

Степенные производные функции комплексных переменных

Выполнил:

Студент группы № 813Д

Бельченко Н.

Варламова Н.

На некотором множестве точек,
изображающих значения комплексного
переменного z задана функция

$$\omega = f(z)$$

если каждой точке z этого множества
поставлено в соответствие одно или
несколько значений ω .

Если каждой точке z соответствует одно значение ω , то функция

$$\omega = f(z)$$

называется однозначной.

Если каждой точке z соответствует несколько значений ω , то функция

$$\omega = f(z)$$

называется многозначной.



Функция $\omega = z^2$ - однозначна.

Ее можно считать определенной на всей плоскости, т.к. по формуле введения комплексного числа в степень, любому комплексному числу z ставится в соответствие одно значение z^2 .



Функция $\omega = \text{Arg}z$ - многозначна.

Она определена с точностью до 2π и определена на всей плоскости, кроме точки $z=0$ (при $z=0$ $\text{Arg}z$ не имеет смысла).

Поскольку задание комплексного числа равносильно заданию двух действительных чисел x и y :

$$z = x + i \cdot y$$

то числу ω тоже однозначно соответствует пара действительных чисел u и v : $\omega = u + i \cdot v$

Поэтому зависимость $\omega = f(z)$

между комплексной функцией ω и комплексным аргументом z равносильна зависимости:

$$u = u(x, y)$$

$$v = v(x, y)$$

определяющей действительные величины u и v как функции действительных аргументов x и y .

Если значения аргумента z изображать точками на плоскости Z , а значения функции ω – точками на плоскости W , то функция $\omega = f(z)$

устанавливает зависимость между точками плоскости Z , в которых эта функция определена, и точками плоскости W .

Таким образом устанавливается отображение точек плоскости Z на соответствующие точки плоскости W .

Пусть g – множество точек плоскости Z , на которых определена функция $\omega = f(z)$

а G – множество точек плоскости W , на которое отображаются точки функции $\omega = f(z)$

Каждой точке множества G будет соответствовать одна или несколько точек множества g . Это будет означать, что на множестве G определена некоторая функция $z = \varphi(\omega)$

Эта функция будет обратной к функции $\omega = f(z)$

Если функция $\omega = f(z)$

однозначна., то и обратная к ней функция будет однозначной, если отображение $g \rightarrow G$ взаимно однозначно.

