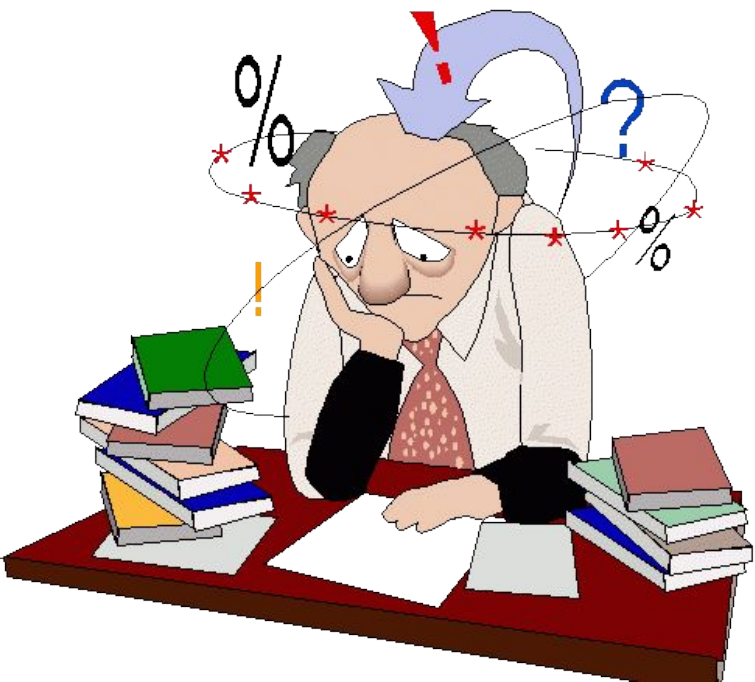




!учеба

Предел числовой последовательности



***«Математика
полезна тем, что
она трудна».
(А. Д. Александров)***

***Запишите знакомые
вам словосочетания
с понятием «предел».***

Тема урока:

***«Предел числовой
последовательности».***

Задачи:

1) узнать новые понятия:

-переменная величина;

-бесконечно малая величина;

-бесконечно большая величина;

-предел последовательности;

2) Применить новые знания при решении задач.

Задание 1.

В числовых последовательностях, где n - натуральное число, найдите первые 10 членов.

$$1) x_n = \frac{1}{n}, \quad 2) y_n = n^2, \quad 3) z_n = \frac{(-1)^n}{n},$$

$$4) u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad 5) v_n = 1 - \frac{1}{n},$$

$$6) g_n = (-1)^n, \quad 7) f_n = 2$$

Задачи: 1) узнать новое
понятие: **переменная величина.**

Если каждому натуральному числу n поставлено в соответствие по некоторому закону число x_n , то говорят, что задана числовая последовательность $\{x_n\}$.

Иногда говорят, что задана «переменная величина x_n , зависящая от натурального числа n » или, короче, «переменная x_n »

Какие величины являются переменными? Запишите их номера.

$$1) x_n = \frac{1}{n}, \quad 2) y_n = n^2, \quad 3) z_n = \frac{(-1)^n}{n},$$

$$4) u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad 5) v_n = 1 - \frac{1}{n},$$

$$6) g_n = (-1)^n, \quad 7) f_n = 2$$

Ответ: с 1) по 6).

Задачи: 1) узнать новое понятие:
бесконечно малая величина.

Переменную α_n , зависящую от
натурального n , называют **бесконечно
малой**, если она стремится к нулю
при неограниченном возрастании n .

$$\left(\alpha_n \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad n \rightarrow +\infty \right)$$

Бесконечно малая величина

Задание 2. Из числовых величин, выпишите бесконечно малые.

$$1) x_n = \frac{1}{n}, \quad 2) y_n = n^2, \quad 3) z_n = \frac{(-1)^n}{n},$$

$$4) u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad 5) v_n = 1 - \frac{1}{n},$$

$$6) g_n = (-1)^n, \quad 7) f_n = 2$$

Ответ: 1), 3), 4).

Задачи: 1) узнать новое понятие:
бесконечно большая величина.

Переменную β_n , зависящую от натурального n , называют **бесконечно большой**, если она стремится к бесконечности при неограниченном возрастании n .

$$(\beta_n \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad n \rightarrow +\infty)$$

Бесконечно большая величина;

Задание 3. Из числовых величин, выпишите бесконечно большие.

$$1) x_n = \frac{1}{n}, \quad 2) y_n = n^2, \quad 3) z_n = \frac{(-1)^n}{n},$$

$$4) u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \quad 5) v_n = 1 - \frac{1}{n},$$

$$6) g_n = (-1)^n, \quad 7) f_n = 2$$

Ответ: 2).

Задачи: 1) узнать новое понятие:
предел последовательности.

Пусть задана переменная x_n .

Если x_n можно записать в виде суммы

$$x_n = a + \alpha_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где a – некоторое число и α_n –

бесконечно малая, то говорят, что x_n
имеет своим **пределом** число a

Или что x_n стремится к числу a .

Пишут $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = a$, $(x_n \rightarrow a \text{ при } n \rightarrow +\infty)$

Примеры

$$1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0, \quad 2) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0,$$

$$3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = 0.$$

$$4) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1.$$

Задачи: 2) применить новые знания при решении задач.

Выполнить № 4.24; 4.25; 4.29.

Домашняя работа

П. 4.3 изучить, на № 4.24; 4.25; 4.29 записать и решить свои примеры (на двойном листе) , В заданию 1 (кл. раб.) отметить полученные 10 чисел на числовой прямой.

Итоги урока

Задачи:

1) узнать новые понятия:

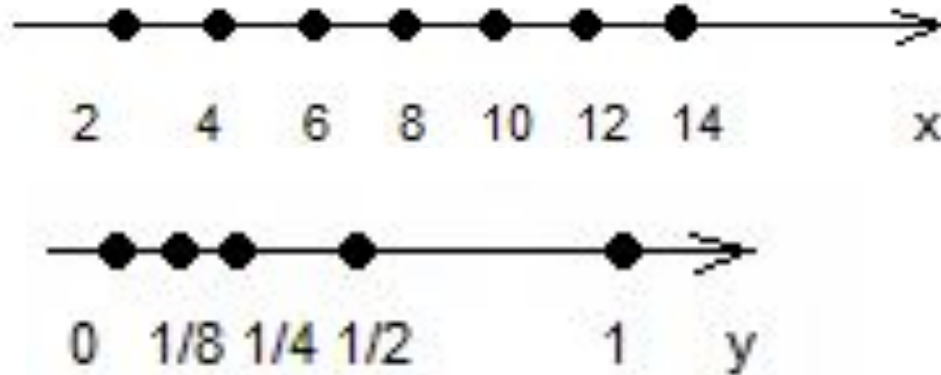
-переменная величина;

-бесконечно малая величина;

-бесконечно большая величина;

-предел последовательности;

2) Применить новые знания при решении задач.



Замечаем, что члены последовательности как бы «сгущаются» около точки y_0 , а у последовательности x_n таковой точки не наблюдается.

Но, естественно, не всегда удобно изображать члены последовательности, чтобы узнать есть ли точка «сгущения» или нет, поэтому математики придумали следующее...

Предел числовой последовательности

Рассмотрим две числовые
последовательности:

$$(x_n) : 2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2n, \dots;$$

$$(y_n) : 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$$

Изобразим члены этих последовательностей
точками на координатных прямых.

Обратите внимание как ведут себя члены
последовательности.