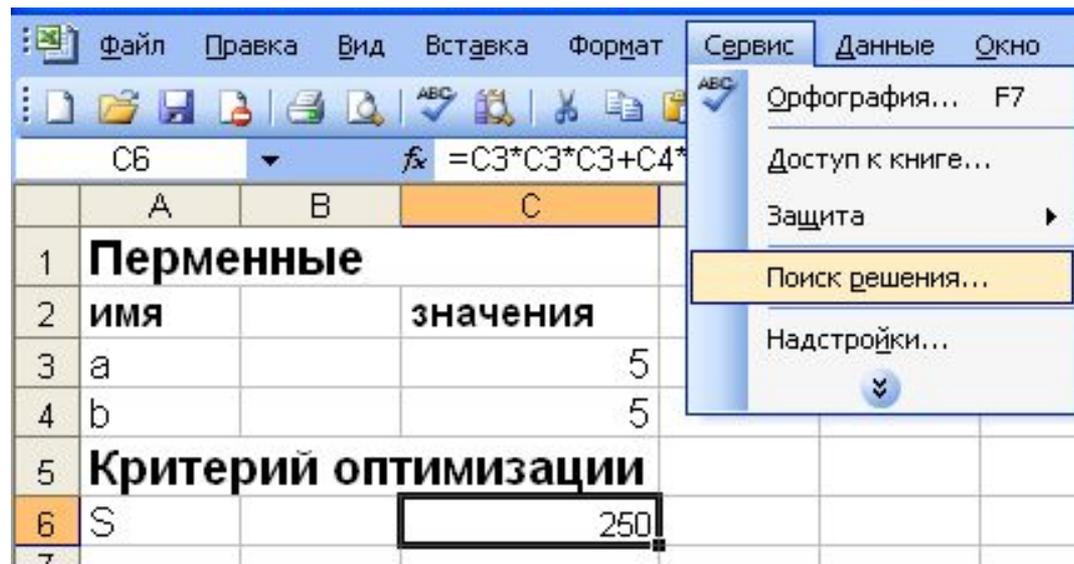
The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	А	В	С
1	Переменные		
2	имя		значения
3	а		5
4	б		5
5	Критерий оптимизации		
6	S		250
7			

The formula bar at the top shows the formula $=10-C3$ for cell C4. A blue arrow points from the formula bar to cell C4. Cell C4 is highlighted in blue. Cell C3 is highlighted in yellow. Cell C4 contains the value 5.

2. Найдем оптимальное решение, для этого необходимо:

- Выделить целевую ячейку С6;
- Выбрать *Сервис, Поиск решения*;



- Установить целевую ячейку, равную максимальному значению;
- Указать диапазон изменяемых ячеек;

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Переменные										
2	ИМЯ		значение								
3	a		5								
4	b		5								
5	Критерий оптимизации										
6	S		250								

The Solver dialog box is open, showing the following configuration:

- Поиск решения** (Solver)
- Установить целевую ячейку: $\$C\6
- Равной: максимальному значению значению: 0 минимальному значению
- Изменяя ячейки: $\$C\3
- Ограничения: (empty list)
- Buttons: Выполнить, Закреть, Параметры, Добавить, Изменить, Удалить, Восстановить, Справка

- Выбрать кнопку *Добавить* для записи ограничений;
- После записи ограничения нажать *Добавить*;
- Для последнего ограничения – *ОК*;
- Нажать кнопку *Выполнить*;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Переменные								
2	имя		значение						
3	a		5						
4	b		5						
5	Критерий оптимизации								
6	S		250						
7									
8									
9									
10									

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: Ограничение:

>=

- Выбрать *Тип отчета, Результаты, ОК;*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	Переменные									
	ИМЯ		значение							
	a		10							
	b		0							
	Критерий оптимизации									
	S		1000							

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета
Результаты
Устойчивость
Пределы

Сохранить найденное решение
 Восстановить исходные значения

ОК Отмена Сохранить сценарий... Справка

- На новом листе *Отчет по результатам 1* можно увидеть:

	A	B	C	D	E	F	G																		
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам																								
2	Рабочий лист: [Книга1]Лист1																								
3	Отчет создан: 06.04.2009 16:49:07																								
4																									
5																									
6	Целевая ячейка (Максимум)																								
7	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ячейка</th> <th>Имя</th> <th>Исходное значение</th> <th>Результат</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$C\$6</td> <td>S значение</td> <td>250</td> <td>1000</td> </tr> </tbody> </table>							Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	\$C\$6	S значение	250	1000										
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат																						
\$C\$6	S значение	250	1000																						
8																									
9																									
10																									
11	Изменяемые ячейки																								
12	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ячейка</th> <th>Имя</th> <th>Исходное значение</th> <th>Результат</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$C\$3</td> <td>a значение</td> <td>5</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>							Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	\$C\$3	a значение	5	10										
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат																						
\$C\$3	a значение	5	10																						
13																									
14																									
15																									
16	Ограничения																								
17	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ячейка</th> <th>Имя</th> <th>Значение</th> <th>Формула</th> <th>Статус</th> <th>Разница</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$C\$4</td> <td>b значение</td> <td>0</td> <td>\$C\$4>=0</td> <td>связанное</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>\$C\$3</td> <td>a значение</td> <td>10</td> <td>\$C\$3>=0</td> <td>не связан.</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>							Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	\$C\$4	b значение	0	\$C\$4>=0	связанное	0	\$C\$3	a значение	10	\$C\$3>=0	не связан.	10
Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница																				
\$C\$4	b значение	0	\$C\$4>=0	связанное	0																				
\$C\$3	a значение	10	\$C\$3>=0	не связан.	10																				
18																									
19																									
20																									
21																									
22																									
23																									

Анализ результатов

- В электронных таблицах найдено оптимальное решение:

Искомые числа $a = 10$, $b = 0$.

- ✓ Решение задачи в Решение задачи в EXCEL
- ✓ Математическое решение задачи

Задача №2 «Покраска пола»

- Вычислить количество краски для покрытия пола в спортивном зале.

Разбор условия задачи

- Суть задачи в нахождении количества банок краски, для этого необходимо знать:
 1. площадь всего зала;
 2. какую площадь можно покрыть содержимым одной банки.

Построение математической модели

- Измерим длину зала – a м. (пусть $18,1 \leq a \leq 18,3$) и ширину b м. (пусть $7,6 \leq b \leq 7,7$),
- Найдем площадь зала по формуле: $S=ab$,
- Выясним какую площадь S_1 , можно покрыть содержимым одной банки (пусть меньше 10м квадратных),
- Вычислим необходимое количество банок по формуле: $n=S/S_1$.

Выбор поисковых переменных

- a – длина зала,
- b – ширина зала,
- S_1 – площадь, которую можно покрыть одной банкой краски.

Ограничения

- $a \geq 18,1$;
- $a \leq 18,3$;
- $b \geq 7,6$;
- $b \leq 7,7$;
- $S1 \leq 10$.

Критерий оптимизации

- Количество банок должно быть минимальным:

$$n = S/S_1 = \min$$

Решение задачи на компьютере

1. Заполним таблицу, указав произвольные значения для поисковых переменных:

	A	B	C	D
1	Поисковые перменные			
2	имя		значения	
3	a		18,1	
4	b		7,6	
5	S1		10	
6	Критерий оптимизации			
7	n		=C3*C4/C5	
8				

2. Найдем оптимальное решение, для этого:

- Выделить целевую ячейку C7;
- Выбрать *Сервис, Поиск решения*;

The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The 'Сервис' (Tools) menu is open, and 'Поиск решения...' (Solve) is highlighted. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C
1	Поисковые переменные		
2	имя		значения
3	a		18,1
4	b		7,6
5	S1		10
6	Критерий оптимизации		
7	n		13,756
8			
9			
10			

- Установить целевую ячейку, равную минимальному значению;

- Указать диапазон изменяемых ячеек;

	А	В	С
1	Поисковые переменные		
2	ИМЯ		значение
3	a		18,1
4	b		7,6
5	S1		10
6	Критерий оптимизации		
7	n		13,756
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			

Формула в ячейке C3: $=C3*C4/C5$

Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки: 

Ограничения:

- Выбрать кнопку *Добавить* для записи ограничений;
- После записи ограничения нажать *Добавить*;
- Для последнего ограничения – *ОК*;
- Нажать кнопку *Выполнить*;

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Поисковые переменные									
2	имя		значение							
3	a		18,1							
4	b		7,6							
5	S1		10							
6	Критерий оптимизации									
7	n		13,756							
8										
9										

The formula bar shows the formula for cell C7: $=C3*C4/C5$.

The 'Добавление ограничения' (Add Constraint) dialog box is open, showing the following configuration:

- Ссылка на ячейку: $\$C\4
- Ограничение: \leq 7,7
- Buttons: ОК, Отмена, Добавить, Справка

- Выбрать *Тип отчета, Результаты, ОК;*

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a linear programming problem. The spreadsheet has columns A through J and rows 1 through 10. The formula bar shows the formula $=C3*C4/C5$. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Поисковые переменные									
2	ИМЯ		значение							
3	a		18,1							
4	b		7,6							
5	S1		10							
6	Критерий оптимизации									
7	n		13,756							
8										
9										
10										

Overlaid on the spreadsheet is the "Результаты поиска решения" (Solution Results) dialog box. The dialog box has a blue title bar and a close button (X) in the top right corner. The main text reads: "Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены." (Solution found. All constraints and optimality conditions are satisfied). Below this text are two radio buttons: "Сохранить найденное решение" (Save found solution) which is selected, and "Восстановить исходные значения" (Restore original values). To the right of these buttons is a "Тип отчета" (Report type) dropdown menu with three options: "Результаты" (Results), "Устойчивость" (Sensitivity), and "Пределы" (Limits). At the bottom of the dialog box are four buttons: "ОК" (OK), "Отмена" (Cancel), "Сохранить сценарий..." (Save scenario...), and "Справка" (Help).

- На новом листе *Отчет по результатам 1* можно увидеть:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам							
2	Рабочий лист: [Книга2.xls]задача 2							
3	Отчет создан: 06.04.2009 18:22:41							
4								
5								
6	Целевая ячейка (Минимум)							
7		Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
8		\$C\$7	n значение	13,756	13,756			
9								
10								
11	Изменяемые ячейки							
12		Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
13		\$C\$3	a значение	18,1	18,1			
14		\$C\$4	b значение	7,6	7,6			
15								
16								
17	Ограничения							
18		Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	
19		\$C\$3	a значение	18,1	\$C\$3>=18.1	связанное	0	
20		\$C\$4	b значение	7,6	\$C\$4<=7.7	не связан.	0,1	
21		\$C\$4	b значение	7,6	\$C\$4>=7.6	связанное	0	
22		\$C\$3	a значение	18,1	\$C\$3<=18.3	не связан.	0,2	
23								

Анализ результатов

- В электронных таблицах найдено оптимальное решение:

для покраски пола в актовом зале необходимо не более 14 банок.

✓ Решение задачи в Решение задачи в EXCEL

Вопросы

1. Какие задачи можно решать используя надстройку *Поиск решения*?
2. Перечислите этапы решения задач при работе с надстройкой *Поиск решения*?
3. Можно ли в целевой ячейке записать какое-либо значение, а не формулу?
4. Какие возможности дает надстройка *Поиск решения*?
5. Где могут пригодиться функции надстройки *Поиск решения*?

Надстройка Подбор параметра –
изменяет значение в одной ячейке до тех пор, пока формула, зависящая от этой ячейки, не возвратит нужный результат.

- Подбор параметра является частью блока задач, который иногда называют инструментами анализа «что-если» (процесс изменений значений ячеек и анализ влияний этих изменений на результат вычислений формул)

Задача №3

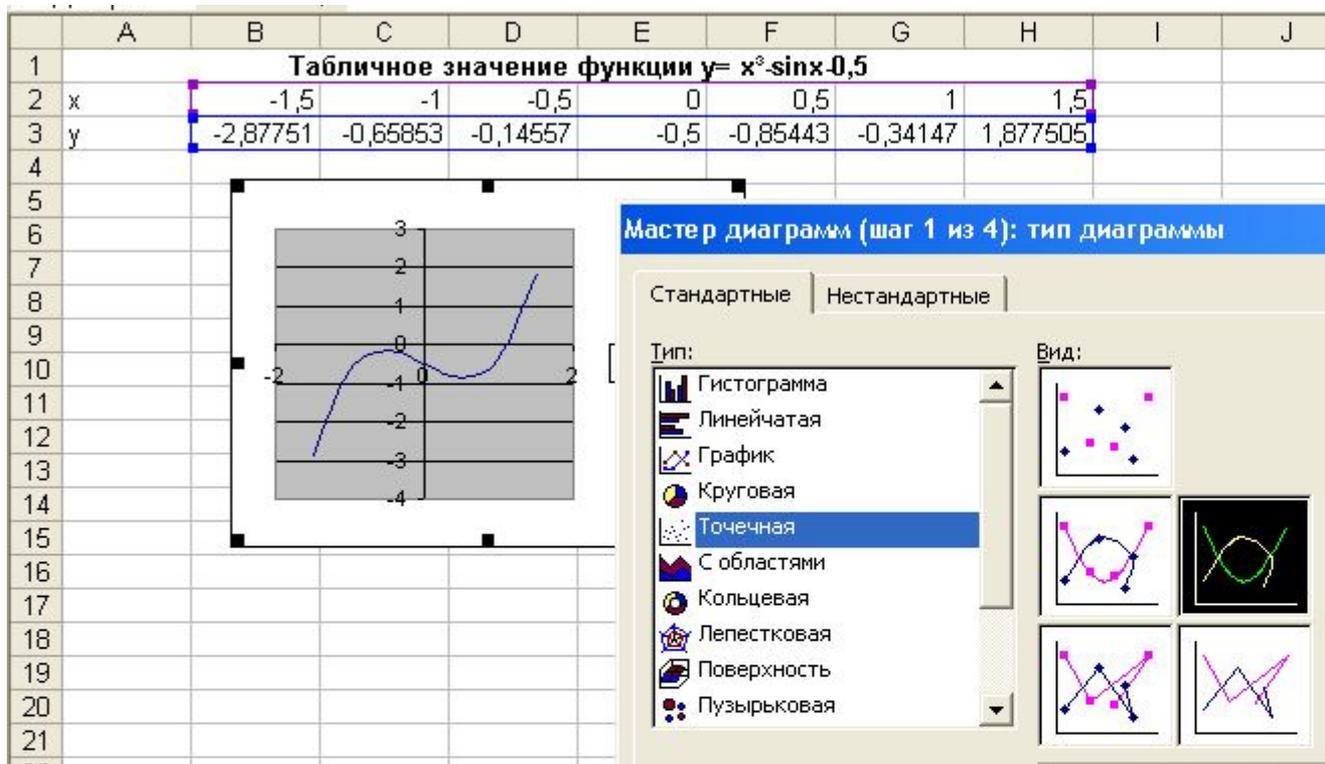
- Решите уравнение

$$x^3 - \sin x - 0,5 = 0.$$

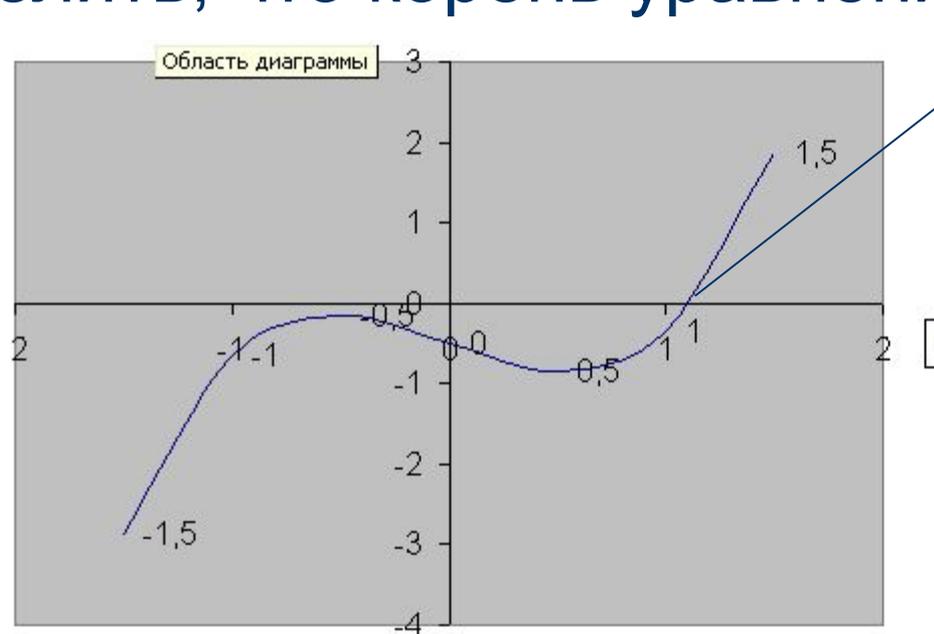
Математическая модель

- Для решения подобных уравнений действуют по следующему алгоритму:
 1. составляют таблицу значений функции $y = x^3 - \sin x - 0,5$;
 2. Строят график, который позволит определить значение аргумента x при $y=0$.

- Построим график по значениям таблицы

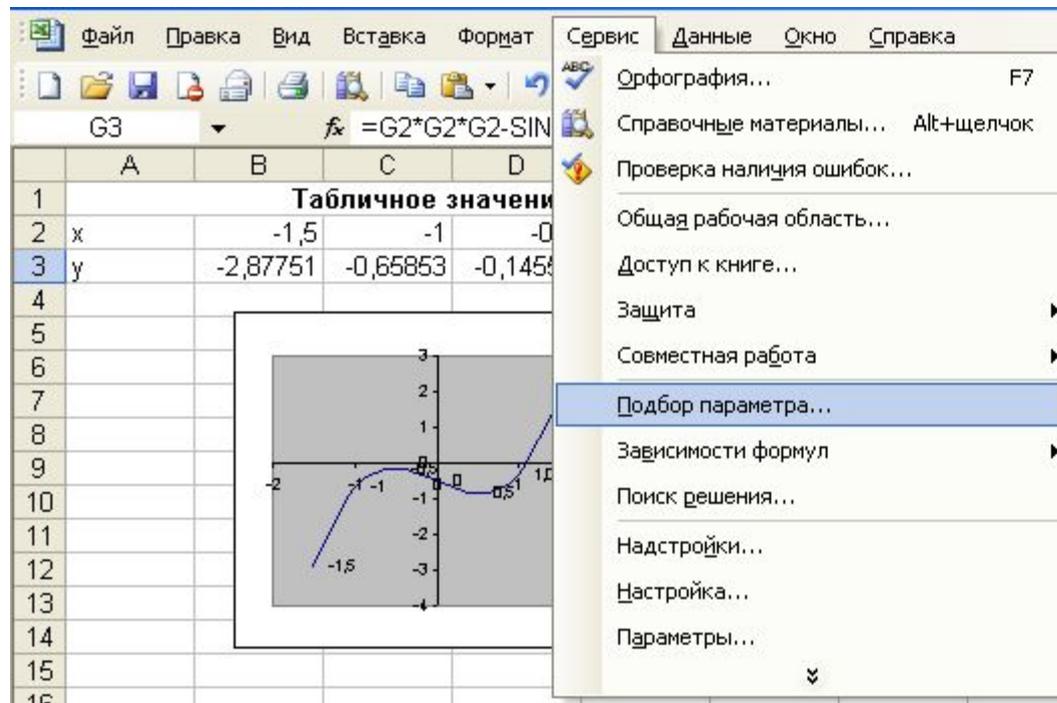


- По графику приближенно можно определить, что корень уравнения $x \approx 1$



Методом *подбора параметра* вычислим значение x с точностью до 5 знаков после запятой:

1. Сервис – Подбор параметра

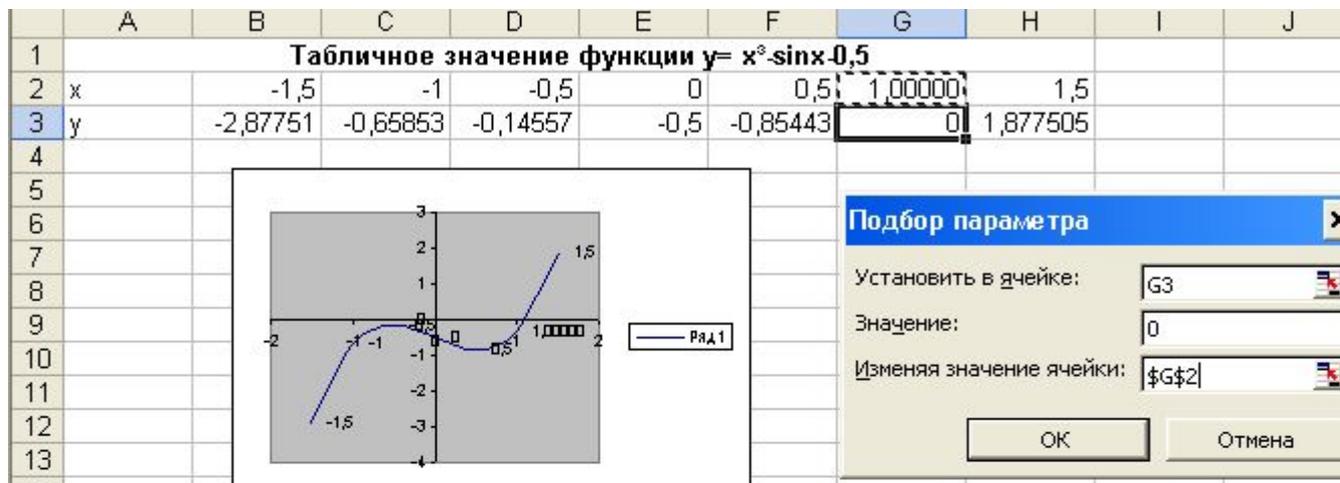


The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The 'Сервис' (Tools) menu is open, and the 'Подбор параметра...' (Goal Seek) option is highlighted. The spreadsheet displays a table of values for x and y, and a graph of the function $y = G2^2 * G2^2 * G2 - \sin(x)$.

	A	B	C	D
1	Табличное значение			
2	x	-1,5	-1	-0,5
3	y	-2,87751	-0,65853	-0,1456
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				

The graph shows the function $y = G2^2 * G2^2 * G2 - \sin(x)$ plotted against x. The x-axis ranges from -2 to 1, and the y-axis ranges from -4 to 3. The curve is a cubic function with a local minimum at approximately x = -1,5 and a local maximum at approximately x = -0,5. The data points from the table are plotted on the graph.

2. Установим значение функции $y=0$ изменяя значение аргумента



- Нажмем ОК и на панели Результат подбора параметра будет выведена информация о величине подбираемого и подобранного значений, а в таблице изменятся значения аргумента и функции

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Табличное значение функции $y = x^2 \cdot \sin x - 0,5$							
2	x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1,11854	1,5
3	y	-2,87751	-0,65853	-0,14557	-0,5	-0,85443	0	1,877505
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								

Результат подбора параметра [X]

Подбор параметра для ячейки G3.
Решение найдено.

Подбираемое значение: 0
Текущее значение: 0

OK
Отмена
Шаг
Пауза

- В ячейке G2 появится искомое значение аргумента, с заданной точностью

$$x=1,11854$$

✓ Решение в Решение в EXCEL

Задача №4

- Заведующий больницей должен составить штатное расписание: сколько сотрудников, на какие должности и с каким окладом принять на работу. Общий месячный фонд зарплаты составляет 10000 у.е. Известно, что для нормальной работы больницы нужно 5 — 7 санитарок, 8—10 медсестер, 10—12 врачей, 1 зав. Аптекой, 3 зав. Отделениями, 1 главный врач, 1 завхоз, 1 зав. Больницей. Совет решил, беря за основу оклад санитарки, что *медсестра* должна получать в 1,5 раза больше санитарки *врач* в 3 раза больше санитарки; *зав. отделением* — на 30 у.е. больше, чем врач; *зав. аптекой* — в 2 раза больше санитарки; *завхоз* — на 40 у.е. больше медсестры; *главный врач* — в 4 раза больше санитарки; *зав. больницей* — на 20 у.е. больше главного врача. Составьте штатное расписание больницы.

Математическая модель

- Так как за основу взять оклад санитарки, тогда рассчитаем зарплаты сотрудников по следующей формуле: $AC + B$, где C — оклад санитарки, A и B — коэффициенты, которые определены решением совета.
- Для медсестры $A=1,5$, $B=0$, и т.д.
- Необходимо уложиться в фонд зарплаты, изменяя оклад санитарки.

- Заполним следующую таблицу, установив значение оклада санитарки 150 у.ед.:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата		з/плата санитарки
2	A	B						150
3	1	0	санитарка					
4	1,5	0	медсестра					
5	3	0	врач					
6	3	30	зав. отделением					
7	2	0	зав. аптекой					
8	1,5	40	завхоз					
9	4	0	главврач					
10	4	20	зав. больницей					
11			суммарный месячный фонд з/платы					

Заполним столбцы D, E, F

D3 $\text{fx} = A3*\$H\$2+B3$

	A	B	C	D	E	F
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата
2	A	B				
3	1	0	санитарка	150	5	
4	1,5	0	медсестра	225	8	
5	3	0	врач	450	10	
6	3	30	зав. отделением	480	3	
7	2	0	зав. аптекой	300	1	
8	1,5	40	завхоз	265	1	
9	4	0	главврач	600	1	
10	4	20	зав. больницей	620	1	
11			суммарный месячный фонд з/платы			

F3 $\text{fx} = D3*E3$

	A	B	Строка формул	D	E	F
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата
2	A	B				
3	1	0	санитарка	150	5	750
4	1,5	0	медсестра	225	8	1800
5	3	0	врач	450	10	4500
6	3	30	зав. отделением	480	3	1440
7	2	0	зав. аптекой	300	1	300
8	1,5	40	завхоз	265	1	265
9	4	0	главврач	600	1	600
10	4	20	зав. больницей	620	1	620
			суммарный			

Используя **Сервис – Подбор параметра**, установим значение фонда заработной платы равным 10 000 у.ед., изменяя оклад санитарки

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата		з/плата санитарки		
2	A	B						150		
3	1	0	санитарка	150	5	750				
4	1,5	0	медсестра	225	8	1800				
5	3	0	врач	450	10	4500				
6	3	30	зав.отделением	480	3	1440				
7	2	0	зав.аптекой	300	1	300				
8	1,5	40	завхоз	265	1	265				
9	4	0	главврач	600	1	600				
10	4	20	зав.больницей	620	1	620				
11			суммарный месячный фонд з/платы			10275				
12										

Подбор параметра [X]

Установить в ячейке: F11

Значение: 10000

Изменяя значение ячейки: \$H\$2

OK Отмена

Получим следующее штатное расписание:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	коэф.	коэф.	должность	зарплата сотрудника	количество сотрудников	сумм. з/плата		з/плата санитарки			
2	A	B						145,9259259			
3	1	0	санитарка	145,9259259	5	729,6296296					
4	1,5	0	медсестра	218,8888889	8	1751,111111					
5	3	0	врач	437,7777778	10	4377,777778					
6	3	30	зав.отделением	467,7777778	3	1403,333333					
7	2	0	зав.аптекой	291,8518519	1	291,8518519					
8	1,5	40	завхоз	258,8888889	1	258,8888889					
9	4	0	главврач	583,7037037	1	583,7037037					
10	4	20	зав.больницей	603,7037037	1	603,7037037					
11			суммарный месячный фонд з/платы			10000					

Результат подбора параметра ✕

Подбор параметра для ячейки F11.
Решение найдено.

Подбираемое значение: 10000
Текущее значение: 10000

- Изменяя количество сотрудников, можно составить несколько вариантов штатного расписания
- ✓ Решение в Решение в EXCEL

Вопросы

1. Какие задачи можно решать используя надстройку *Подбор параметра*?
2. Какие возможности дает надстройка *Подбор параметра*?
3. Где могут пригодиться функции надстройки *Подбор параметра*?
4. Пригодится ли вам и где материал данной презентации?