

ГИА 2013

Модуль «АЛГЕБРА»



Модуль «Алгебра»

Повторение (4)

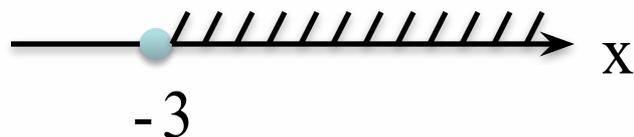
Решите неравенство $7+2(x-4)\geq x+4$.

$$7 + 2(x - 4) \geq x + 4$$

$$7 + 2x - 8 \geq x + 4$$

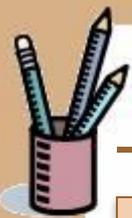
$$2x - x + 7 - 4 \geq 0$$

$$x \geq -3$$



Ответ: $[-3; +\infty)$





Повторение



При решении неравенства можно переносить слагаемые из одной части в другую, меняя знак **слагаемых** на противоположный.

Уравнение вида $ax+b \geq 0$ называется линейным.

Числа, которые больше данного числа, на числовой прямой лежат правее данного числа.

Если неравенство содержит нестрогий знак (\geq), то соответствующая точка на числовой прямой будет темной, а скобка в ответе квадратной.





Модуль «Алгебра»

Повторение (2)

Решите неравенство $\frac{2-x}{x-3} \leq 4$.

$$\frac{2-x}{x-3} \leq 4$$

1) $2-x \leq 4(x-3)$

$$2-x \leq 4x-12$$

$$-x-4x \leq -12-2$$

$$-5x \leq -14 \quad | :(-5)$$

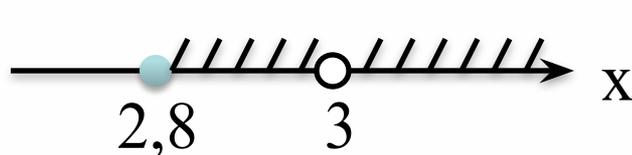
$$x \geq 2,8$$



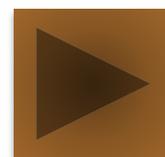
2) Так как неравенство содержит рациональную дробь, то ее знаменатель не может быть равен нулю.

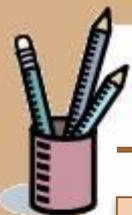
$$x-3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$



Ответ: $[-2,8; 3), (3; +\infty)$.





Повторение



Если обе части неравенства разделить на одно и то же *отрицательное* число, то необходимо изменить **знак неравенства** на противоположный.



Если в промежуток входит светлая точка, то этот промежуток разбивается на две части, а в ответ записывается круглая скобка, соответствующая светлой точке.



Модуль «Алгебра»

Повторение (4)

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4 - 4x < -1 \\ 5x - 3 > -2. \end{cases}$$

$$4 - 4x < -1$$

$$5x - 3 > -2$$

$$-4x < -1 - 4$$

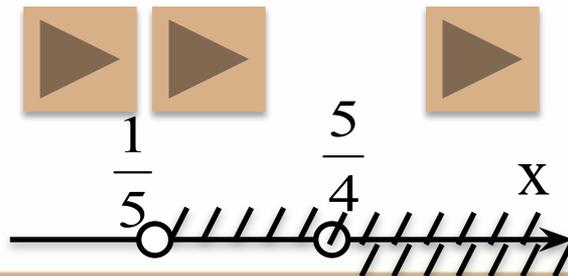
$$5x > -2 + 3$$

$$-4x < -5 \quad | :(-4)$$

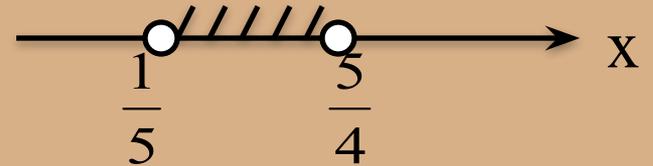
$$5x > 1 \quad | :5$$

$$x > \frac{5}{4}$$

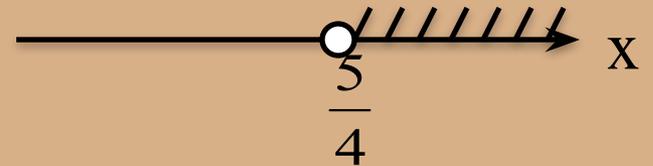
$$x > \frac{1}{5}$$



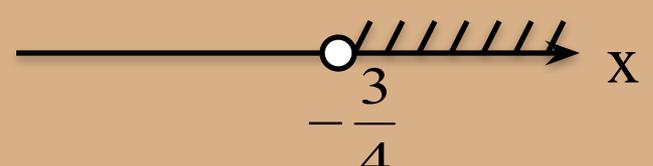
1)



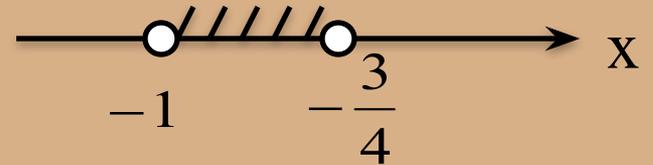
2)



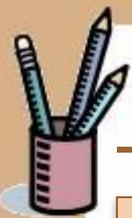
3)



4)



Ответ: 2.



Повторение



Данная система представляет собой систему линейных неравенств, в которой решаются одновременно оба неравенства.

Если числитель дроби меньше знаменателя, то дробь правильная, если же числитель больше знаменателя, то дробь неправильная.

Неправильная дробь больше правильной, и соответственно правее на числовой прямой.

Решением системы неравенств является тот промежуток, где штриховки совпадают.





Модуль «Алгебра»

Повторение (3)

Решите неравенство $x^2+4x-12>5x$.

$$\tilde{o}^2 + 4\tilde{o} - 12 > 5\tilde{o} \Rightarrow \tilde{o}^2 - \tilde{o} - 12 > 0$$



Рассмотрим соответствующую функцию $y=x^2-x-12$.

Её график – парабола, ветви направлены вверх ($a>0$).

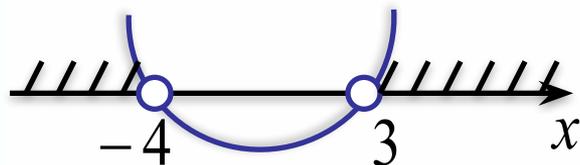
Найдем нули функции (абциссы точек пересечения графика с осью Ox).

$$\tilde{o}^2 - \tilde{o} - 12 = 0$$



$$\Rightarrow x_1 = -4; \quad x_2 = 3$$

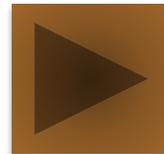
Изобразим геометрическую модель решения неравенства.

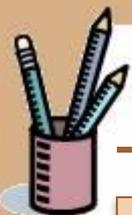


Т.к. неравенство содержит знак «больше 0», то на рисунке надо взять промежуток, где часть графика выше оси Ox .



Ответ: 2.





Повторение



Неравенство вида $ax^2+bx+c>0$ называется квадратным (неравенством второй степени с одной переменной)



Приведенным называется квадратное уравнение, старший коэффициент которого равен единице.



Если числа x_1 и x_2 таковы, что $x_1+x_2=-b$, $x_1 \cdot x_2=c$, то эти числа – корни уравнения (обратная теорема Виета).





Модуль «Алгебра»

Повторение (2)

Решите неравенство $-2x^2 - 5x \geq -3$.

$$-2x^2 - 5x \geq -3 \quad \Rightarrow \quad -2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

Рассмотрим соответствующую функцию $y = -2x^2 - 5x + 3$.

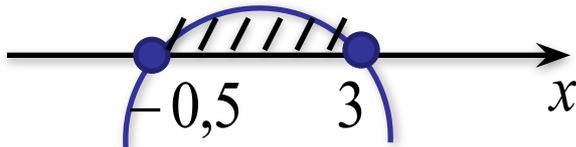
Её график – парабола, ветви направлены вниз ($a < 0$).

Найдем нули функции (абсциссы точек пересечения графика с осью Ox).

$$-2x^2 - 5x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -0,5; \quad x_2 = 3$$

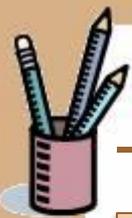
Изобразим геометрическую модель решения неравенства.

Т.к. неравенство содержит знак «больше 0», то на рисунке надо взять промежуток, где часть графика выше оси Ox .



Ответ: $[-0,5; 3]$.





Повторение



Дискриминант – различитель можно найти по формуле $D = b^2 - 4ac$



Так как $D > 0$, то уравнение имеет два корня. Корни квадратного уравнения можно вычислить по формулам: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$





Модуль «Алгебра»

Повторение (4)

Решите неравенство $(x+2)(x-5) > 0$

$$(x+2)(x-5) > 0$$



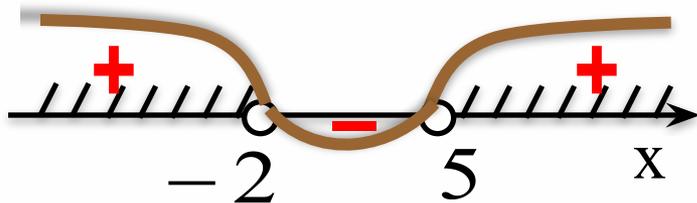
Рассмотрим соответствующую функцию
 $y = (x+2)(x-5)$. Найдём нули этой функции:

$$(x+2)(x-5) = 0$$



$$x_1 = -2; \quad x_2 = 5$$

Схематически изобразим точки на
числовой прямой:



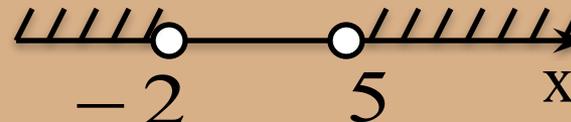
1)



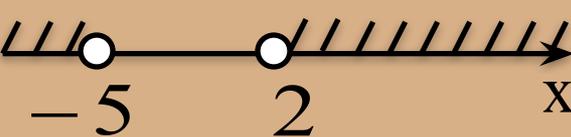
2)



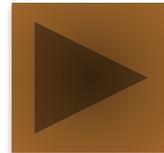
3)

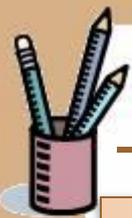


4)



Ответ: 3.





Повторение



Неравенства вида $(x-a)(x-b)(x-c)\dots > 0$ решаются методом интервалов.



Произведение равно нулю тогда, когда один из множителей равен нулю (при условии, что другие множители не теряют смысла)



В данных неравенствах знаки на промежутке постоянен, и меняются при переходе через нуль функции.

Если в неравенстве вида $(x-a)(x-b)(x-c)\dots > 0$ во всех скобках коэффициенты при x равны $+1$ и $a \neq b \neq c$ то можно расставить знаки на промежутках таким образом: на самом правом ставится знак «+», а далее знаки чередуются





Модуль «Алгебра»

Повторение (3)

Решите неравенство $2x(x + 13) \leq 0$

▶ $2(x - 0)(x + 13) \leq 0 \quad | :2$

1)



Рассмотрим соответствующую функцию

$y = (x - 0)(x + 13)$. Найдем нули этой функции: 2)



$(x - 0)(x + 13) = 0$

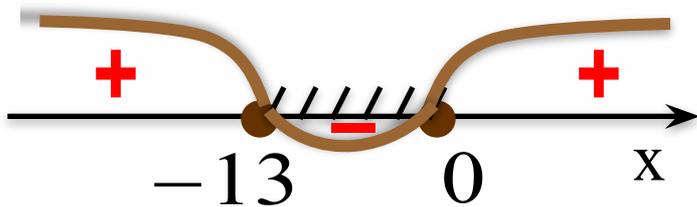
3)



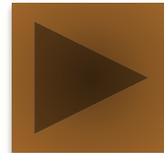
$x_1 = 0; \quad x_2 = -13$

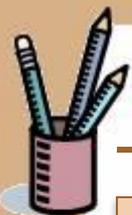
Схематически изобразим точки на
числовой прямой:

4)



Ответ: 4.





Повторение



В неравенстве $2x(x+13) \leq 0$ множитель x можно заменить множителем $(x-0)$.

Если обе части неравенства разделить на одно и тоже положительное число, то при этом знак неравенства **не** меняется.

Т.к. неравенство содержит знак «меньше 0», то на рисунке надо взять промежуток, где часть «кривой знаков» ниже оси Ox .



Модуль «Алгебра»

Повторение (1)

Сопоставьте между собой неравенства и множества их решений.

А) $x^2 > 100$

Б) $-x^2 \leq 100$

В) $x^2 \leq 100$

1) $(-\infty; \infty)$

2) $(-\infty; -10); (10; +\infty)$

3) $(-\infty; -10]; [10; +\infty)$

4) $[-10; 10]$

$$\tilde{\delta}^2 > 100$$

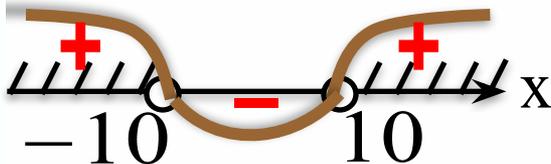
$$\tilde{\delta}^2 - 100 > 0$$

$$(\tilde{\delta} - 10)(\tilde{\delta} + 10) > 0$$

$$y = (\tilde{\delta} - 10)(\tilde{\delta} + 10)$$

$$(\tilde{\delta} - 10)(\tilde{\delta} + 10) = 0$$

$$\tilde{\delta} = \pm 10$$



$$-\tilde{\delta}^2 \leq 100$$

$$x^2 \leq -100$$

X – любое число.



$$\tilde{\delta}^2 \leq 100$$

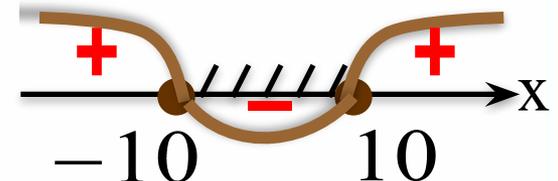
$$\tilde{\delta}^2 - 100 \leq 0$$

$$(\tilde{\delta} - 10)(\tilde{\delta} + 10) \leq 0$$

$$y = (\tilde{\delta} - 10)(\tilde{\delta} + 10)$$

$$(\tilde{\delta} - 10)(\tilde{\delta} + 10) = 0$$

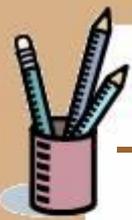
$$\tilde{\delta} = \pm 10$$



Ответ:

А	Б	В
2	1	4





Повторение



Квадрат любого числа есть число неотрицательное.





Модуль «Алгебра»

Повторение (2)

Решите неравенство $\frac{(x-2)(x-4)(x-5)}{x-5} > 0$

$$\frac{(x-2)(x-4)(x-5)}{x-5} > 0$$



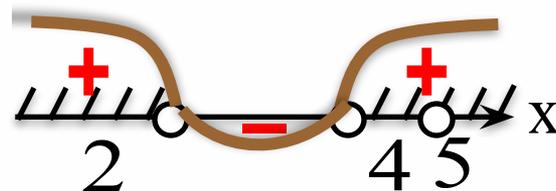
1) $(x-2)(x-4) > 0$

$$y = (x-2)(x-4)$$

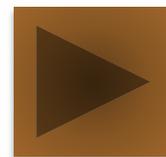
$$(x-2)(x-4) = 0$$

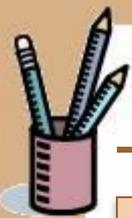
$$x_1 = 2; \quad x_2 = 4$$

2) $x-5 \neq 0$
 $x \neq 5$



Ответ: $(-\infty; 2); (4; 5); (5; +\infty)$





Повторение



Чтобы сократить дробь, надо числитель и знаменатель разделить на одно и то же выражение, не равное нулю.



Так как знаменатель дроби не может обращаться в нуль, то точка $x=5$ выпадает из решения.

