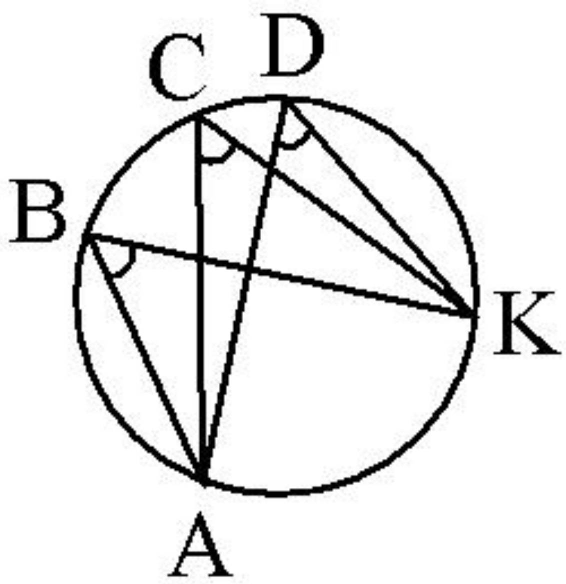
Вписанные и описанные многоугольники

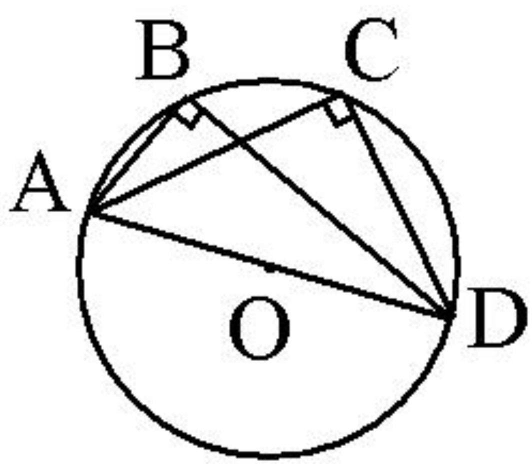
Урок 5

Вписанные углы



$$\angle ABK = \angle ACK = \angle ADK$$

Вписанные углы, которые опираются на одну и ту же дугу, равны между собой.

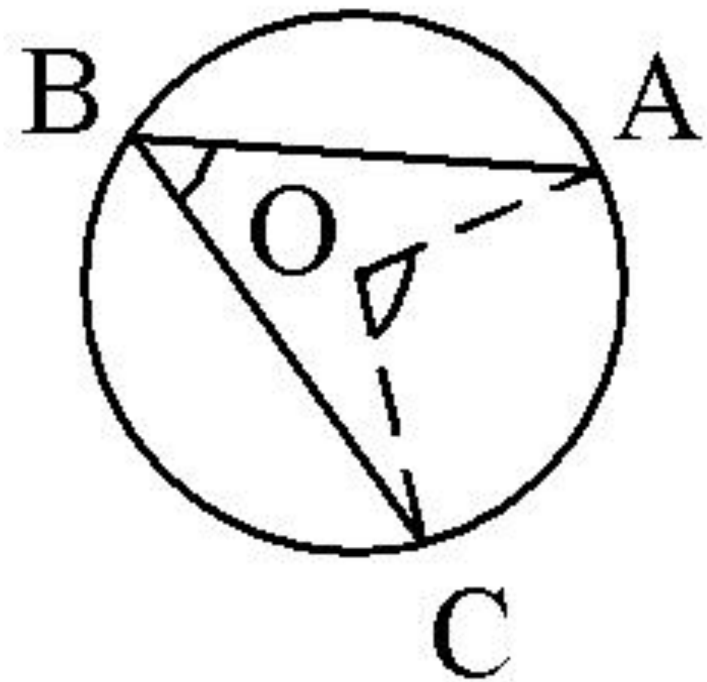


Вписанный угол, который опирается на диаметр, равен 90º.

$$\angle ABD = \angle ACD = 90^{o}$$

Вписанные углы

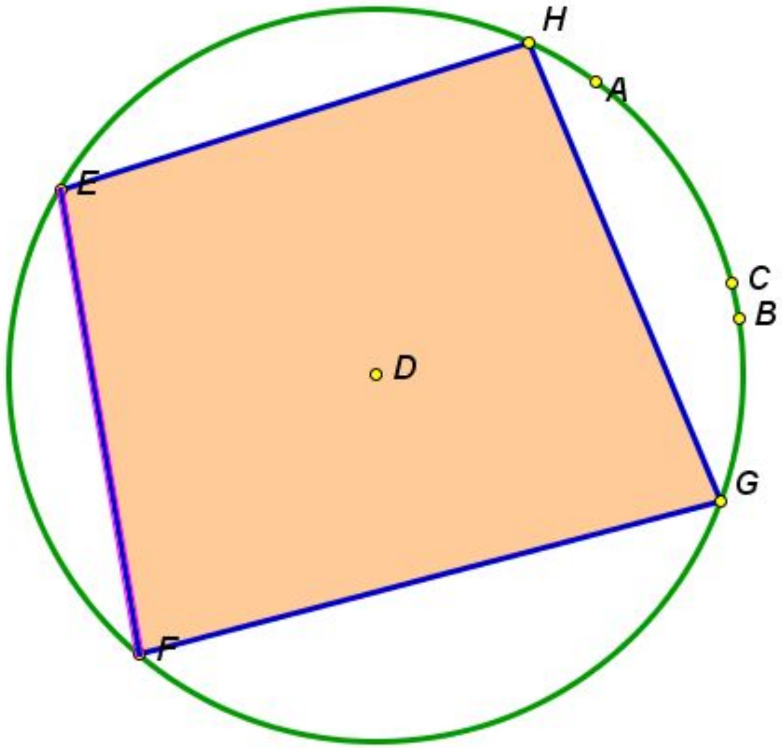
$\angle ABC$ - вписанный угол,



$$\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\cup}{AC} = \frac{1}{2}\angle AOC$$

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается и равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

Описанная окружность

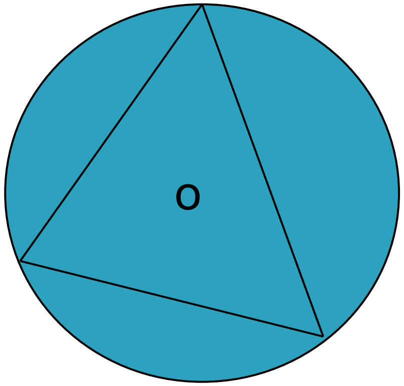


Окружность называется **описанной** около многоугольника, если она проходит через все его вершины.

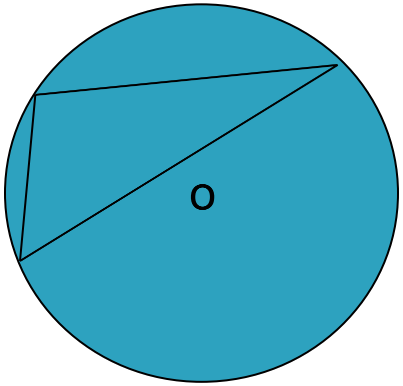
Описанная окружность

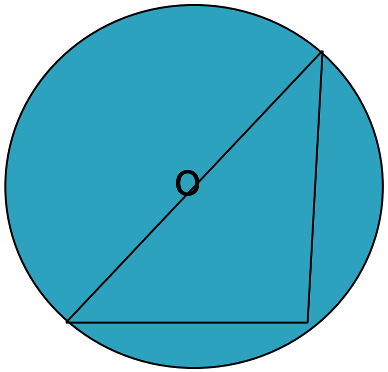
Расположение центра описанной окружности в зависимости от вида треугольника:

Остроугольный треугольник



Тупоугольный треугольник





Прямоугольный треугольник

Описанная окружность

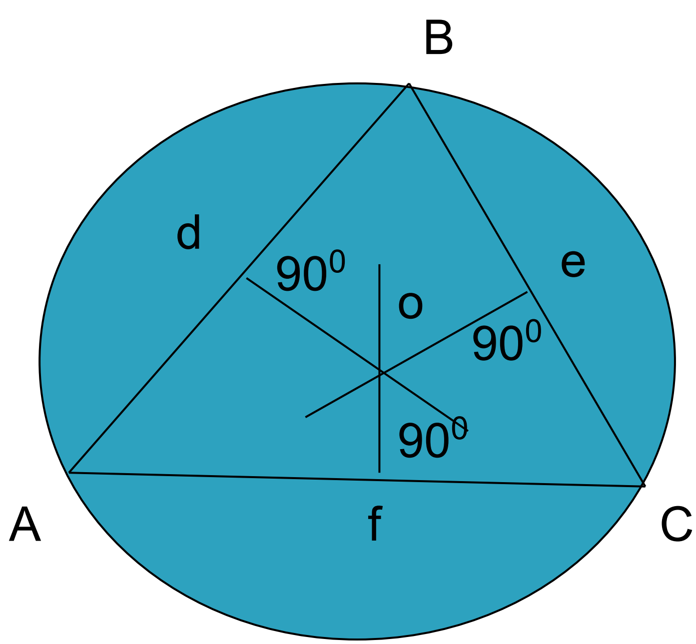
Около любого треугольника можно описать окружность.

Центр описанной окружности – есть точка пересечения серединых перпендикуляров.

Ad = dB

Be = eC

Cf = fA



$$R_3 = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

- для правильного Δ, где *a* - сторона

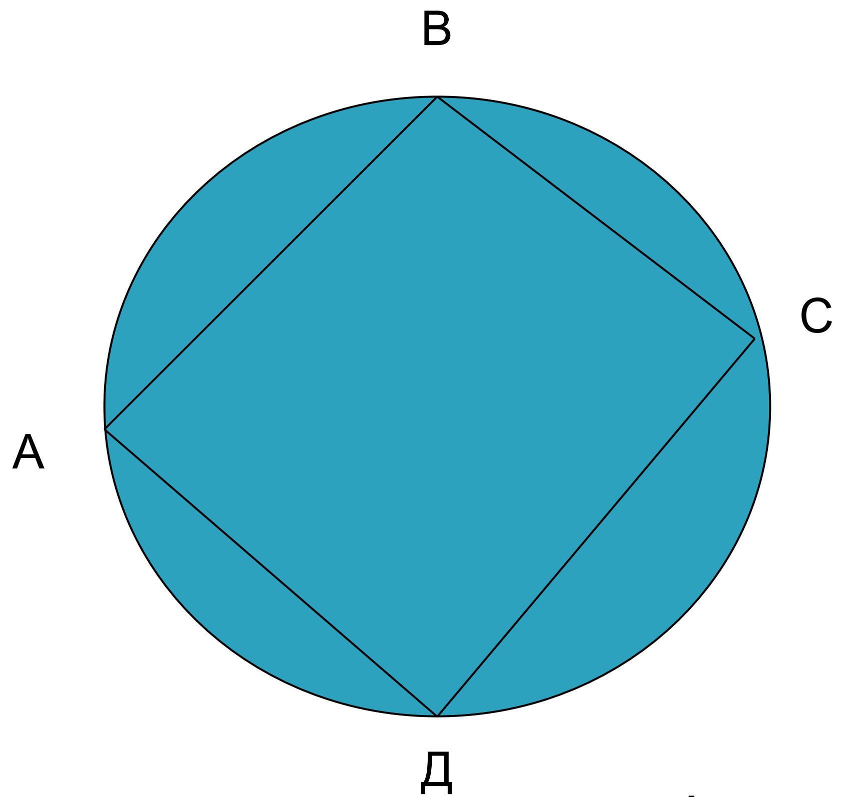
$$R_n = \frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$$

$$R_6 = a$$

Описанная окружность

Если около четырехугольника можно описать окружность, то сумма противолежащих углов равна 180 градусам.

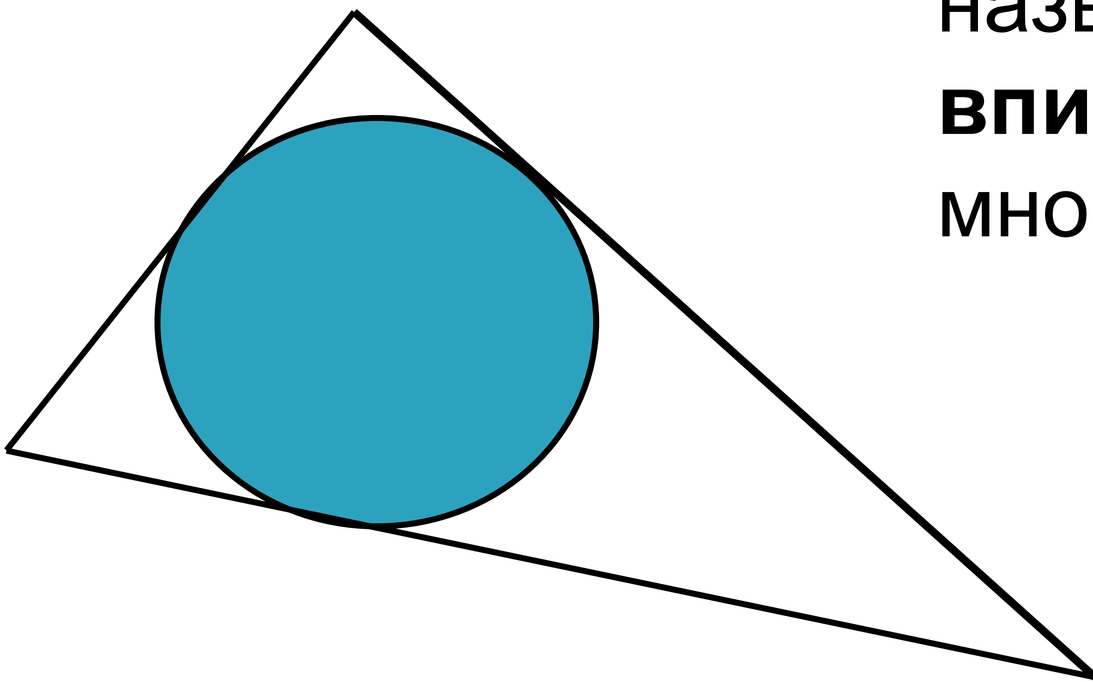
(и обратно)

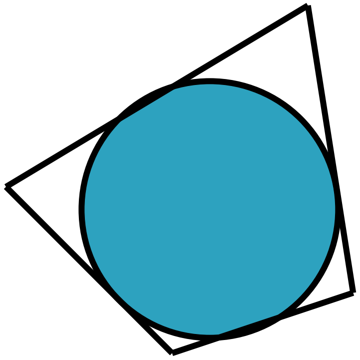


угол А + угол С = угол В + угол Д = 180^0

Вписанная окружность

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник.

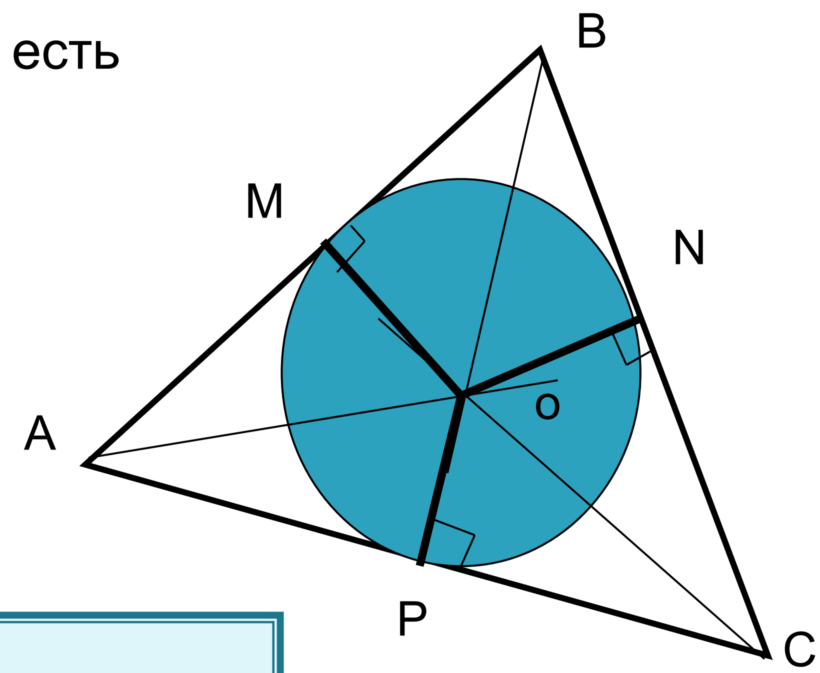




Вписанная окружность

В любой треугольник можно вписать окружность.

Центр вписанной окружности – есть точка пересечения биссектрис его углов.



$$r_3 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

- для правильного Δ, где *a* - сторона

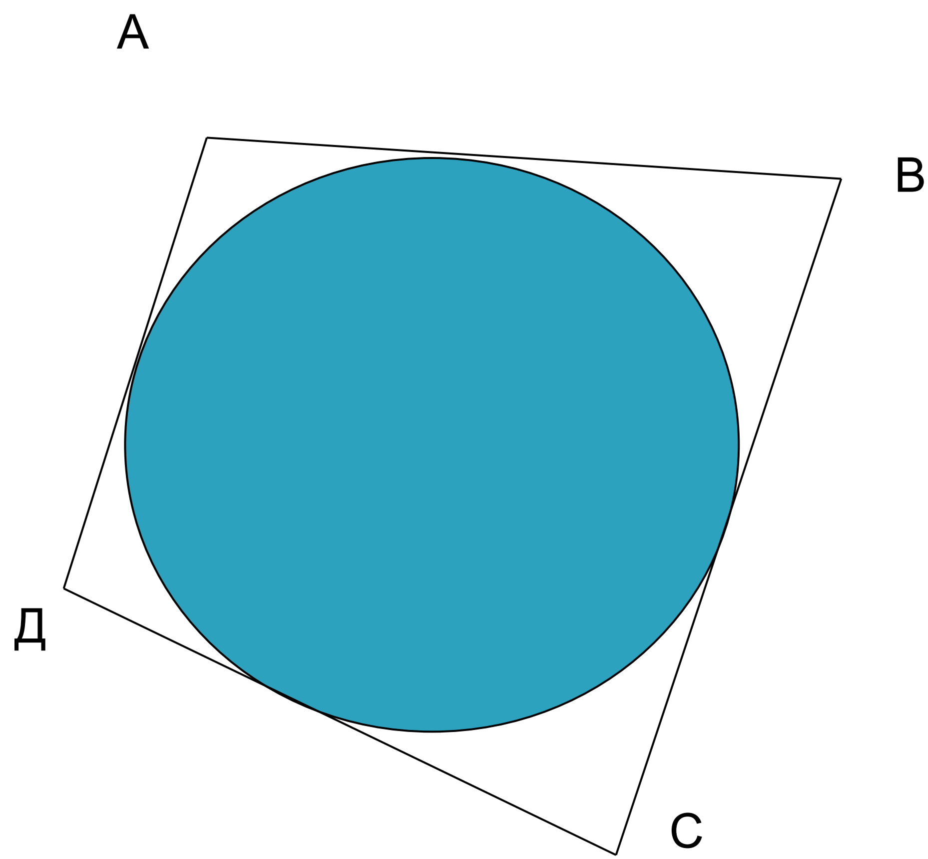
$$r_n = \frac{a_n}{2 \cdot tg\,\dfrac{180^\circ}{n}}$$

$$r_6 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Вписанная окружность

Если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон равны.

АВ+СД=АД+ВС



Формулы площадей треугольников.

$$S_{\triangle} = p * r$$

где

P – полупериметр треугольника

r – радиус вписанной окружности

$$S_{\triangle} = \frac{A*B*C}{4*R}$$

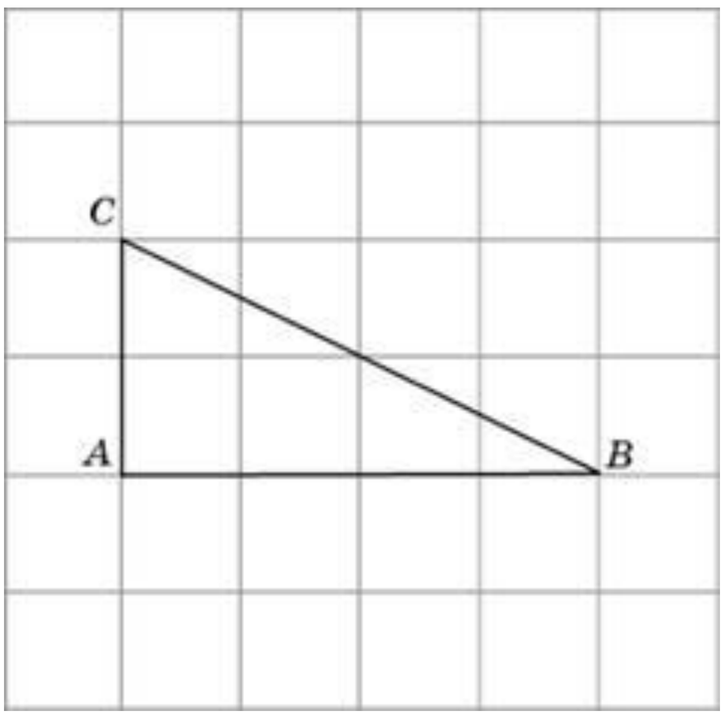
где

A, B, C - стороны треугольника

R- радиус описанной окружности

Задача 1.

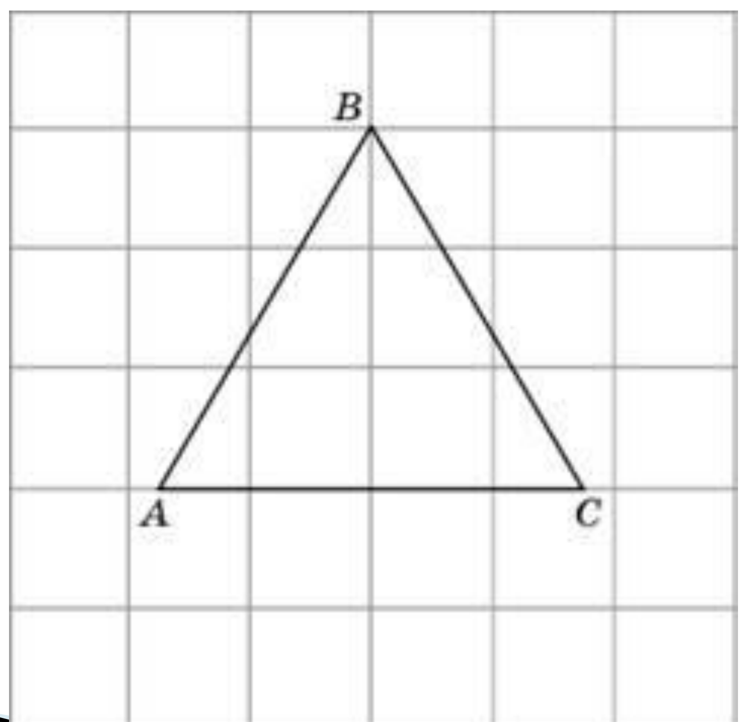
Найдите радиус *R* окружности, описанной около треугольника *ABC*, если стороны квадратных клеток равны 1.
В ответе укажите $R\sqrt{5}$



Подсказка:
Т.к. окружность описана около прямоугольного треугольника, то его гипотенуза является диаметром окружности.

Задача 2.

Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1.

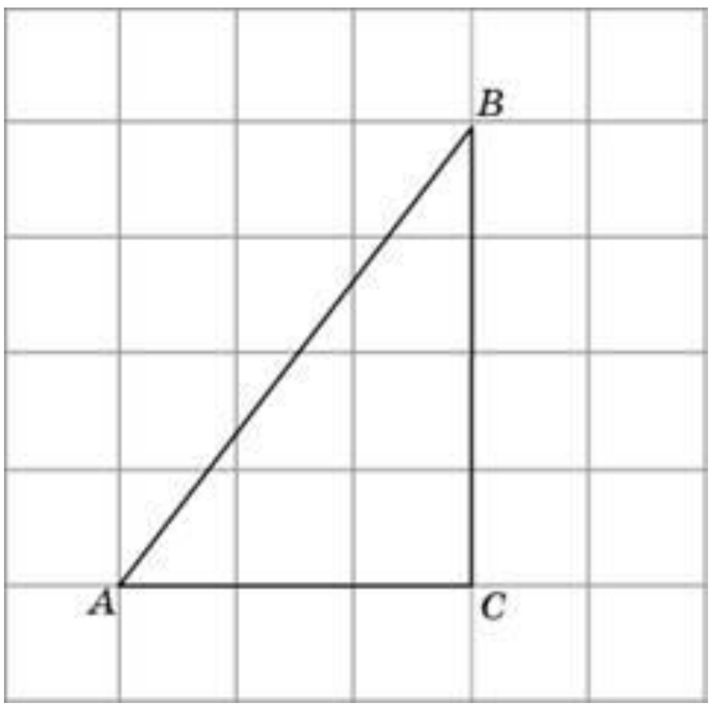


Подсказка:
Центр окружности, описанной около треугольник – точка пересечения серединных перпендикуляров.

Подсказка 2:
Медианы, биссектрисы, высоты в треугольнике точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины треугольника.

Задача 3.

Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1.

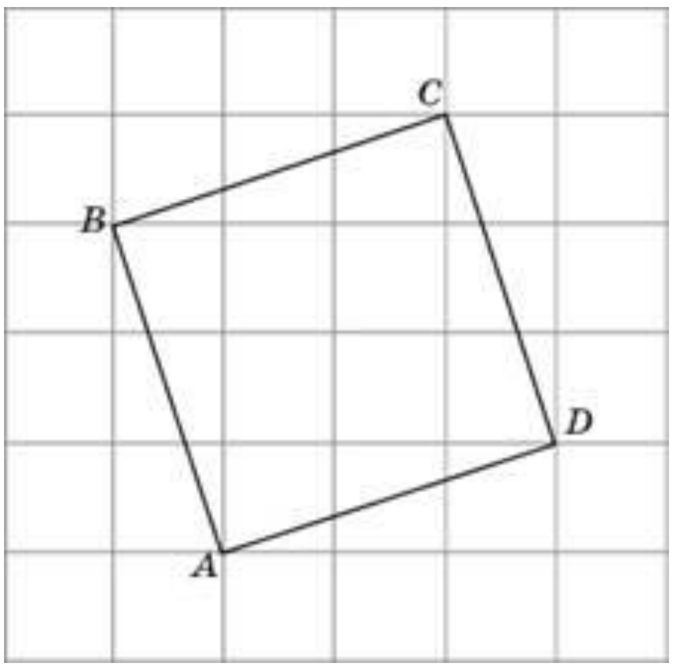


Подсказка:

$$S_{\triangle} = p * r$$

Задача 4.

Найдите радиус *r* окружности, вписанной в четырехугольник *ABCD*. В ответе укажите $r\sqrt{10}$



Задача 5.

В четырехугольник *ABCD* вписана окружность,
AB=10, CD=16. Найдите периметр четырехугольника