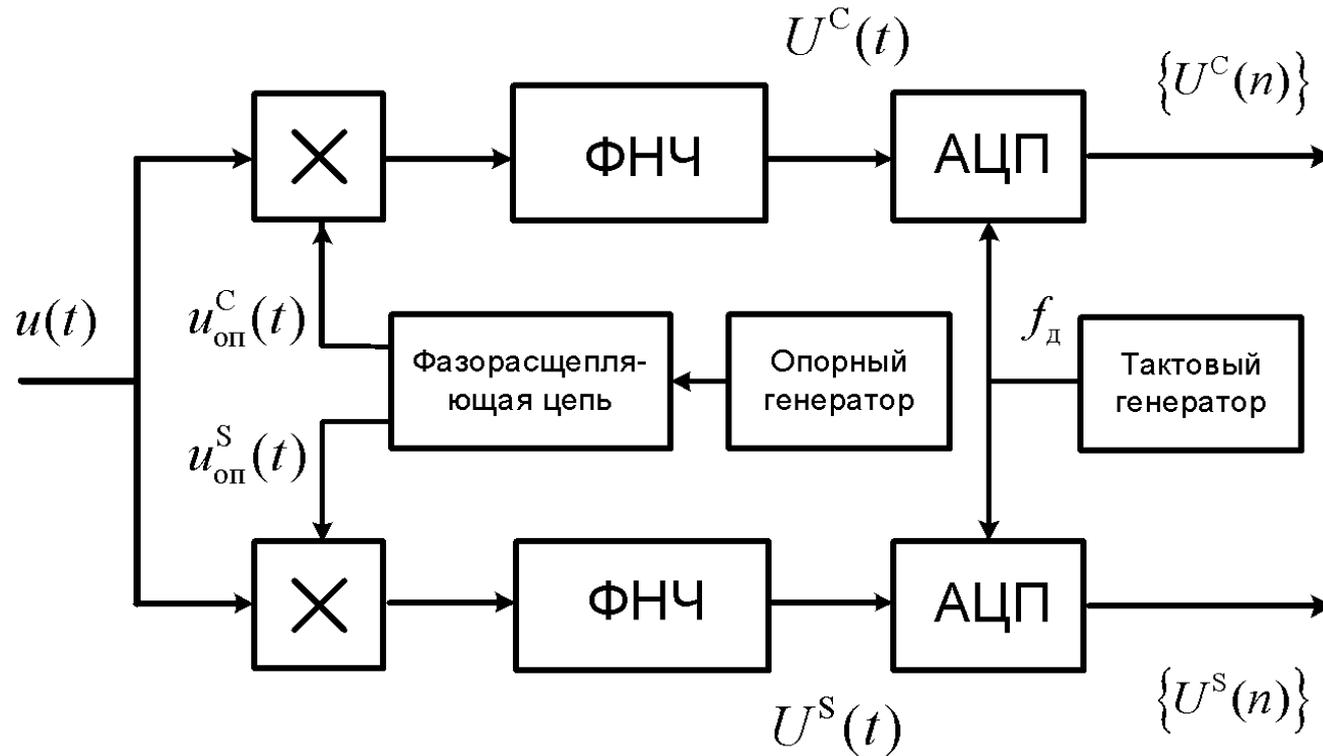


1.1. Формирование цифровых НЧ квадратурных составляющих сигнала

$$U^c(t) = \operatorname{Re} \dot{U}(t) = U(t) \cos \varphi(t),$$

$$U^s(t) = \operatorname{Im} \dot{U}(t) = U(t) \sin \varphi(t)$$



Опорные колебания: $u_{\text{оп}}^c(t) = 2 \cos \omega_0 t,$

$u_{\text{оп}}^s(t) = -2 \sin \omega_0 t$

Аналитический сигнал. Преобразование Гильберта

Комплексный аналитический
сигнал

$$z(t) = s(t) + j\hat{s}(t)$$

Сопряжённый по Гильберту
сигнал

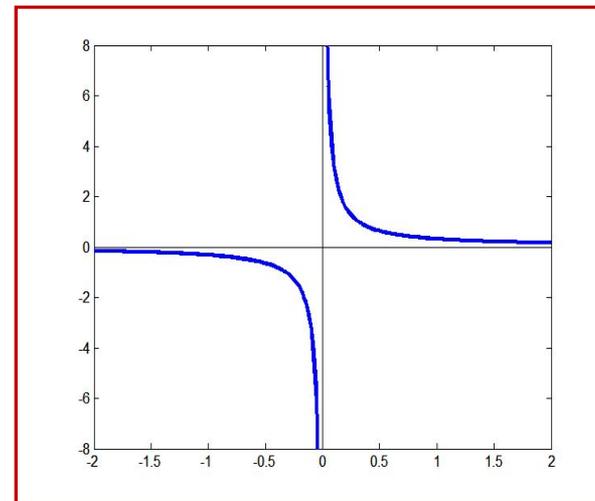
$$\hat{s}(t) = \mathcal{H} \{s(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

Сопряжённый сигнал как свёртка

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \frac{1}{\pi(t - \tau)} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) h_{\Gamma}(t - \tau) d\tau = s(t) * h_{\Gamma}(t)$$

Импульсная характеристика
преобразователя Гильберта

$$h_{\Gamma}(t) = \frac{1}{\pi t}$$



Частотные характеристики преобразователя Гильберта

Комплексная частотная характеристика

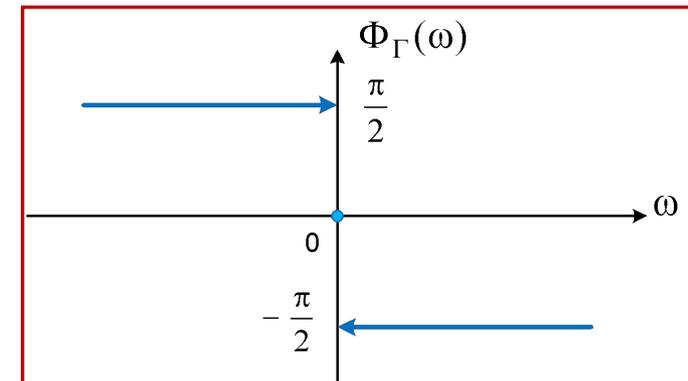
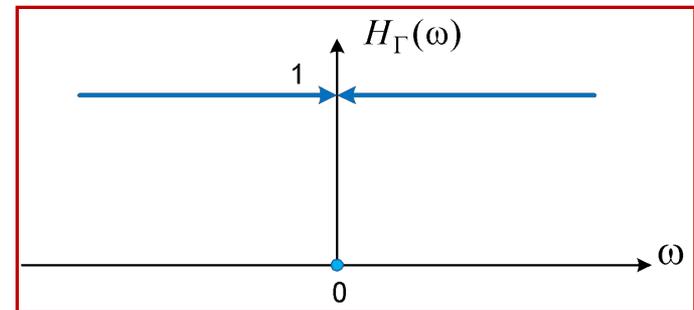
$$H_{\Gamma}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} 0 \frac{1}{\pi t} e^{-j\omega t} dt = -j \operatorname{sign} \omega = \begin{cases} j & \text{при } \omega < 0 \\ 0 & \omega = \\ -j & \text{при } \omega > 0 \end{cases}$$

АЧХ

$$H_{\Gamma}(\omega) = |H_{\Gamma}(j\omega)| = \begin{cases} 1 & \text{при } \omega \neq \\ 0 & \omega = \end{cases}$$

ФЧХ

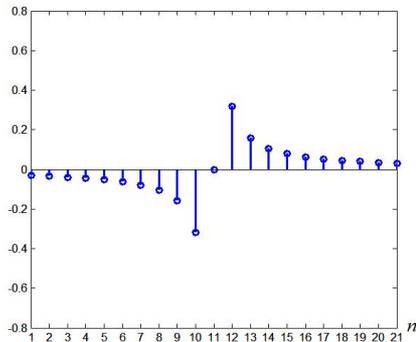
$$\Phi_{\Gamma}(\omega) = \arg H_{\Gamma}(j\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{при } \omega < 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{при } \omega > 0 \end{cases}$$



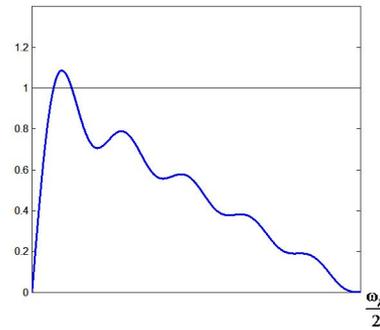
Характеристики цифрового фильтра Гильберта ($N_{\Gamma} = 21, n_0 = 11$)

Импульсная характеристика

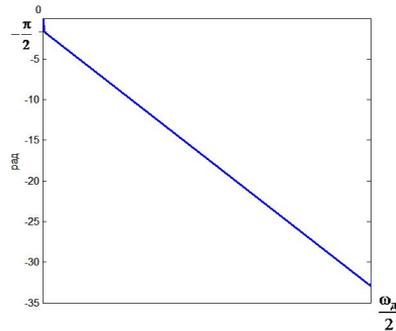
$$h_{\Gamma}(n) = \begin{cases} 0, & n = n_0 \\ \frac{1}{\pi(n - n_0)}, & n \neq n_0 \end{cases}$$



АЧХ

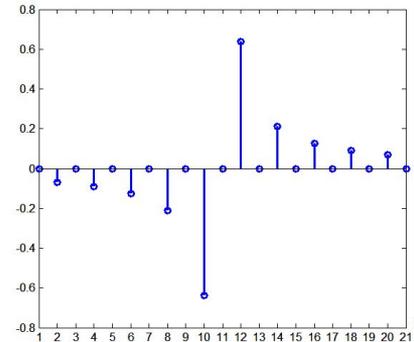


ФЧХ

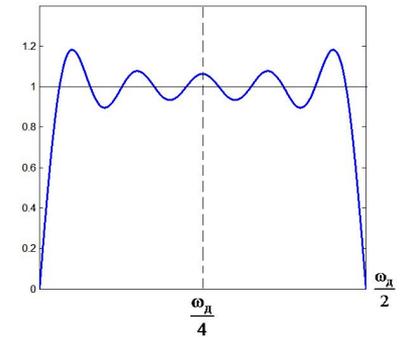


Импульсная характеристика

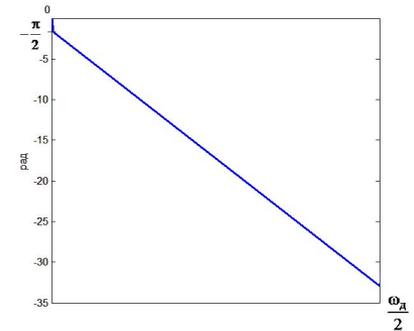
$$h_{\Gamma}(n) = \begin{cases} 0 & (n - n_0) \text{ чётно} \\ \frac{2}{\pi(n - n_0)} & (n - n_0) \text{ нечётно} \end{cases}$$



АЧХ



ФЧХ



Цифровое формирование комплексной огибающей

Цифровой аналитический сигнал $z(n) = s(n) + j\hat{s}(n)$

Цифровая комплексная
огибающая

$$U(n) = z(n) \cdot e^{-j\omega_0 t_n} = z(n) \cdot e^{-j\varphi_0(n)},$$

где $\varphi_0(n) = \omega_0 t_n = \omega_0 (n-1) \Delta t$

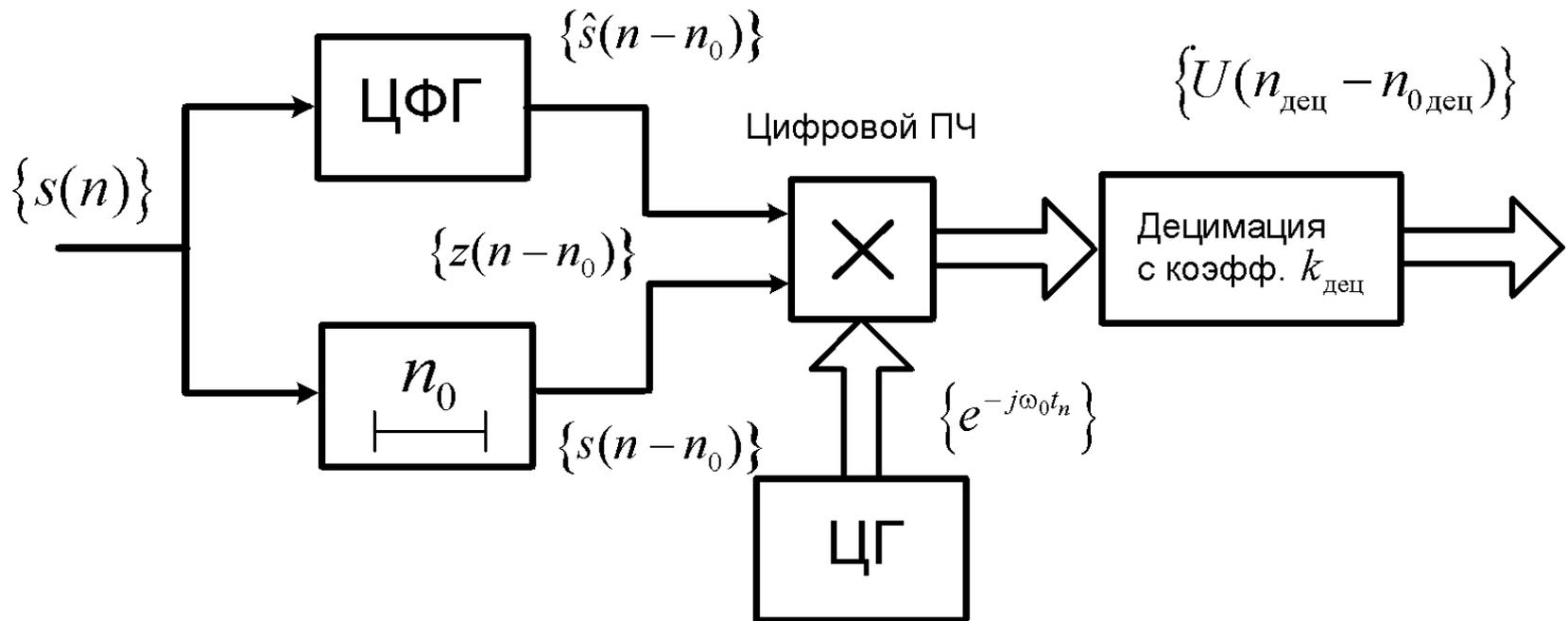
$$\begin{aligned} U(n) &= [s(n) + j\hat{s}(n)] \cdot [\cos \varphi_0(n) - j \sin \varphi_0(n)] = \\ &= [s(n) \cos \varphi_0(n) + \hat{s}(n) \sin \varphi_0(n)] + j[-s(n) \sin \varphi_0(n) + \hat{s}(n) \cos \varphi_0(n)] \end{aligned}$$

Цифровые квадратурные составляющие

$$U^C(n) = s(n) \cos \varphi_0(n) + \hat{s}(n) \sin \varphi_0(n)$$

$$U^S(n) = -s(n) \sin \varphi_0(n) + \hat{s}(n) \cos \varphi_0(n)$$

Схема цифрового формирования комплексной огибающей

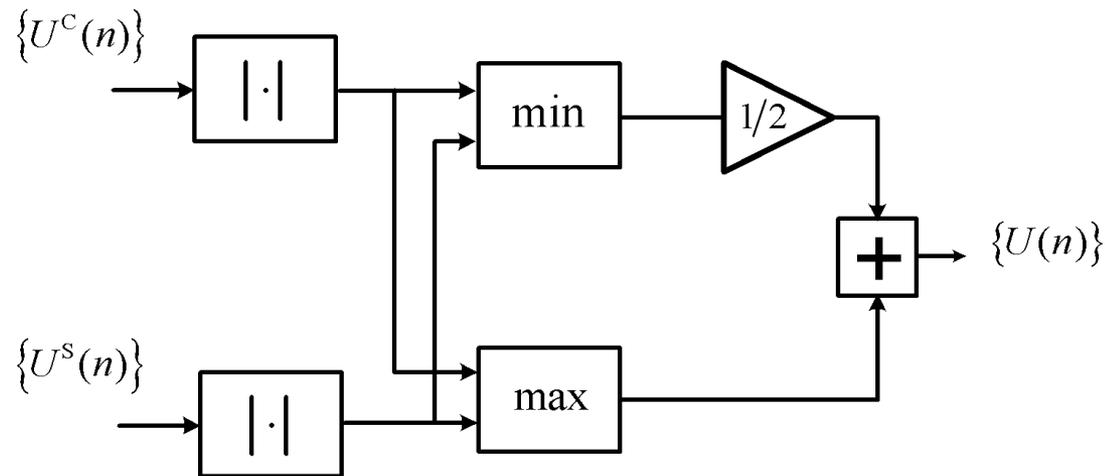


1.2. Цифровые демодуляторы сигналов

Цифровой АД

Цифровая огибающая $U(n) = |U(n)| = \sqrt{U^c(n)^2 + U^s(n)^2}$

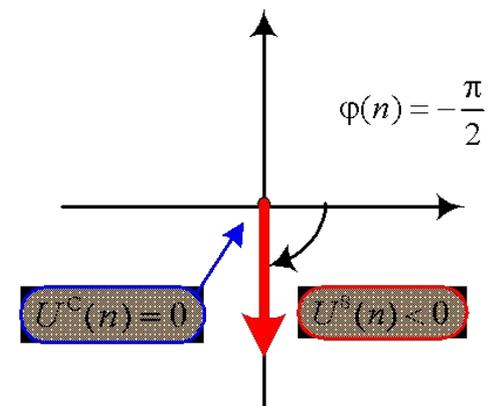
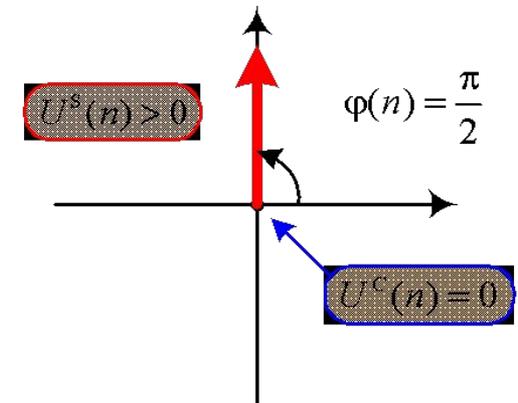
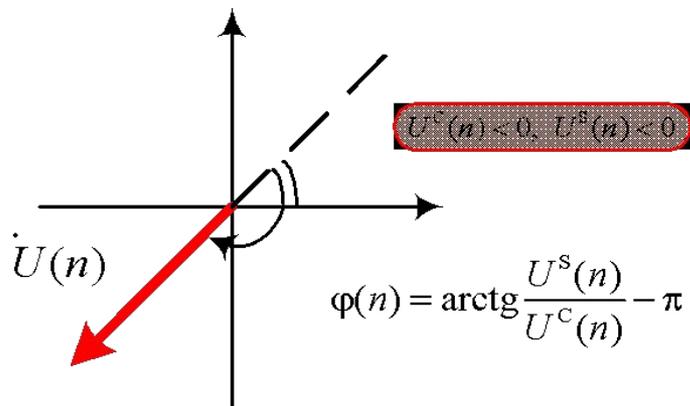
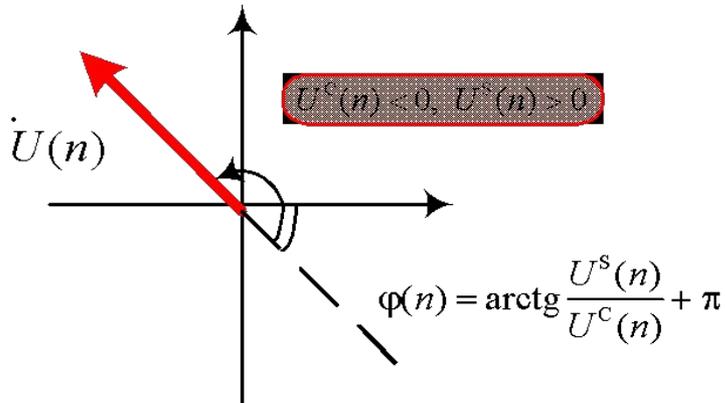
$$U(n) \approx \frac{1}{2} \min(|U^c(n)|, |U^s(n)|) + \max(|U^c(n)|, |U^s(n)|)$$



Цифровой ФД

Цифровая фаза $\varphi(n) = \arg \dot{U}(n)$.

$$\varphi(n) = \arctg \frac{U^s(n)}{U^c(n)} \quad U^c(n) > 0$$



Цифровой ЧД (1)

Алгоритм 1 - с вычислением полной фазы

$$f(n) - f_0 = \Delta f(n) = \frac{\Delta \omega(n)}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi} \frac{\varphi(n) - \varphi(n-1)}{\Delta t_{\text{д}}} = \frac{f_{\text{д}}}{2\pi} (\varphi(n) - \varphi(n-1))$$

Алгоритм 2 - без вычисления полной фазы

$$\begin{aligned} \Delta f(n) &\approx \frac{f_{\text{д}}}{2\pi} (\varphi(n) - \varphi(n-1)) = \frac{f_{\text{д}}}{2\pi} \arg \{U(n) \dot{U}(n-1)^*\} = \\ &= \frac{f_{\text{д}}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \{U(n) \dot{U}(n-1)^*\}}{\operatorname{Re} \{U(n) \dot{U}(n-1)^*\}} \end{aligned}$$

Цифровой ЧД (2)

Алгоритм 3 – без нелинейных операций

$$\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\frac{dU^S(t)}{dt} U^C(t) - \frac{dU^C(t)}{dt} U^S(t)}{U^C(t)^2 + U^S(t)^2}$$

$$\frac{dU^C(t)}{dt} \approx \frac{U^C(t) - U^C(t - \Delta t_{\text{д}})}{\Delta t_{\text{д}}} \Rightarrow f_{\text{д}} \cdot (U^C(n) - U^C(n-1))$$

$$\frac{dU^S(t)}{dt} \approx \frac{U^S(t) - U^S(t - \Delta t_{\text{д}})}{\Delta t_{\text{д}}} \Rightarrow f_{\text{д}} \cdot (U^S(n) - U^S(n-1))$$

Цифровой ЧД (3)

$$U_{\text{ЦЧД}}(n) = \frac{f_d}{2\pi} \cdot \frac{U^C(n-1)U^S(n) - U^S(n-1)U^C(n)}{U^C(n)^2 + U^S(n)^2}$$

Характеристика ЦЧД

$$U_{\text{ЦЧД}}(\Delta f) = \frac{f_d}{2\pi} \sin\left(2\pi \frac{\Delta f}{f_d}\right)$$

