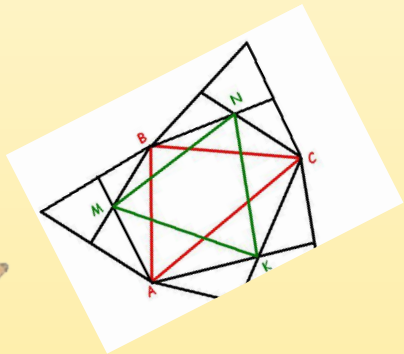
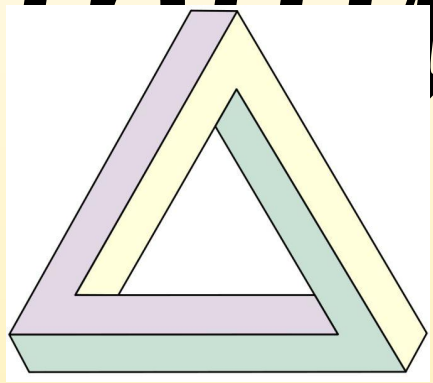
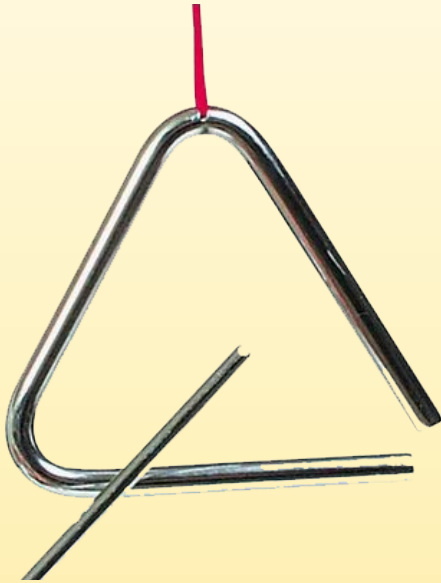


# Треугольники



# Треугольники вокруг нас.

## Музыка



*Треугольник, самозвучащий ударный музыкальный инструмент* — стальной прут, согнутый в виде треугольника, по которому ударяют палочкой. Применяется в оркестрах и инструментальных ансамблях.

проект

# Треугольники вокруг нас.

## География



*Бермудский треугольник* — район в Атлантическом океане, в котором происходят якобы таинственные исчезновения морских и воздушных судов. Район ограничен линиями от Флориды к Бермудским островам, далее к Пуэрто-Рико и назад к Флориде через Багамы.

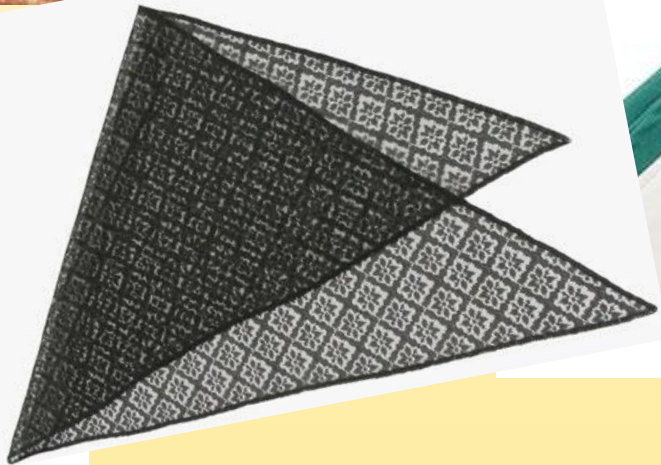


# Треугольники вокруг нас.



## Одежда

*Треугольники в одежде:  
различные головные уборы  
– треуголки, колпаки,  
косынки.*



# Треугольники вокруг нас.

## История

*Солдатский треугольник* – письмо без марки и конверта, отправленное солдатом с фронта или солдату на фронт, складывался из страницы школьной тетрадки. Первым делом подписывался адрес, а оборотная сторона служила для пометок почтовыми работниками, или для записи, что герой погиб и письмо возвращалось адресату.



проект

# Треугольники вокруг нас.

Строительство



*Треугольники* встречаются *в конструкции железнодорожных мостов*. Треугольники делают надежными *конструкции высоковольтных линий электропередач*. Для составления *красивых паркетов* чаще всего использовали треугольники.



Три металлические или деревянные планки закрепленные в их концах так, чтобы получился контур треугольника изменить нельзя. Это объясняется *свойством жесткости*, если заданы стороны треугольника, то форма его уже не изменится. Это свойство широко применяется на практике, в частности в строительстве.



# СЮРПРИЗ





# Пробле ма

## Строительство

**В строительстве не всегда можно наложить одну треугольную конструкцию на другую из-за их массивности.**

**Проблема на математическом языке: не всегда можно установить равенство треугольников путем наложения.**

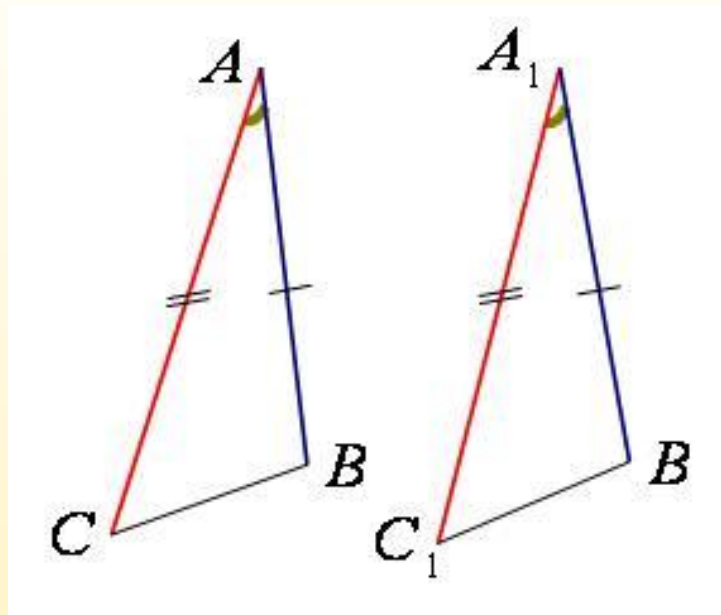
**Гипотеза: существуют другие способы установления равенства треугольников.**





# Первый признак равенства треугольников.

Теоре  
ма



Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, **то такие треугольники равны.**

# Первый признак равенства треугольников.

Теоре  
ма

Структура

Если ученик не сделал домашнее задание, то учитель его не похвалит.

**УСЛОВИЕ:** ученик не сделал домашнее задание.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ:** учитель его не похвалит.

ЕСЛИ  $\frac{\text{"УСЛОВИЕ"}}{\text{ДАНО}}$ , ТО  $\frac{\text{"ЗАКЛЮЧЕНИЕ"}}{\text{ДОКАЗАТЬ}}$ .

## Задание

По заданной схеме переформулируйте предложения:

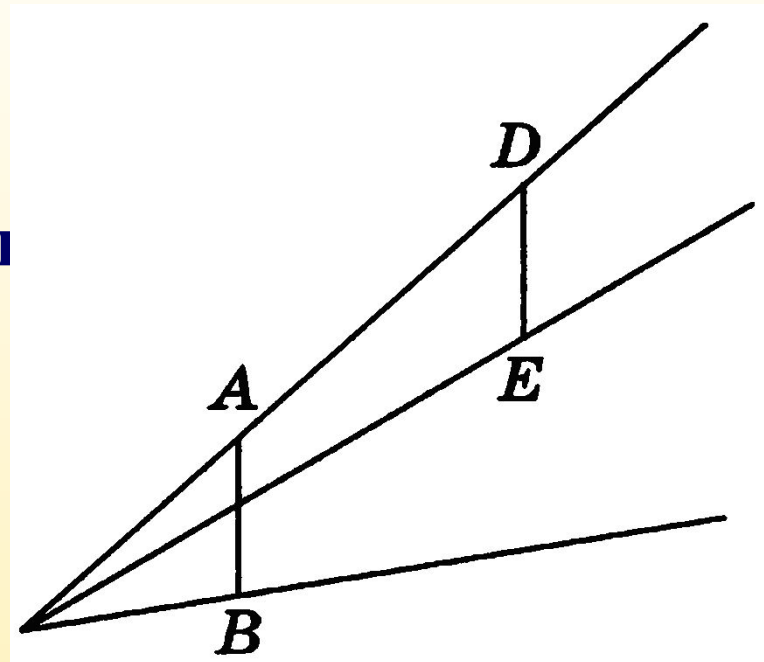
- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Две прямые перпендикулярные к третьей, не пересекаются.

# Первый признак равенства треугольников.

Теоре  
ма

Вопрос: нужно ли доказывать теорему?

Задание: по рисунку сравни  
отрезки  $AB$  и  $DE$ .

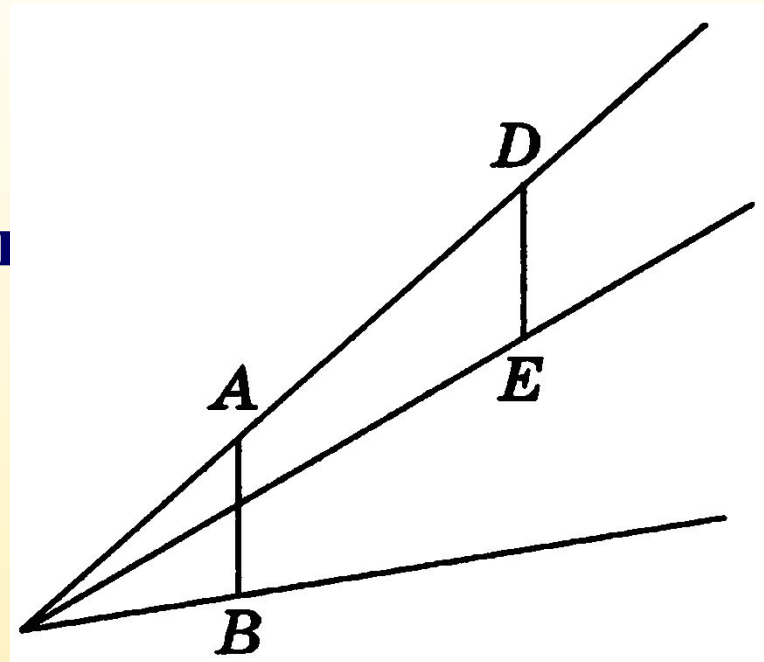


# Первый признак равенства треугольников.

Теоре  
ма

Вопрос: нужно ли доказывать теорему?

Задание: по рисунку сравни  
отрезки  $AB$  и  $DE$ .



**РЕШЕНИЕ.**

На рисунке длина отрезка  $AB$  кажется больше  
длины отрезка  $DE$ , а на самом деле  $AB = DE$ .

Зрительная иллюзия.

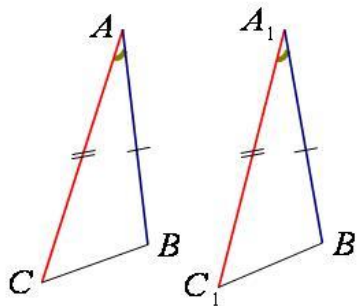




# Первый признак равенства треугольников.

## Теорема

## Доказательство



**Дано:**  $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1, \angle A = \angle A_1, AB = A_1B_1, AC = A_1C_1$

**Доказать:**  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$  **Доказательство.**

**Действие.** Наложим  $\triangle ABC$  на  $\triangle A_1B_1C_1$  так, чтобы совместились вершины равных углов  $\angle A$  и  $\angle A_1$ .

Шаги доказательства (результат действия).	Обоснование шагов доказательства (почему?)
1) Стороны $AB$ и $AC$ наложился соответственно на лучи $A_1B_1$ и $A_1C_1$ .	$\angle A = \angle A_1$
2) Стороны $AB$ и $AC$ соответственно совместились со сторонами $A_1B_1$ и $A_1C_1$ .	$AB = A_1B_1,$ $AC = A_1C_1$
3) В частности, совместятся точки $B$ и $B_1$ , $C$ и $C_1$ .	$AB = A_1B_1,$ $AC = A_1C_1$
4) $\triangle ABC$ полностью совместился с $\triangle A_1B_1C_1$	Совместились соответственно равные элементы.
5) $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ . Что и требовалось доказать.	По определению равных фигур.

# Первый признак равенства треугольников.

Теоре  
ма

Свойство и признак

**Свойства** хорошей погоды:

Если *погода хорошая*, то *поют птицы*.

Если *погода хорошая*, то *светит солнце*.

условие

заключение

**Признаки** хорошей погоды:

Если *поют птицы*, то *погода хорошая*.

Если *светит солнце*, то *погода хорошая*.

условие

заключение

# Первый признак равенства треугольников.

## Задачи

**Задание 1.** На рисунке изображены наиболее типичные случаи применения первого признака равенства треугольников. Обоснуйте их равенство.

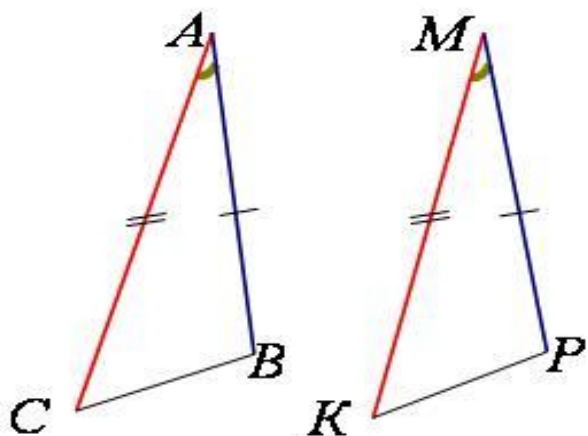


Рисунок 1

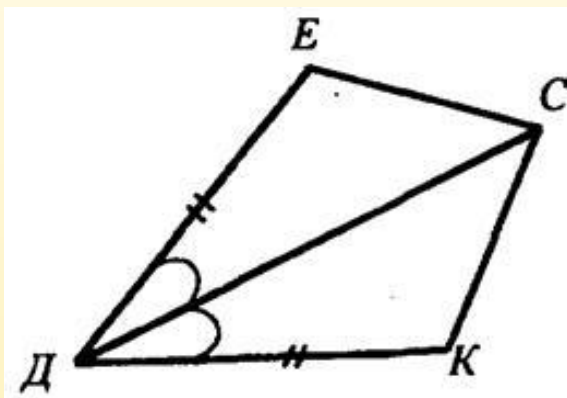


Рисунок 3

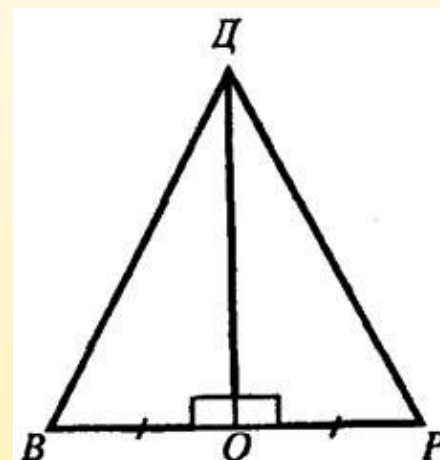


Рисунок 4

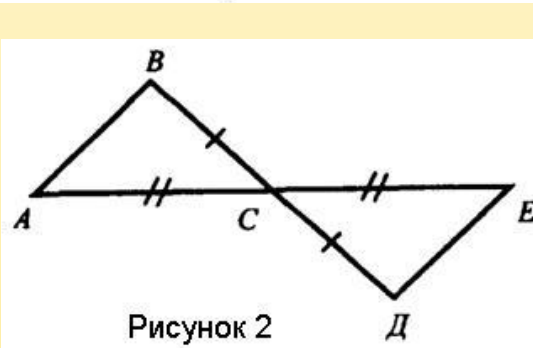


Рисунок 2

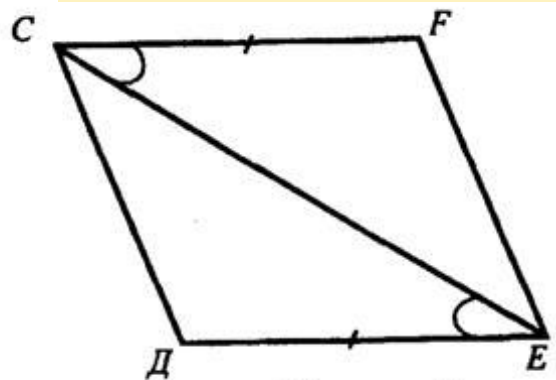


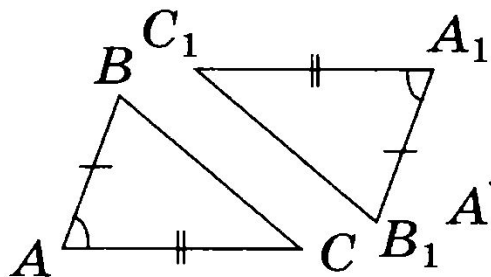
Рисунок 5

# Первый признак равенства треугольников.

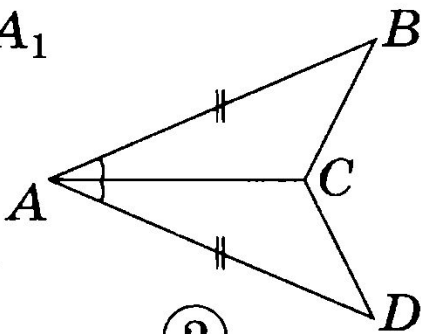
## Задачи

### Задание 2 Обсуждение в группах.

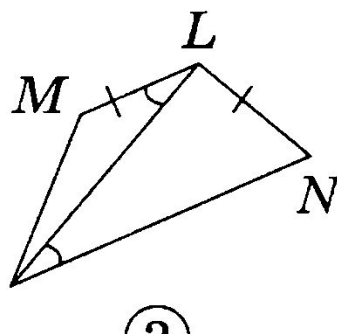
На доске изображены пары треугольников, используя обозначения равных элементов и известные свойства фигур, найдите на рисунках треугольники, равные по первому признаку равенства треугольников.



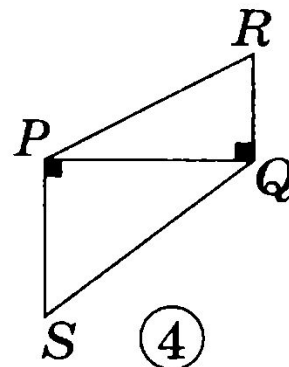
①



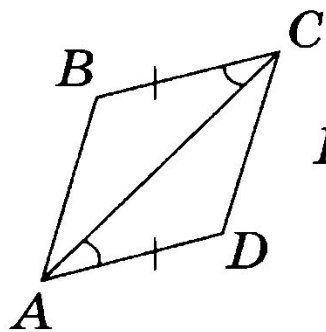
②



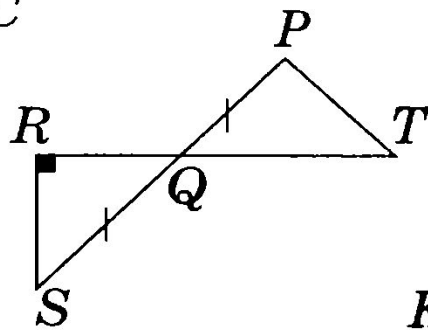
③



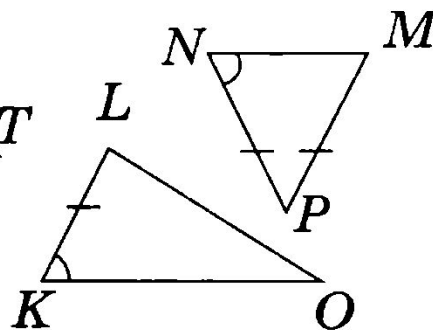
④



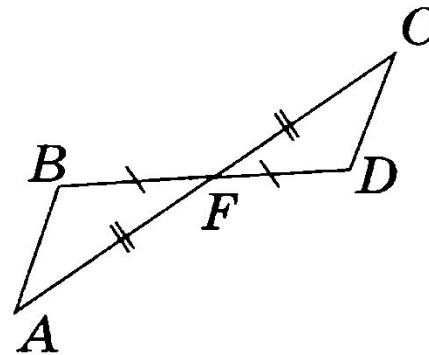
⑤



⑥



⑦



⑧



**Астрономия** – это наука о Вселенной, изучающая расположение, движение, строение, происхождение и развитие небесных тел. В частности она изучает Солнце и другие звезды, планеты Солнечной системы и их спутники, внесолнечные планеты, астероиды, кометы, метеориты и многое др. В современной астрономии участки на которые разделена небесная сфера называют созвездиями, еще с древних времен им давали характерные названия.

**Созвездие треугольник** — созвездие северного полушария неба, содержит 25 звезд видимых невооруженным глазом. С территории России лучше всего видно в конце лета, осенью и зимой.



**Задача:** *построить столик с одной ножкой с крышкой в форме треугольника.* Вот такой интересный дизайнерский ход. Заказчик наверно – математик. Чтобы крышка стола была устойчивой, находится точка, которая в геометрии и в физике называется ***центром масс.***

Возьмем треугольник Находим середину одной стороны, соединяем ее с противоположащей вершиной, получаем отрезок, который вы скоро назовете **медианой** треугольника. Строим **точку пересечения медиан.** Эта точка и является **центром масс** данного треугольника.



проект

Искусство

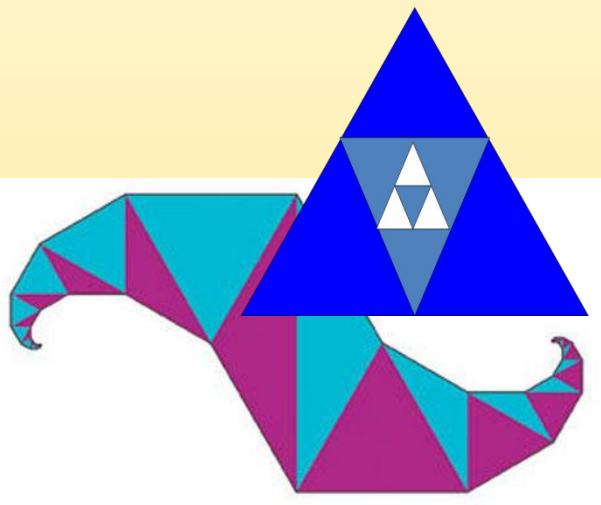
## Треугольники вокруг нас.

*Даниэль Эрдели*, венгерский художник и дизайнер, придумал **спидроны** в 1970-х годах. Началось всё с того, что он нарисовал фигуру в виде двух "завитков", собранных из треугольников.

**Спидрон** состоит из **равнобедренных и равносторонних треугольников**, расположенных определённым образом.

Он обнаружил интересное свойство, что в равносторонний треугольник можно вписать другой равносторонний треугольник, вершины которого лежат на серединах первого. Если вырезать фигуры из бумаги и сгибать их по граням, то они могут складываться наподобие мехов аккордеона.

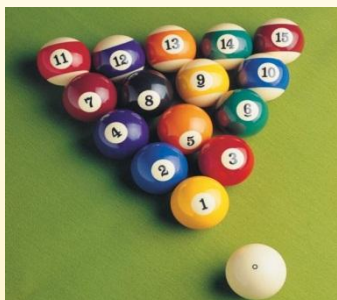
В одном из голландских парков выставлена скульптура **спидрона**.



проект

Треугольники вокруг нас.

Развлечения

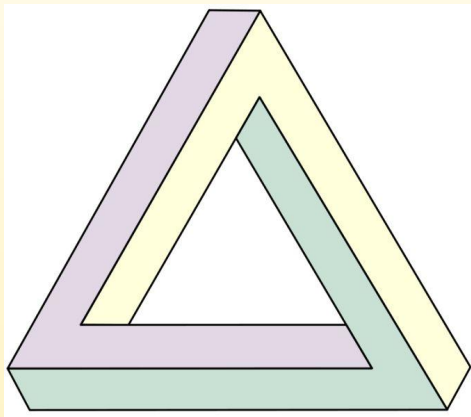


Начиная игру в бильярд, необходимо расположить шары в виде треугольника. Для этого используют специальную треугольную рамку. Расстановка кеглей в игре Боулинг тоже в виде равностороннего треугольника.





## Нереальные объекты



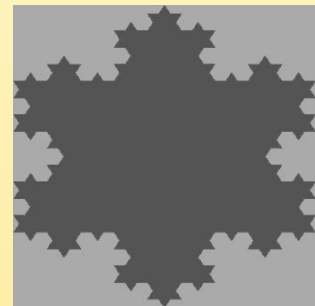
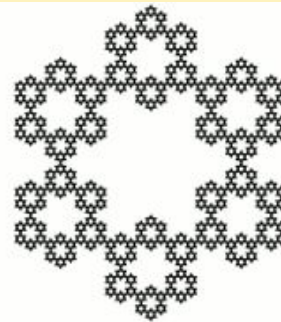
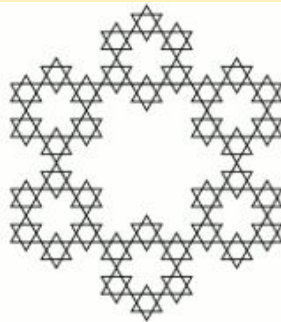
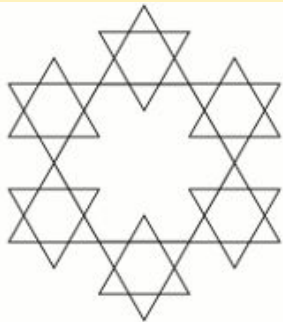
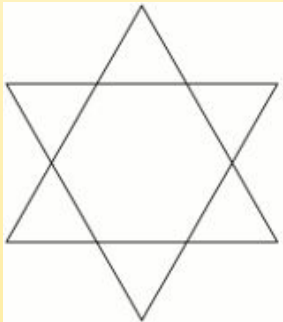
*Треугольник Пенроуза* -невозможный объект. Плоский рисунок может обманывать, изображая невозможное. Закройте одну из вершин этого треугольника, и станет ясно, что одна из его сторон направлена к нам, а другая от нас, в пространстве они не могут соединиться.

*13-метровая скульптура невозможного треугольника из алюминия была воздвигнута в 1999 году в городе Перт (Австралия).*

### Снежинка Коха

*Снежинка Коха* - это фигура, состоящая из **равносторонних треугольников.**

Снежинку назвали в честь учёного *Гельга Коха*, который её открыл. На картинках этапы построения из равносторонних треугольников и ее геометрический вид.



# Домашнее задание 16.

## *Обязательная часть:*

1. Выучить формулировку и доказательство теоремы § 15.
2. В рабочей тетради выполнить № 59 и 76 со следующего слайда списать в тетрадь рабочую, заполнив пропущенное.

## *Вариативная часть:*

1. Попробовать доказать теорему при другом расположении чертежа.
2. Подготовить отчеты по проекту, изучив следующие области: «астрономия» и «нереальные объекты».
3. **Подумать!** (Задача на смекалку). За 1 минуту начертить как можно больше равных треугольников.

Дано:  $\angle AVH = \angle CVH$ ,  $AB = CB$   
(см. рисунок).

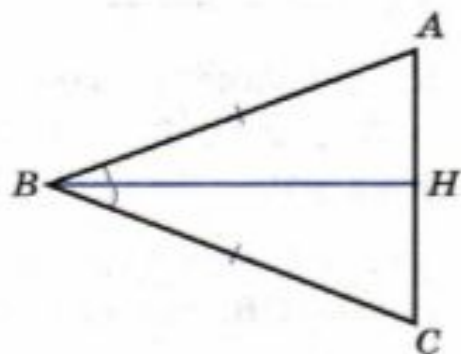
Доказать:  $\angle ANB = 90^\circ$ .

Доказательство.

1)  $\triangle AVH =$  \_\_\_\_\_ по двум

\_\_\_\_\_ ( $VH$  — общая сторона,  
 $AV =$  \_\_\_\_\_ и  $\angle AVH =$  \_\_\_\_\_  
по условию).

2) Так как  $\triangle AVH =$  \_\_\_\_\_,  
то  $\angle AVH = \angle$  \_\_\_\_\_. Но углы  
 $AVH$  и \_\_\_\_\_ смежные, поэтому  
 $\angle AVH + \angle CVH =$  \_\_\_\_\_, т. е.  
 $2\angle AVH =$  \_\_\_\_\_, следовательно,  
 $\angle AVH =$  \_\_\_\_\_



На рисунке  $AB = CD$ ,  $BC = AD$ .  
Докажите, что точка  $O$  — середина  
отрезков  $AC$  и  $BD$ .

Доказательство.

1)  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$  по \_\_\_\_\_  
сторонам ( $AB = \underline{\hspace{1cm}}$  и  $AD = \underline{\hspace{1cm}}$  по  
условию задачи, сторона \_\_\_\_\_ об-  
щая). Поэтому  $\angle ABD = \angle \underline{\hspace{1cm}}$

2)  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$  по трем сторо-  
нам (\_\_\_\_\_ )  
\_\_\_\_\_). Поэтому  $\angle BAC = \angle \underline{\hspace{1cm}}$

3)  $\triangle AOB \cong \triangle COD$  по \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ углам ( $AB = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\angle ABO = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ,  
 $\angle BAO = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ). Поэтому  $AO =$   
 $\underline{\hspace{1cm}}$  и  $BO = \underline{\hspace{1cm}}$ , т. е. точка  $O$  —  
\_\_\_\_\_ отрезков  $AC$  и  $BD$ .

