

- **Информация**
- **из**
- **оптимальной**
- **Симплекс-таблицы**
 - **Оптимальное решение**
 - **Статус ресурсов**
 - **Ценность каждого ресурса**
 - **Чувствительность оптимального решения**

Ценность ресурса

Ценность ресурса – характеризуется величиной улучшения оптимального значения f , приходящегося на единицу прироста данного ресурса

Статус ресурсов

Дефицитный

Недефицитный

Теория двойственности

Определение. Парой симметричных двойственных задач называются задачи

$$f(x) = (c, x) \rightarrow \max$$

$$Ax \leq b \quad (1)$$

$$x \geq 0$$

$$g(y) = (b, y) \rightarrow \min$$

$$y \geq 0 \quad (2)$$

$$A^T y \geq c$$

Задачи (1), (2) являются взаимно двойственными задачами.

Теоремы двойственности

Теорема 1 (Первая теорема двойственности). Двойственные задачи одновременно разрешимы или не разрешимы, и в случае их разрешимости оптимальные значения целевых функций совпадают.

Следствие 1. Если исходная задача является задачей в канонической форме и ее оптимальная симплекс таблица известна, то оптимальное решение двойственной задачи есть

$$(y^*, A^j) = \Delta_j + c_j$$

Следствие 2. Если исходная задача является задачей в стандартной форме и ее оптимальная симплекс таблица известна, то оптимальное решение двойственной задачи есть

$$y_i^* = \Delta_{u_i}$$

Экономическая интерпретация двойственной задачи

Исходная задача	Двойственная задача
$f = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$ $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$ $x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$	$g(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i \rightarrow \min$ $\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i \geq c_j$ $y_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m.$

y_i - цена за единицу i ресурса, $b_1 := b_1 + 1$

$$g_{\text{ст}}^* = \sum_{i=1}^m b_i y_i^* \Rightarrow g_{\text{н}}^* = (b_1 + 1)y_1^* + \sum_{i=2}^m b_i y_i^* = g_{\text{ст}}^* + y_1^* = f_{\text{ст}}^* + y_1^* = f_{\text{н}}^*$$

Пример
(распределение ресурсов)

Двойственная задача

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \mathbf{max} \quad (\text{доход})$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 9 \quad (\text{сырье A})$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 13 \quad (\text{сырье B})$$

$$x_1 - x_2 \leq 1 \quad (\text{спрод})$$

$$x_2 \leq 2 \quad (\text{спрод})$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$y_1 \geq 0$$

$$y_2 \geq 0$$

$$y_3 \geq 0$$

$$y_4 \geq 0$$

$$g = 9y_1 + 13y_2 + y_3 + 2y_4 \rightarrow \mathbf{min}$$

$$2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 3$$

$$3y_1 + 2y_2 - y_3 + y_4 \geq 4$$

Анализ чувствительности

- Ограничения
 - Связывающие
 - Несвязывающие
 - Избыточные
- Ресурсы
 - Недефицитные
 - Дефицитные

Анализ сокращения или увеличения ресурсов:

- на сколько можно увеличить (ограничения типа \leq) или уменьшить (ограничения типа \geq) запас дефицитного ресурса для улучшения оптимального значения ЦФ?
- на сколько можно уменьшить (ограничения типа \leq) или увеличить (ограничения типа \geq) запас

Увеличение (уменьшение) запаса какого из ресурсов наиболее выгодно?

ученного

Анализ изменения целевых коэффициентов: каков диапазон изменения коэффициентов ЦФ, при котором не меняется оптимальное решение?

Оптимальная симплекс-таблица

	v1	v3	
x1	0,2	0,6	<u>2,4</u>
v2	-1	-1	3
v4	-0,2	0,4	0,6
x2	0,2	-0,4	<u>1,4</u>
f	1,4	0,2	12,8

Оптимальное решение

Управляемые переменные	Оптимальные значения	Решение
x_1	2,4	Объем производства продукции P_1 должен быть равен 2,4 ед. в сутки
x_2	1,4	Объем производства продукции P_2 должен быть равен 1,4 ед. в сутки
f_{\max}^*	12,8	Доход от реализации продукции будет равен 12,8 д. е. в сутки

Статус ресурсов

Ресурс	Слабая переменная	Статус ресурса
Сырье A	$v_1 = 0$	Дефицитный
Сырье B	$v_2 = 3$	Недефицитный
Превышение объема производства продукции P_1 по отношению к объему производства продукции P_2	$v_3 = 0$	Дефицитный
Спрос на продукцию P_2	$v_4 = 0,6$	Недефицитный

Пример 7.6. Хозяйство располагает следующими ресурсами: площадь – 100 ед., труд – 120 ед., тяга – 80 ед. Хозяйство производит четыре вида продукции P_1, P_2, P_3, P_4 . Организация производства характеризуется следующей таблицей:

Продукция	Затраты на 1 ед. продукции			Доход от единицы продукции
	площадь	труд	тяга	
P_1	2	2	2	1
P_2	3	1	3	4
P_3	4	2	1	3
P_4	5	4	1	5

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий хозяйству максимальную прибыль.

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Надстройки

Calibri 11

Общий

Вставить Удалить Формат Ячейки

Сортировка и фильтр Найти и выделить Редактирование

F11 =СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B11:E11)

Имя	X1	X2	X3	X4	Количество П1	X1
Значение					Количество П2	X2
Нижняя граница	0	0	0	0	Количество П3	X3
					Количество П4	X4
Коеф.	1	4	3	5	Значение Направл	
					0 max	
Ограничения						
Вид	Левая часть				Знак	Правая часть
Огран.1	2	3	4	0	=	100
Огран.2	2	1	2	4	<=	120
Огран.3	2	3	1	1	<=	80

Получить внешние данные, Обновить все, Подключения, Свойства, Изменить связи, Подключения

Сортировка, Фильтр, Очистить, Применить повторно, Дополнительно, Сортировка и фильтр

Текст по столбцам, Удалить дубликаты, Проверка данных, Консолидация, Анализ "что-если", Работа с данными

Группировать, Разгруппировать, Промежуточные итоги, Структура

Анализ данных, Поиск решения, Анализ

F7 =СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B7:E7)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
1	Переменные																		
2	Имя	X1	X2	X3	X4				Количество П1	X1									
3	Значение								Количество П2	X2									
4	Нижняя граница	0	0	0	0				Количество П3	X3									
5									Количество П4	X4									
6						Значение	Направл												
7	Коеф.	1	4	3	5	0	max												
8																			
9	Ограничения																		
10	Вид					Лев. часть	Знак	Правая часть											
11	Огран.1	2	3	4	5	0	<=	100											
12	Огран.2	2	1	2	4	0	<=	120											
13	Огран.3	2	3	1	1	0	<=	80											
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

-
-
-
-

Получить свежие данные

Подключения: Обновить все, Свойства, Изменить связи

Сортировка и фильтр: Сортировка, Фильтр, Дополнительно, Очистить, Применить повторно

Работа с данными: Проверка данных, Консолидация, Анализ "что-если", Текст по столбцам, Удалить дубликаты

Структура: Группировать, Разгруппировать, Промежуточные итоги

Анализ: Анализ данных, Поиск решений

F7 $=\text{СУММПРОИЗВ}(B\$3:E\$3;B7:E7)$

A B C D E F G H I J K L M N O P Q

Переменные

Имя	X1	X2	X3	X4	Количество П1	X1
Значение					Количество П2	X2
Нижняя граница	0	0	0	0	Количество П3	X3
					Количество П4	X4

Коеф.				Значение	Направл
1	4	3	5	0	max

Ограничения

Вид					Лев. часть	Знак	Правая часть
Огран.1	2	3	4	5	0	<=	100
Огран.2	2	1	2	4	0	<=	120
Огран.3	2	3	1	1	0	<=	80

Параметры поиска решения

Максимальное время: секунд

Предельное число итераций:

Относительная погрешность:

Допустимое отклонение: %

Сходимость:

Линейная модель Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения Показывать результаты итераций

Оценки: линейная квадратичная

Разности: прямые центральные

Метод поиска: Ньютона сопряженных градиентов

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Надстройки

Получить внешние данные

Обновить все

Подключения

Свойства

Изменить связь

Подключения

Сортировка

Фильтр

Сортировка и фильтр

Очистить

Применить повторно

Дополнительно

Текст по столбцам

Удалить дубликаты

Работа с да

F7

=СУММПРОИЗВ(В\$3:Е\$3;В7:Е7)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Переменные										
2	Имя	X1	X2	X3	X4					Количество П1	X1
3	Значение	0	25	0	5					Количество П2	X2
4	Нижняя граница	0	0	0	0					Количество П3	X3
5										Количество П4	X4
6						Значение	Направл				
7	Коеф.	1	4	3	5	125	max				
8											
9	Ограничения										
10	Вид					Лев.часть	Знак		Правая часть		
11	Огран.1	2	3	4	5	100	<=		100		
12	Огран.2	2	1	2	4	45	<=		120		
13	Огран.3	2	3	1	1	80	<=		80		
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

- Сохранить найденное решение
- Восстановить исходные значения

Тип отчета

Результаты
Устойчивость
Пределы

ОК

Отмена

Сохранить сценарий...

Справка

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1 Microsoft Excel 12.0 Отчет по результатам

2 Рабочий лист: [Симплекс метод при ИТ.xlsx]Лист1

3 Отчет создан: 26.02.2014 20:06:57

4

5

6 Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$F\$7	Коеф. Значение	0	125

9

10

11 Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
\$B\$3	Значение X1	0	0
\$C\$3	Значение X2	0	25
\$D\$3	Значение X3	0	0
\$E\$3	Значение X4	0	5

17

18

19 Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
\$F\$13	Огран.3 Лев.часть	80	\$F\$13<=\$H\$13	связанное	0
\$F\$11	Огран.1 Лев.часть	100	\$F\$11<=\$H\$11	связанное	0
\$F\$12	Огран.2 Лев.часть	45	\$F\$12<=\$H\$12	не связан.	75
\$B\$3	Значение X1	0	\$B\$3>=\$B\$4	связанное	0
\$C\$3	Значение X2	25	\$C\$3>=\$C\$4	не связан.	25
\$D\$3	Значение X3	0	\$D\$3>=\$D\$4	связанное	0
\$E\$3	Значение X4	5	\$E\$3>=\$E\$4	не связан.	5

28

29

30

31

32

33

34

35

36

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 12.0 Отчет по устойчивости							
2	Рабочий лист: [Симплекс метод при ИТ.xlsx]Лист1							
3	Отчет создан: 26.02.2014 20:06:57							

4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$3	Значение X1	0	-1,666666667	1	1,666666667	1E+30
\$C\$3	Значение X2	25	0	4	11	1
\$D\$3	Значение X3	0	-1,083333333	3	1,083333333	1E+30
\$E\$3	Значение X4	5	0	5	1,666666667	1,444444444

Ограничения

Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$F\$13	Огран.3 Лев.часть	80	0,416666667	80	20	60
\$F\$11	Огран.1 Лев.часть	100	0,916666667	100	81,81818182	20
\$F\$12	Огран.2 Лев.часть	45	0	120	1E+30	75

A1		Microsoft Excel 12.0 Отчет по пределам									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J		
1	Microsoft Excel 12.0 Отчет по пределам										
2	Рабочий лист: [Симплекс метод при ИТ.xlsx]Отчет по пределам 1										
3	Отчет создан: 26.02.2014 20:06:57										
4											
5											
6	Целевое										
7	Ячейка	Имя	Значение								
8	\$F\$7	Коэф. Значение	125								
9											
10											
11	Изменяемое			Нижний Целевой		Верхний Целевой					
12	Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат				
13	\$B\$3	Значение X1	0	0	125		0	125			
14	\$C\$3	Значение X2	25	0	25		25	125			
15	\$D\$3	Значение X3	0	0	125		0	125			
16	\$E\$3	Значение X4	5	0	100		4,999999998	125			
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											
32											
33											
34											
35											
36											
37											