МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. **Основные понятия математической статистики. Описательная статистика.**

2. **Оценка параметров генеральной совокупности по ее выборке**

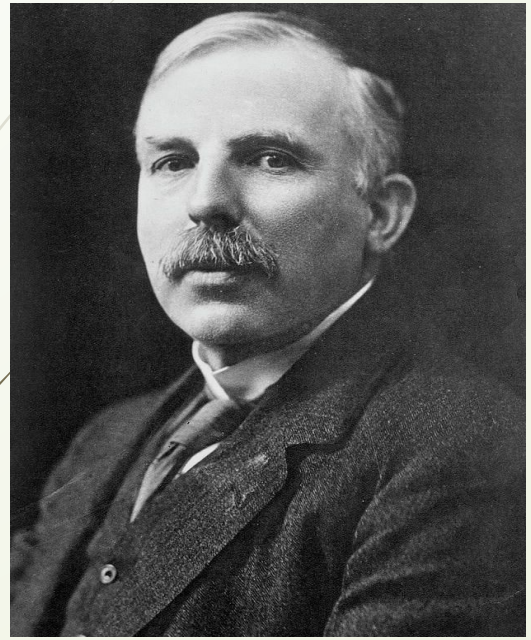
3. **Достоверность различий выборок. Понятие о статистических гипотезах**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА – раздел математики, посвященный методам сбора, анализа и обработки результатов наблюдений для научных и практических целей.

ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ:

- анализ статистических данных;
- определение вида распределения, которому соответствуют опытные данные;
- составление прогнозов и проверка гипотез.

В классической физике результат измерения какого-либо параметра дает точный однозначный результат, если выбран правильно метод измерения этого параметра.



Э. Резерфорд: ***«Если для вашего эксперимента нужна статистика, вам следовало бы провести его получше»***

Однако: В биологии и медицине сильно выражена ***изменчивость*** различных показателей. Поэтому идея описания популяции средними показателями очень популярна. Для выработки средних стандартов проводят исследования очень большого количества опытных данных, используя методы математической статистики.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ – большая статистическая совокупность однородных элементов (объектов), обладающих общими признаками.

- не всегда доступны для исследования все объекты;
- подвижные совокупности;
- возможно потребуется уничтожение всех объектов при исследовании;
- большие временные и материальные затраты.

ВЫБОРОЧНАЯ СОВОКУПНОСТЬ (ВЫБОРКА) – это ***ограниченная по численности*** группа объектов, специально отбираемая из генеральной совокупности для изучения ее свойств. ***Каждый член выборки*** (варианта) ***обладает анализируемым признаком.***

Конечной целью изучения выборочной совокупности всегда является получение информации о генеральной совокупности. Для этого выборочня совокупность должна удовлетворять определенным условиям.

Требования к выборке:

- ✔ достаточный объем (n - число вариант в выборке);
- ✔ представительность (репрезентативность);
- ✔ случайность.

Объем выборки

- малая, $n \leq 30$
- большая, $n > 30$

Репрезентативность

Репрезентативная выборка — это такая выборка, в которой все основные признаки генеральной совокупности представлены прибли зительно в той же пропорции и с той же частотой, с которой данный признак выступает в данной генеральной совокупности.

Случайность

Случайная выборка – каждый член генеральной совокупности имеет одинаковую вероятность попадания в выборку, которую можно рассчитать как отношение размера выборки к размеру генеральной совокупности.

ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ → **ВЫБОРОЧНАЯ СОВОКУПНОСТЬ**

$x_1, x_2, \ldots$ и x_k – **ВАРИАНТЫ**;

$m_1, m_2, \ldots$ и m_k – **ЧАСТОТЫ**.

Сумма всех частот равна объему выборки:

$$\sum_{i=1}^{k} m_i = n$$

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА – отношение частоты к объему выборки:

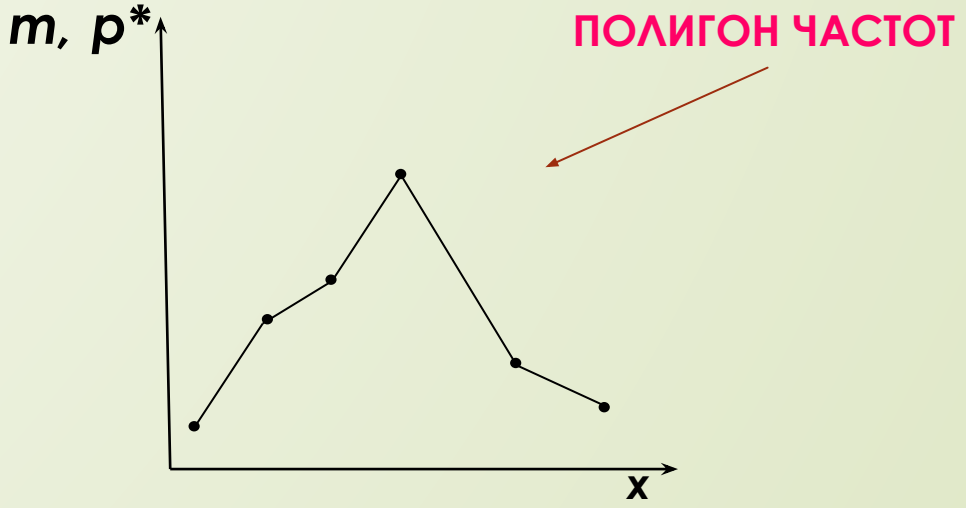
$$p^* = \frac{m_i}{n}$$

ВИДЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ (СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЯДЫ)

I. РАНЖИРОВАННЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ РЯД – совокупность всех значений в выборке, расположенных в определенном порядке (возрастания или убывания).

II. ДИСКРЕТНОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ или **ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД** – совокупность всех вариант и соответствующих им частот или относительных частот.

x_1	x_2	…	x_k
m_1	m_2	…	m_k
p^*_1	p^*_2	…	p^*_k



ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. МОДА (***Mo***) – варианта, которой соответствует набольшая частота.

2. МЕДИАНА - (***Me***) – варианта, которая расположена в середине статистического распределения (справа и слева от нее располагается одинаковое количество вариант).

$$Me = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{, если } \boldsymbol{n} \text{ – нечетное число;} \\ \dfrac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} & \text{, если } \boldsymbol{n} \text{ – четное число.} \end{cases}$$

3. ВЫБОРОЧНАЯ СРЕДНЯЯ ($\bar{x}_в$) – среднее арифметическое значение вариант статистического распределения.

$$\bar{x}_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i m_i}{n} = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i^*$$

ХАРАКТЕРИСТИКИ дискретного СТАТИСТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

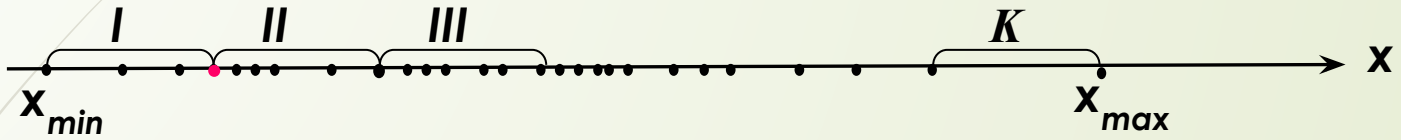
4. ВЫБОРОЧНАЯ (приведенная) ДИСПЕРСИЯ (s^2) – характеризует квадраты отклонения вариант от их среднего значения и определяется по формуле:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_в)^2 m_i}{n-1}$$

5. ВЫБОРОЧНОЕ СРЕДНЕЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ ОТКЛОНЕНИЕ (стандартное отклонение) равно квадратному корню из приведенной дисперсии:

$$s = \sqrt{s^2}$$

III. НЕПРЕРЫВНОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ (ИНТЕРВАЛЬНЫЙ РЯД) –совокупность интервалов, в которых заключены варианты, и соответствующих им частот или относительных частот.



$[x_{I_{\min}}; x_{I_{\max}})$	$[x_{II_{\min}}; x_{II_{\max}})$	$[x_{III_{\min}}; x_{III_{\max}})$	$\cdots$	$[x_{N_{\min}}; x_{N_{\max}}]$
m_I	m_{II}	m_{III}	$\cdots$	m_N
p_I^*	p_{II}^*	p_{III}^*	$\cdots$	p_N^*

Размах ряда – разность между наибольшим значением и наименьшим значением:

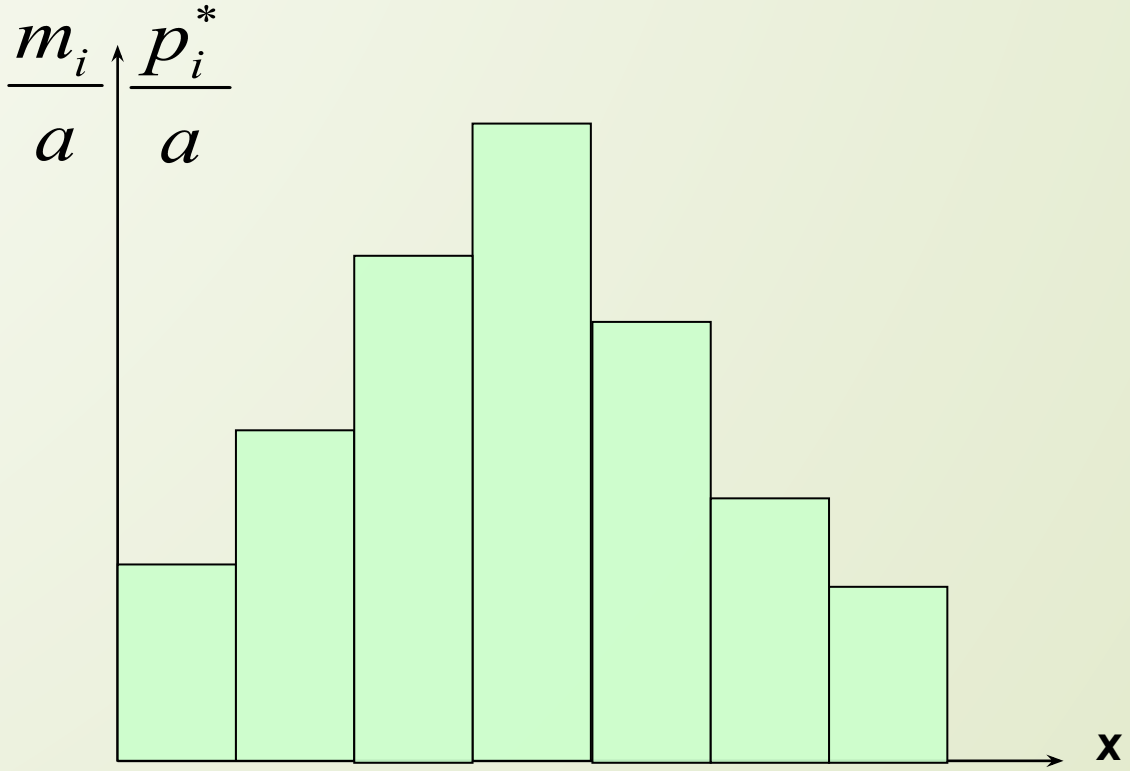
$$\Delta x = x_{\max} - x_{\min}$$

Число интервалов можно рассчитать по формуле Старджеса: $K \approx 1 + 3{,}3 \lg n$

Ширина интервала: $a = \dfrac{\Delta x}{K}$

Графическим изображением вариационного ряда является гистограмма.

ГИСТОГРАММА – совокупность смежных прямоугольников, построенных на одной прямой, основания которых одинаковы и равны ширине интервала, а высоты равны отношению частоты (или относительной частоты) к ширине интервала.



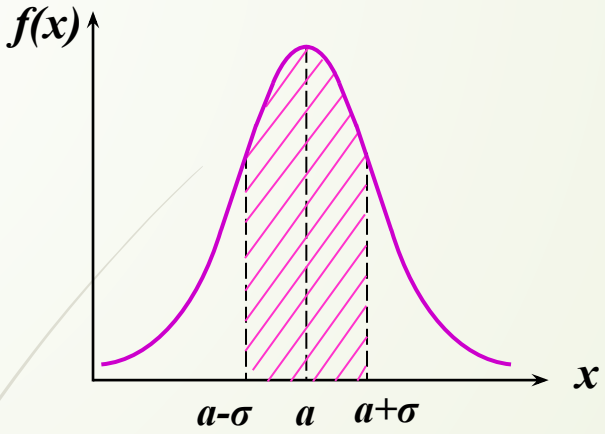
Некоторые специальные задачи математической статистики

1. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ ПО ЕЕ ВЫБОРКЕ

Предлагаемый способ оценки корректно использовать только в случае, когда статистическое распределение соответствует нормальному закону распределения.

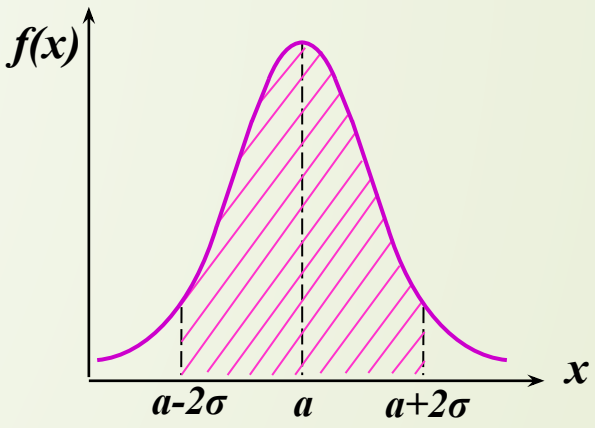
$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$$

При этом справедливо ***правило трех сигм***.



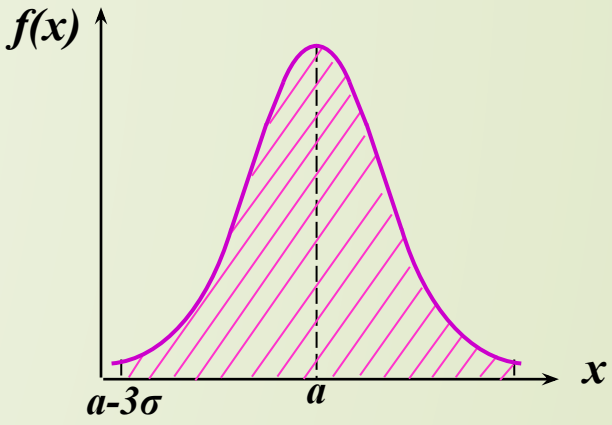
$$P(|x-a|<\sigma)\approx 0{,}683$$

вероятность попадания случайной величины в интервал от –σ до +σ составляет 0,683



$$P(|x-a|<2\sigma)\approx 0{,}954$$

вероятность попадания случайной величины в интервал от –2σ до +2σ составляет 0,954



$$P(|x-a|<3\sigma)\approx 0{,}997$$

вероятность попадания случайной величины в интервал от –3σ до +3σ составляет 0,997

если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения (3 σ)

Точечная оценка – используется для приблизительной оценки параметров генеральной совокупности, используя большую выборку:

Генеральная средняя $\bar{x}_{\text{Г}} = M(\bar{x}_{\text{В}_i})$

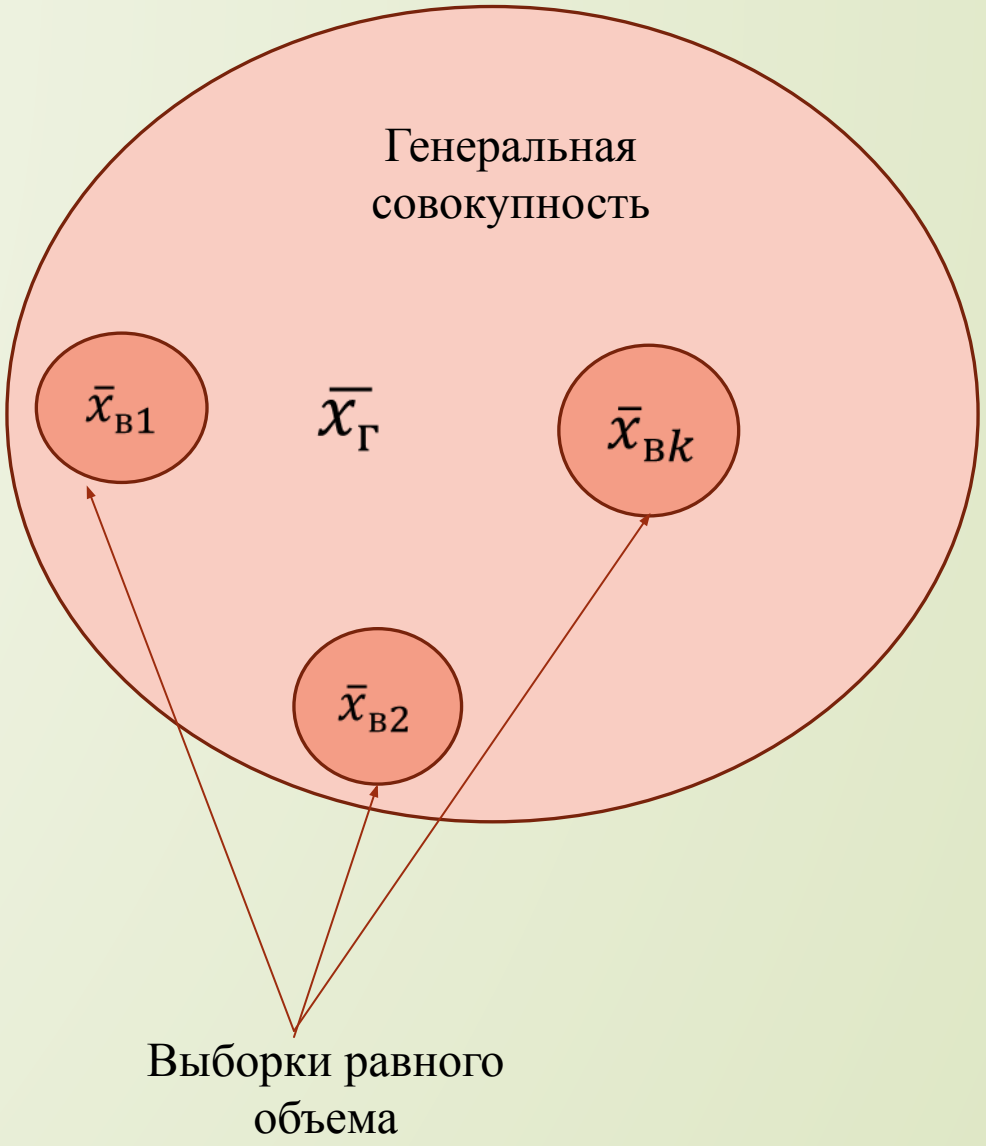
Генеральная дисперсия $D_{\text{Г}} = \frac{n}{n-1} M(D_{\text{В}_i})$

Здесь n – число выборок

Генеральное среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{\text{Г}} = \sqrt{\frac{n}{n-1} M(D_{\text{В}_i})}$$

При достаточно большой выборке: $\sigma_{\text{Г}} \approx \sqrt{M(D_{\text{В}_i})}$



Интервальная оценка

При этом находят интервал, в котором с заданной вероятностью находится истинное значение оцениваемого параметра (генеральной средней). Соответствующий интервал называют ***доверительным, а вероятность нахождения генеральной средней внутри этого интервала – доверительной вероятностью Р:***

$$\bar{x}_{\text{в}} - \varepsilon < \bar{x}_{\text{г}} < \bar{x}_{\text{в}} + \varepsilon$$

Наряду с доверительной вероятностью используют связанную с ней величину ***β=1–Р***, которая называется ***уровнем значимости***. Уровень значимости – это вероятность того, что генеральная средняя находится за пределами доверительного интервала (вероятность противоположного события).

Число ***ε***, характеризующее точность оценки доверительного интервала с заданной доверительной вероятностью, рассчитывают по следующей формуле:

$$\varepsilon = t_{\text{ст}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

***t*ст** – коэффициент Стьюдента определяют по таблице, задавая доверительную вероятность

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА СТЬЮДЕНТА

В таблице для нахождения коэффициента Стьюдента входными параметрами являются объем выборки (***n***) и доверительная вероятность (***P***).

n Объем выборки,	Доверительная вероятность, *p*			
	0,9	0,95	0,99	0,999
2	6,3	12,7	63,7	636,6
3	2,9	4,3	9,9	31,6
5	2,1	2,8	4,6	8,6
10	1,9	2,3	3,3	4,8
15	1,8	2,1	3,0	4,1
20	1,7	2,1	2,9	3,9
25	1,7	2,1	2,8	3,7
30	1,7	2,0	2,8	3,7

Выбор доверительной вероятности

Доверительную вероятность ***P*** (уровень значимости ***β***) исследователь задает на основании правила трех сигм.

Для того, чтобы учесть по- возможности большее количество данных, берут P=0,99 (что соответствует 3σ в нормальном распределении). Однако это может «обесценить» конечный результат оценки, когда ширина доверительного интервала оказывается больше выборочной средней.

Если доверительная вероятность выбирается равной P=0,6 – 0,7 (в нормальном распределении 1σ), выпускается из рассмотрения довольно большое количество данных.

Поэтому в реальных условиях (если не оговорены дополнительные требования) доверительную вероятность выбирают равной P=0,95 (2 σ). В этом случае, согласно «***правилу трех сигм***» при нормальном распределении 95% случайных величин оказывается в интервале $\pm 2\sigma$.

2. Достоверность различий выборок. Понятие о статистических гипотезах.

В медико-клинических исследованиях часто приходится сравнивать определенные характеристики, используя, по меньшей мере две выборки (контрольную и опытную):

- результат воздействия некоторого препарата на тот или иной медицинский показатель;
- результат использования определенной методики лечения и пр.

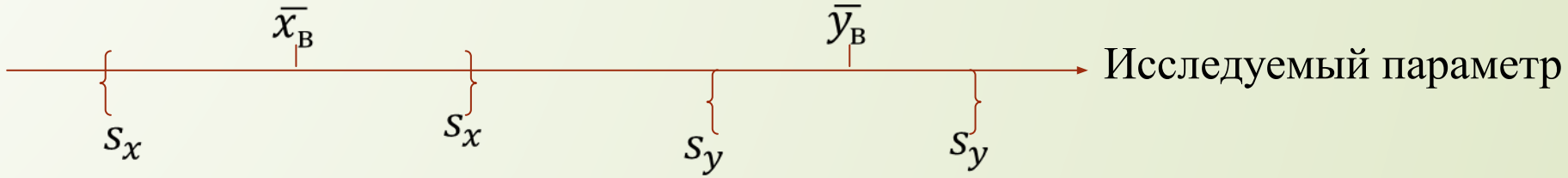
Сравнивая математические характеристики выделенных параметров обоих выборок, делают вывод о достоверности различий этих характеристик с определенной вероятностью. Фактически, констатируют, что данные выборки принадлежат разным генеральным совокупностям.

Сравниваемые выборки могут быть ***зависимыми*** и ***независимыми***.

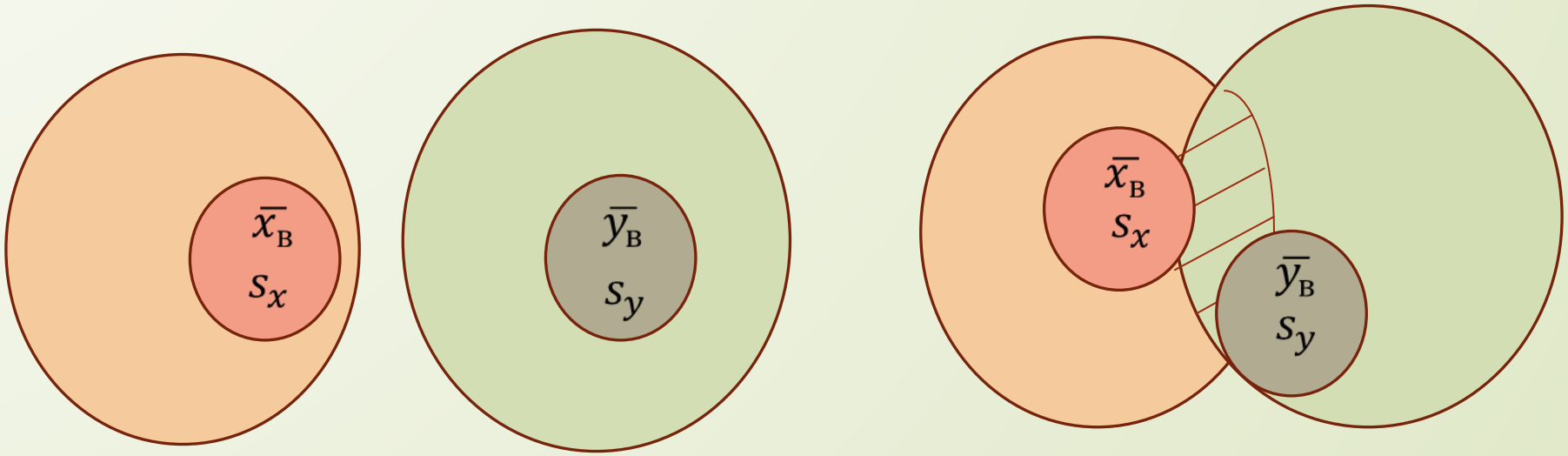
Независимые выборки: есть контрольная группа, получающая плацебо вместо реально действующего препарата, и группа пациентов, которым дается реально данный препарат. При этом количество пациентов в двух группах может быть разным ($n_x \neq n_y$).

Зависимые выборки: данной группе пациентов дается некоторый препарат в течение определенного времени. Затем регистрируется данный медицинский параметр по истечении срока лечения, а результат сравнивается с исходным, до начала приема препарата ($n_x = n_y$).

Если рассчитанные области изменения исследуемого параметра в двух изучаемых выборках не пересекаются, можно утверждать, что выборки принадлежат разным генеральным совокупностям, т.е. исследуемый параметр достоверно отличается при воздействии, например, какого-либо лекарственного препарата или при использовании определенной схемы лечения.



Если же имеются пересечения областей изменения параметра для двух выборок, необходимы дополнительные специальные расчеты.



Достоверность различий выборок оценивается с помощью ***статистических гипотез***.

Статистическая гипотеза – это предположение относительно свойств генеральной совокупности

Рассматриваются гипотезы ***о равенстве или различии*** характеристик двух генеральных совокупностей. Фактически оценивают, ***принадлежат ли рассматриваемые выборки одной или разным генеральным совокупностям***.

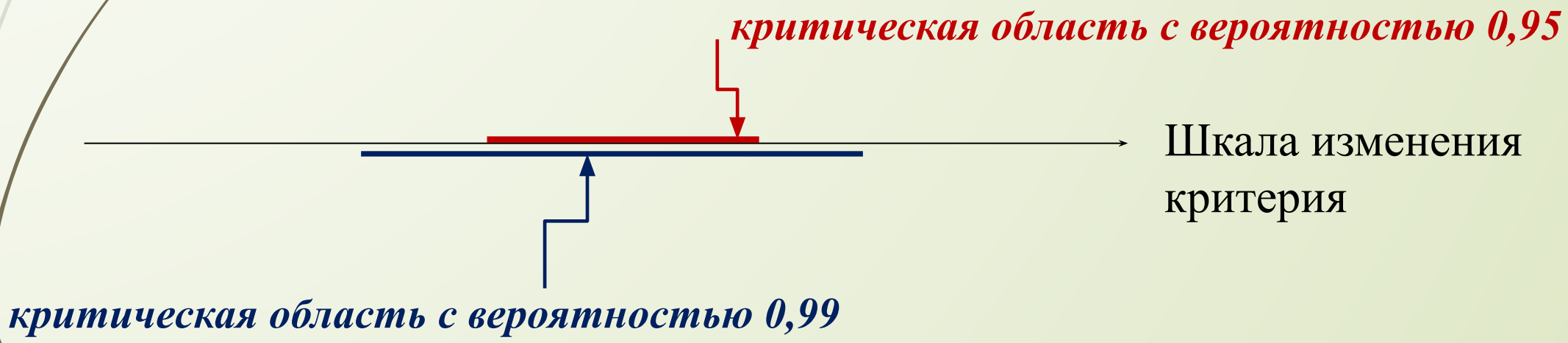
Нулевая гипотеза (**H_0**) – ***гипотеза скептика:*** гипотеза об ***отсутствии различий*** между исследуемыми характеристиками. Скептик считает, что выборки принадлежат одной генеральной совокупности, а ***различия*** между выборочными оценками ***случайны***.

Альтернативная гипотеза (**H_1**) – ***гипотеза оптимиста:*** наблюдаемые ***различия*** между исследуемыми характеристиками ***закономерны*** и вызваны объективными причинами. Следовательно, выборки принадлежат разным генеральным совокупностям.

Понятие о критической области. Уровень значимости

Для проверки статистических гипотез о достоверности различий сравниваемых выборок вычисляют по определенному правилу некоторую величину (***критерий***). При этом закон распределения самого критерия считается известным.

Тогда для ***критерия*** можно указать теоретически некий интервал (***критическую область***), в который с заданной ***доверительной вероятностью Р*** попадает значение критерия.



Если вычисленное экспериментально значение ***критерия*** попадает в критическую область, то принимается гипотеза **Но** (отсутствие различий). В противном случае принимается гипотеза оптимиста.

В медицинских исследованиях используют ***доверительную вероятность*** ***P=0,95*** или ***P=0,99***. Этим значениям соответствуют ***уровни значимости*** ***β=0,05*** или ***0,01***.

$$P+\beta = 1$$

Доверительная вероятность – вероятность того, что нулевая гипотеза будет принята.

Уровень значимости – вероятность того, что нулевая гипотеза будет отклонена.

Различают параметрические и непараметрические гипотезы

Если закон распределения измеряемой случайной величины в обеих генеральных совокупностях является ***нормальным***, а предположения о достоверности различий касаются ***величин параметров*** этого распределения (выборочных средних, дисперсий), то ***гипотезы*** называются ***параметрическими***.

Если о законах распределения измеряемой величины в генеральных совокупностях ***ничего не известно***, то ***гипотезы*** об их характеристиках называются ***непараметрическими***

Проверка параметрических гипотез

1. Проверка гипотезы относительно равенства средних значений, t- критерий Стьюдента.

Критерий Стьюдента корректно применим только к двум выборкам из нормально распределенных генеральных совокупностей с одинаковыми генеральными дисперсиями.

Такая задача возникает, когда имеет значение именно ***величина*** исследуемого признака, например, эффективность действия лекарственного средства. При этом есть контрольная группа, в которой пациентам давали плацебо («обманку»), и опытная группа пациентов, принимающих данный препарат. Для оценки эффективности используют какой-либо медицинский параметр, например, артериальное давление.

Пусть объем выборок $\boldsymbol{n_x}$ и $\boldsymbol{n_y}$

Выборочные средние равны $\bar{x}_{\text{в}}$ и $\bar{y}_{\text{в}}$

Выборочные дисперсии равны s_x^2 и s_y^2

Проверяемые гипотезы: - генеральные средние одинаковы (**H₀** –эффект лекарственного препарата отсутствует);
- генеральные средние различны (**H₁** – эффект есть)

Эмпирическое (опытное) значение коэффициента Стьюдента считают по формуле:

$$t = \frac{\bar{x}_в - \bar{y}_в}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_x} + \frac{s_y^2}{n_y}}},$$

Теоретический критерий ($t_{кр}$) находят по таблице для заданной доверительной вероятности ***P*** (уровня значимости ***β***) и числа степеней свободы (***f***). Число степеней свободы ***f*** определяют следующим образом:

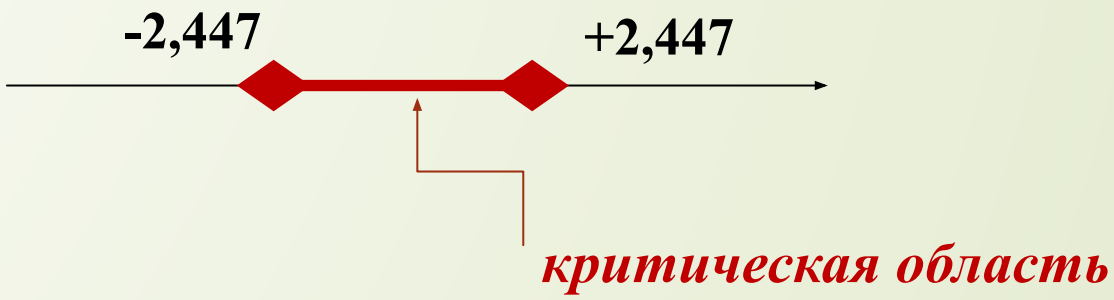
$$f = n_x + n_y - 2$$

Критические значения t- критерия Стьюдента

f	*P*		
	0,95	**0,99**	**0,999**
1	12,70	63,65	636,61
2	4,303	9,925	31,602
3	3,182	5,841	12,923
4	2,776	4,604	8,610
5	2,571	4,032	6,869
6	2,447	3,707	5,959
7	2,365	3,499	5,408
…	…	…	…

Поскольку распределение Стьюдента симметрично относительно нуля, границы критической области одинаковы по модулю и противоположны по знаку. В указанном примере: -2,447 и +2,447.

Решение о достоверности различий между выборочными средними, принимают на основании сравнения эмпирического значения (рассчитанного из опыта) ***t*** -критерия Стьюдента и ***tкр***, найденного из таблицы при заданном значении доверительной вероятности.



Решение о принятии гипотезы	Условия принятия гипотезы	Вывод о достоверности различий, наблюдаемых между выборочными средними
Гипотезу $\mathbf{H_0}$ принимают	$-t_{кр} < t < +t_{кр}$	Различия **не являются** статистически достоверными и носят случайный характер
Гипотезу $\mathbf{H_1}$ принимают (Гипотезу $\mathbf{H_0}$ отвергают)	$t > +t_{кр}$ $t < -t_{кр}$	Различия **являются** статистически достоверными

2. Проверка гипотезы относительно равенства дисперсий, F- критерий Фишера.

В медицинских исследованиях часто о положительном эффекте применения препарата свидетельствует не столько ***величина*** изучаемого параметра, сколько его ***стабильность*** – уменьшение его разброса. В этом случае по результатам выборочного исследования сравнивают ***генеральные дисперсии*** и используют для проверки гипотез ***критерий Фишера***.

При этом сравниваемые выборки должны быть независимыми с нормальным распределением данных.

Пусть есть две выборки, из генеральных дисперсий с нормальным распределением объемами n_x и n_y, выборочными дисперсиями s_x^2 и s_y^2.

Проверяемые гипотезы: - генеральные дисперсии одинаковы (**H0**);
- генеральные дисперсии различны (**H1**)

Эмпирическое значение критерия Фишера определяется по формуле

$$F = \frac{s^2_{\text{больш}}}{s^2_{\text{меньш}}}$$

По специальной таблице определяют критическое значение критерия Фишера ($F_{кр}$) для выбранной доверительной вероятности P (или уровня значимости β) и числа степеней свободы (f_x и f_y): $f_x = (n_x - 1)$ и $f_y = (n_y - 1)$.

Значения критерия Фишера F для уровня значимости β =0,05

f_1 – число степеней свободы большей дисперсии, f_2 – число степеней свободы меньшей дисперсии

	f_1										
f_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	245.95
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51

Решение о принятии гипотезы	Условия принятия гипотезы	Вывод о достоверности различий, наблюдаемых между выборочными средними
Гипотезу $\mathbf{H_0}$ принимают	$F \leq F_{кр}$	Различия ***не являются*** статистически достоверными и носят случайный характер, т.е. выборки взяты из одной и той же генеральной совокупности
Гипотезу $\mathbf{H_1}$ принимают (Гипотезу $\mathbf{H_0}$ отвергают)	$F > F_{кр}$	Различия ***являются*** статистически достоверными, т.е. выборки взяты из разных генеральных совокупностей

Проверка непараметрических статистических гипотез

Ранговый критерий Манна-Уитни.

Непараметрические критерии предназначены для обнаружения различий в законах распределения двух генеральных совокупностей с неизвестными законами распределения. Выборки из генеральных совокупностей должны быть представлены в ***ранговой шкале***.

U-критерий Манна-Уитни – ***непараметрический*** статистический критерий, используется для оценки различий между средними значениями двух генеральных дисперсий с неизвестным законом распределения. U-критерий Манна-Уитни- наиболее мощная (чувствительная) непараметрическая альтернатива t - критерия для независимых выборок.

В ранговой шкале измеренные признаки располагаются в порядке возрастания, а затем нумеруются целыми числами 1, 2, ... Эти числа и называются ***рангами***. Значение имеет не сама величина признака, а лишь ***порядковое место***, который она занимает среди других величин. Равным величинам присваивают одинаковые ранги, равные среднеарифметическим значениям. Мерой отличия является число **T** – большая сумма рангов в одной из исследуемых групп.

Пусть есть две независимые выборки со следующими вариантами:

X: 8, 8, 10, 7, 9, 11, 6

Y: 8, 9, 9, 11, 12, 13, 12

1. Надо построить общий ранжированный ряд значений:

6	7	8	8	8	9	9	9	10	11	11	12	12	13

2. Все варианты нумеруются в порядке очередности (присваиваем ранг вариантам)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

3. Учитываем одинаковые варианты, присваивая им ранг, являющийся среднеарифметическим для них

1	2	4	4	4	7	7	7	9	10,5	10,5	12	12	14

4. Считаем отдельно сумму рангов для выборок о определяем наибольшую из двух ранговых сумм T : T_1=37,5; T_2=66,5

5. Эмпирическое значение ***U-критерия*** считают по формуле:

$$U = n_x n_y + \frac{n(n+1)}{2} - T$$

$\boldsymbol{n_x}$ и $\boldsymbol{n_y}$ - объемы выборок; ***n*** – объем выборки, имеющей большую ранговую сумму; ***T***– бо̀льшая сумма рангов из выборок X и Y.

В приведенном примере объемы выборок одинаковы, а бо̀льшую сумму рангов имеет вторая выборка:

$$U = n_x n_y + \frac{n(n+1)}{2} - T = 7*7 + \frac{7(7+1)}{2} - 66{,}5 = 77 - 66{,}5 = 10{,}5$$

6. Затем полученное значение ***U-критерия*** сравнивается с теоретическим, найденным по таблице.

Таблица критерия Манна-Уитни для двух уровней значимости

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$p=0,05$																
11	6															
12	6	6														
13	6	6	6													
14	7	7	6	6												
15	7	7	6	6	6											
16	8	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
$p=0,01$																
11	9															
12	9	9														
13	9	9	9													
14	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9											
16	9	9	9	9	9	9										
17	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

Решение о достоверности различий, наблюдаемых между изучаемыми признаками в рассматриваемых выборках, принимают на основании сравнения полученного эмпирического значения (**U**) с ***критическим значением*** ($\mathbf{U_{кр}}$), определяемой из таблицы при заданной численности групп (n_x и n_y) для избранной доверительной вероятности (уровня статистической значимости).

Решение о принятии гипотезы	Условия принятия гипотезы	Вывод о достоверности различий между уровнем признака в рассматриваемых выборках
гипотезу $\mathbf{H_0}$ принимают	$\mathbf{U > U_{кр}}$	
Гипотезу $\mathbf{H_1}$ принимают (Гипотезу $\mathbf{H_0}$ отвергают)	$\mathbf{U \leq U_{кр}}$	