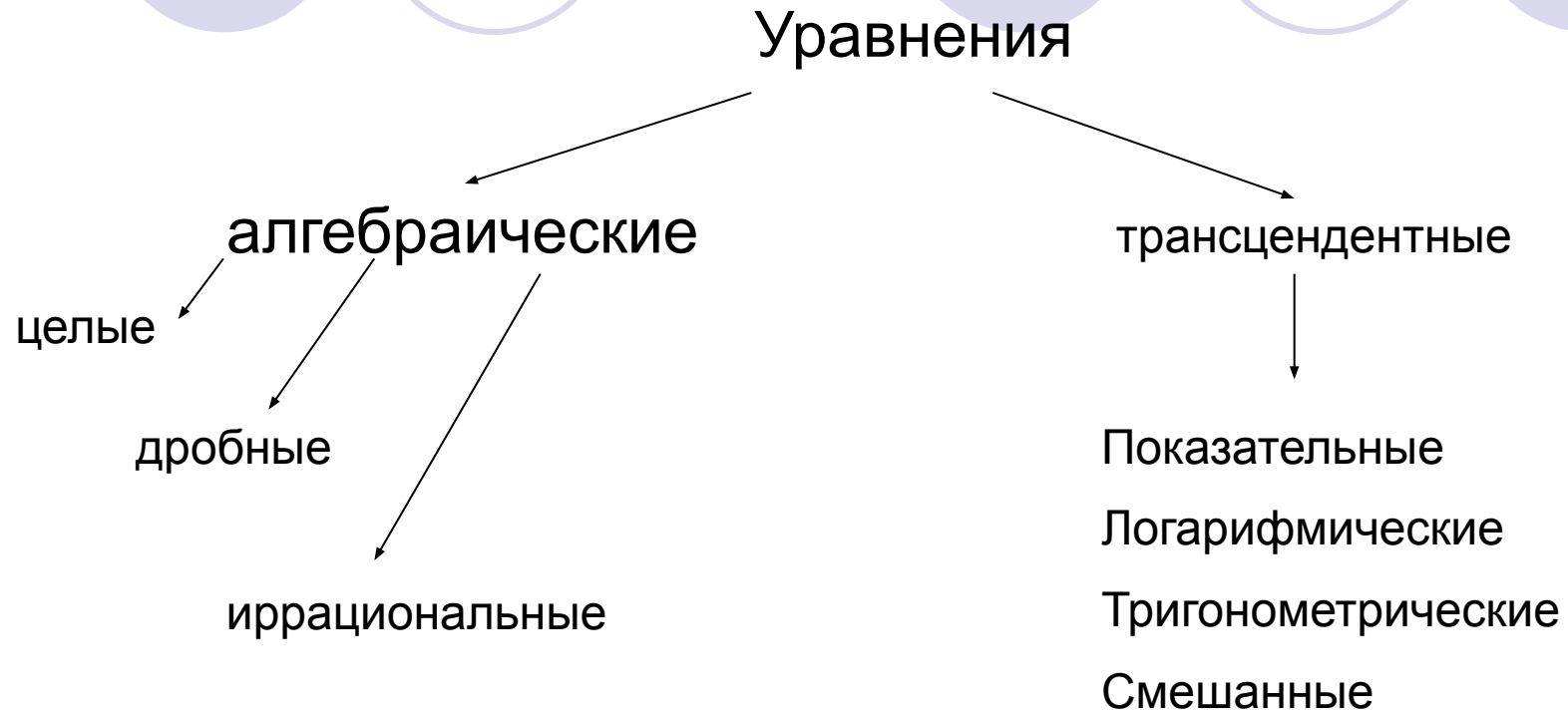


Общие методы решения уравнений



Классификация уравнений по виду





Классификация уравнений по методу решения

- Замена уравнения $h(f(x))=h(g(x))$ уравнением $f(x)=g(x)$
- Метод разложения на множители
- Метод введения новой переменной
- Функционально-графический метод

Уравнения

$$1) x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$2) (x - 1)^2 = \log_2 x$$

$$3) (x - 1)^4 + 36 = 13(x^2 - 2x + 1)$$

$$4) x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 15$$

$$5) \log_3(x - 1) = \log_3 \sqrt{6x - 11}$$

$$6) 10^{\ln^2(3x - e) - 5 \ln(2x + e)} = (0,1)^{\ln(2x + e)^5 - 1}$$

$$7) \cos 5x + \cos 7x - \cos 6x = 0$$

Методы

- Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ уравнением $f(x) = g(x)$
- **Разложение на множители**
- Введение новой переменной
- **Функционально-графический метод**

Решение уравнений

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0;$$

При $x = 1$ $\pm 1; \pm 2 \pm 3; \pm 6$
 $1 - 6 + 11 - 6 = 0,$

значит

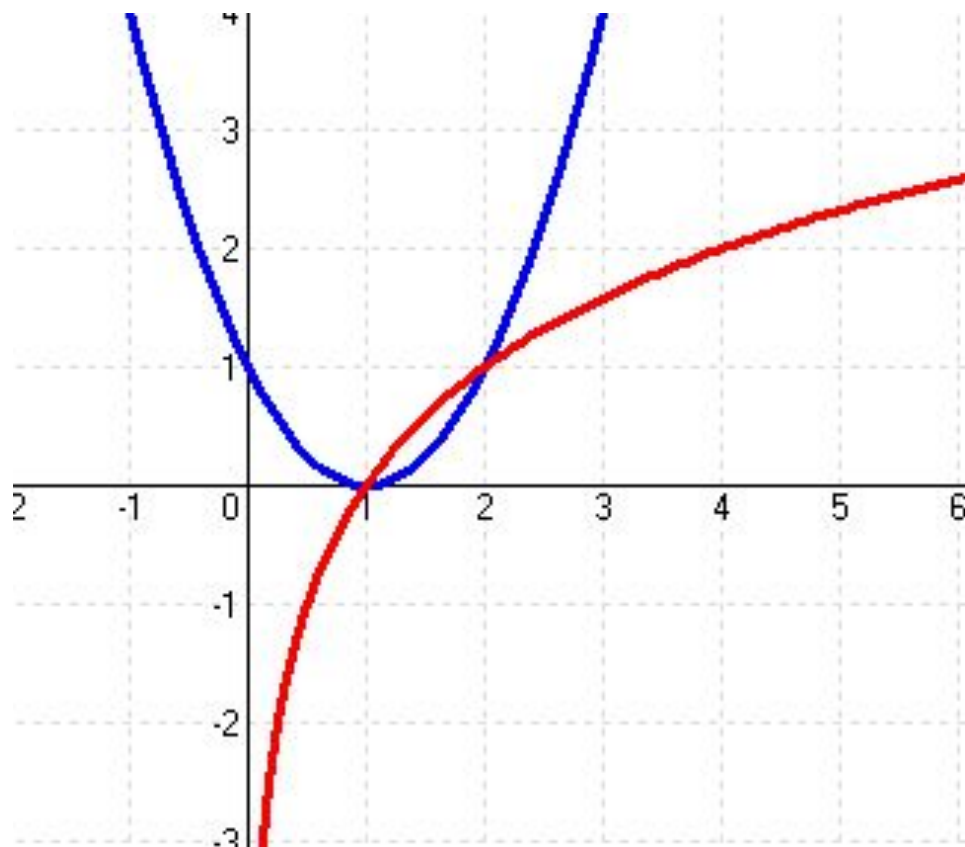
$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 3)(x - 2) = 0$$

Ответ: 1; 2;

3

$$(x - 1)^2 = \log_2 x$$



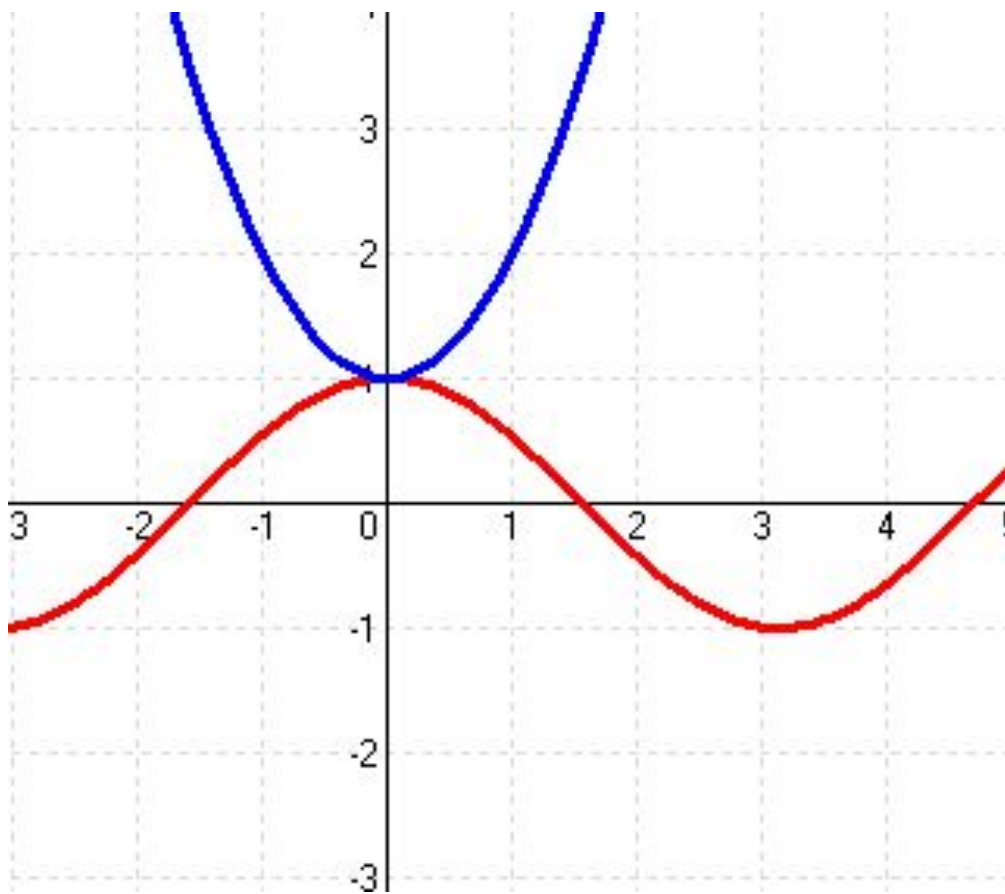
Абсциссы точек пересечения

$$y = (x - 1)^2 \text{ и } y = \log_2 x$$

равны: $x_1=1$; $x_2=2$

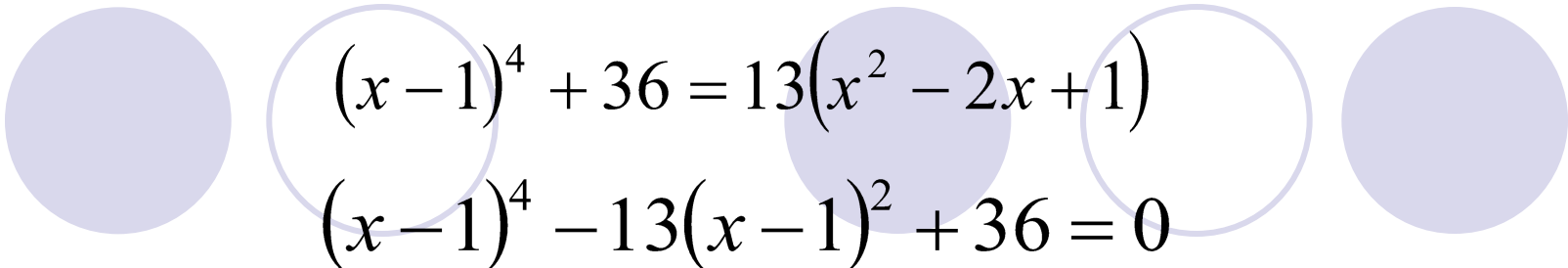
Ответ: 1; 2

$$x^2 + 1 = \cos x$$



Одна точка пересечения, значит уравнение имеет единственный корень

Ответ: 1 корень


$$(x-1)^4 + 36 = 13(x^2 - 2x + 1)$$

$$(x-1)^4 - 13(x-1)^2 + 36 = 0$$

$$(x-1)^2 = a; \quad a \geq 0; \quad a^2 - 13a + 36 = 0$$

$$a_1 = 9$$

$$a_2 = 4$$

$$(x-1)^2 = 9$$

$$(x-1)^2 = 4$$

$$x-1 = 3$$

$$x-1 = -3$$

$$x-1 = 2$$

$$x-1 = -2$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

$$x_3 = 3$$

$$x_4 = -1$$

Ответ: -2; -1; 3; 4

$$x(x-1)(x-2)(x-3)=15$$

$$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15$$

$$x^2 - 3x = a$$

$$a^2 - 2a - 15 = 0$$

$$a_1 = 5 \quad a_2 = -3$$

$$x^2 - 3x = 5$$

$$x^2 - 3x = 5$$

$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$x^2 - 3x + 3 = 0$$

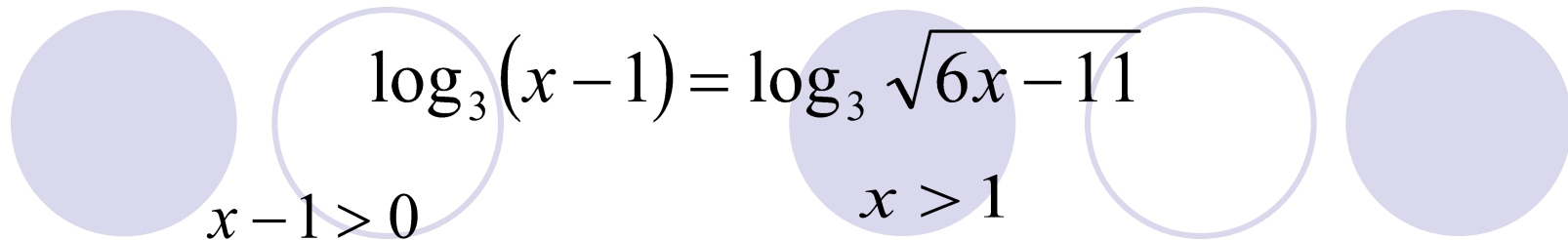
$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{29}}{2};$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0$$

Нет решений

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$$

Ответ: $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}; \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$


$$\log_3(x-1) = \log_3 \sqrt{6x-11}$$

$$x-1 > 0$$

$$6x-11 > 0$$

$$x > 1$$

$$x > 1\frac{5}{6}$$

$$x-1 = \sqrt{6x-11}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 6x - 11$$

$$x^2 - 8x - 12 = 0$$

$$x_1 = 4 + 2\sqrt{7}$$

$$x_2 = 4 - 2\sqrt{7} \quad \text{не удовлетворяет ОДЗ}$$

Ответ: $x = 4 + 2\sqrt{7}$

$$10^{\ln^2(3x-e)-5\ln(2x+e)} = (0,1)^{\ln(2x+e)^5-1}$$
$$\ln^2(3x-e)-5\ln(2x+e)=1-\ln(2x+e)^5$$

$$\ln^2(3x-e)-5\ln(2x+e)=1-\ln(2x+e)^5$$

$$\ln^2(3x-e)=1$$

$$\ln(3x-e)=1$$

$$3x-e=e$$

$$3x=0$$

$$x=0$$

не удовлетворяет ОДЗ

$$\ln(3x-e)=-1$$

$$3x-e=\frac{1}{e}$$

$$3x=\frac{e^2+1}{e}$$

$$x=\frac{e^2+1}{3e}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x-e > 0 \\ 2x+e > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{e}{3} \\ x > -\frac{e}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{e^2+1}{3e}$

$$\cos 5x + \cos 7x - \cos 6x = 0$$

$$2 \cos 6x \cdot \cos(-x) - \cos 6x = 0$$

$$\cos 6x(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\cos 6x = 0$$

$$6x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}n$$

$$2 \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}n$ $x_2 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

ОТВЕТЫ:

1) 1; 2; 3

3) 1; 2

4) Один корень

5) -2; -1; 3; 4

6) $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$; $\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$

7) $4 + 2\sqrt{7}$

8) $\frac{e^2 + 1}{3e}$

10) $x_1 = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}n$
 $x_2 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$