



«Методы и алгоритмы  
цифровой обработки сигналов  
на базе MATLAB»

*Методы непараметрического  
спектрального анализа.*

*Метод Блэкмана-Тьюки*

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры  
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

# МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (1)

- 1) **Метод Блэкмана-Тьюки** основан на использовании **теоремы Винера-Хинчина**.
- 2) **Теорема Винера-Хинчина**: спектральная плотность мощности (СПМ) представляет собой **фурье-изображение автокорреляционной функции (АКФ)** последовательности  **$x(n)$**  бесконечной длины

$$S(\omega) = \frac{1}{f_D} \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_x(m) e^{-j\omega m T}$$

$f_D$  – частота дискретизации

## МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (2)

3) При **конечной** длине  $N$  формула приобретает вид:

$$\hat{S}(\omega) = \frac{1}{f_D} \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \hat{R}_x(m) e^{-j\omega m T}$$

$\hat{R}_x(m)$  — оценка АКФ

4) АКФ является **четной функцией** длины  $L=2N-1$ .

5) АКФ является центрированной относительно  $m=0$  (четная функция **сдвига**  $m$ ).

6) Метод назван по именам **Блэкмана** и **Тьюки** в силу следующих предложений:

## МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (3)

- при **быстро затухающей оценке АКФ** ограничить максимальный сдвиг по времени значением
 
$$N_1 = \text{int}(N/10)$$
- использовать **весовую функцию (окно)** для уменьшения эффекта растекания спектра при вычислении оценки СПМ с помощью ДПФ, за счет чего достигается **сглаживание оценки СПМ**.

$$\hat{S}_{BT}(\omega) = \frac{1}{f_D} \sum_{m=-(N_1-1)}^{N_1-1} \hat{R}_x(m) w(m) e^{-j\omega m T}$$

$\hat{R}_x(m)$  — оценка АКФ



## МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (4)

1) **длина оценки** определяется как

$$L_1 = 2N_1 - 1$$

$$N_1 = \text{int}(N / 10)$$

2) **в данном методе** может использоваться:

- **несмещенная** оценка АКФ;
- **смещенная** оценка АКФ.

3) **Смещенная оценка АКФ** гарантирует неотрицательность оценки СПМ.

4) **Использование несмещенной оценки** может приводить к отрицательной оценке СПМ.

## МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (5)

5) при выполнении условия

$$N_1 \ll N$$

смещение в оценке АКФ является **незначительным**.

б) **отрицательность** оценки СПМ может быть также связана с неудачным выбором окна  $w(m)$ .

7) **отрицательные** оценки СПМ могут получиться для:

- окна Дирихле;
- окна Хэмминга;
- окна Хэннинга;
- окна Кайзера.

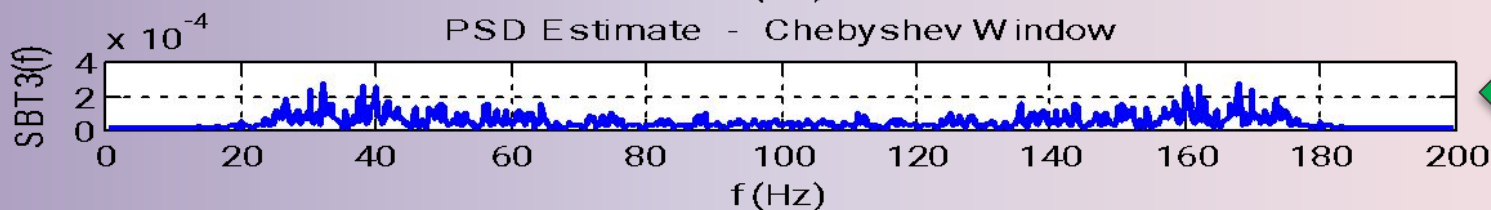
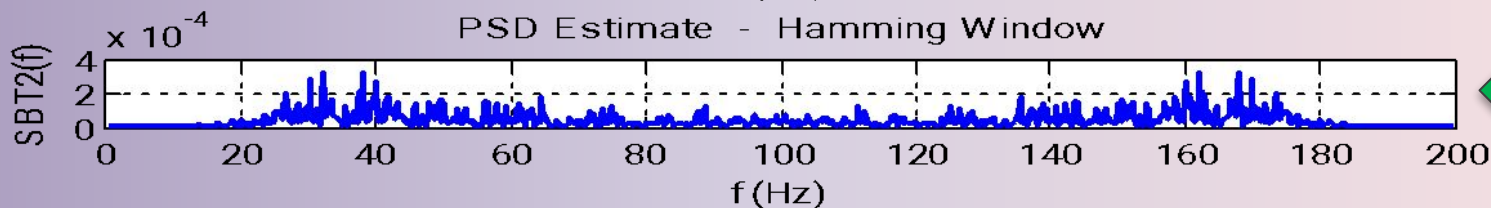
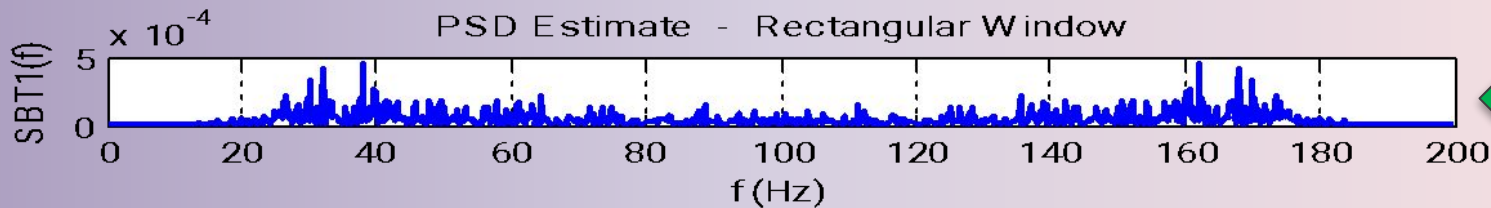
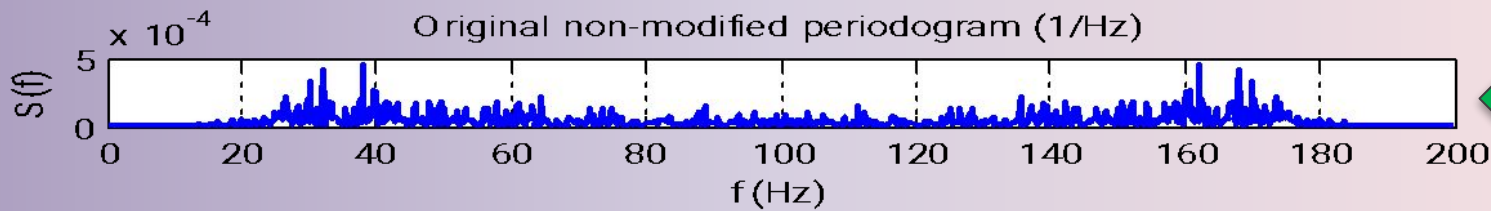
## МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (6)

8) **окно Бартлетта** дает **неотрицательную** оценку СПМ.

9) При **быстро затухающей** оценке АКФ справедливо следующее:

- **асимптотическая несмещенность** оценки АКФ;
- **состоятельность** оценки АКФ.

## ГРАФИЧЕСКИЙ ПРИМЕР





## МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (7)

10) в методе **Блэкмана-Тьюки** (аналогично методу **периодограмм Уэлча** и **модифицированной периодограмме с окном**) используются окна (весовые функции).

11) окна в MATLAB анализируются в **Window Design and Analysis Tool**.

12) для каждого окна выводится:

- график **во временной области**;
- модуль **спектральной плотности окна в дБ**.

# МЕТОД БЛЭКМАНА-ТЬЮКИ (8)

## 13) Параметры окон:

- leakage factor (**коэффициент утечки**)

$$\text{leakage factor} = \frac{E_{\text{бл}}}{E_{\text{общ}}} \quad (\%)$$

- relative sidelobe attenuation (**максимальный уровень модуля спектральной плотности боковых лепестков окна относительно главного (в дБ)**);
- mainlobe width (**ширина полосы модуля спектральной плотности окна на уровне  $-3$  дБ от максимума главного лепестка вокруг нулевой частоты**).



«Методы и алгоритмы  
цифровой обработки сигналов  
на базе MATLAB»

*Методы непараметрического  
спектрального анализа.*

*Метод Блэкмана-Тьюки*

Клионский Д.М. – к.т.н., доцент кафедры  
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)