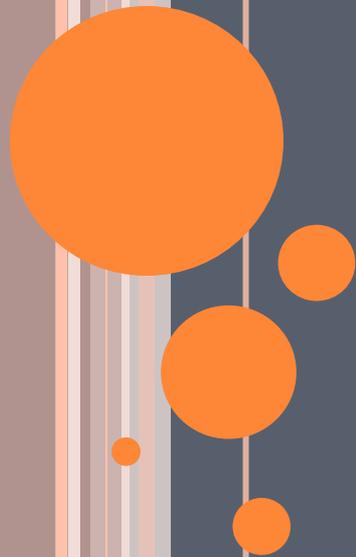


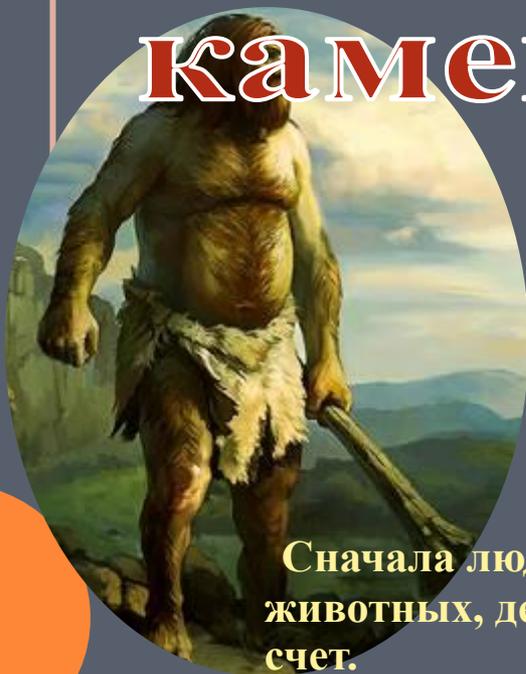
Системы счисления



История возникновения чисел

Прежде чем человек научился считать или придумал слова для обозначения чисел, он, несомненно, владел наглядным, интуитивным представлением о числе, позволявшим ему различать одного человека и двух людей или двух и многих людей. Сначала человечество делало подсчеты с помощью камешков, это было удобно если объектов немного. Некоторые первобытные племена подсчитывали количество предметов, сопоставляя им различные части тела, главным образом пальцы рук и ног. Но все равно оставалась проблема с числами больше 20.

Арифметика каменного века



Сначала люди научились узнавать число предметов или животных, делая особые зарубки на счетных палочках, вести счет.

Мысль о счете пришла людям в голову раньше, чем появились цифры. Люди могли сообщить друг другу, что в одном стаде животных больше чем в другом, а вот, сколько именно – сосчитать не умели.



Но иногда такой системой счисления пользуются и современные люди, например, отмечая зарубками количество прошедших дней, или карандашом отмечая черточками в тетради количество проданных товаров. И уж совсем не обойтись без такой системы счисления при обучении счету маленьких детей.



ЧИСЛА ПОЛУЧАЮТ ИМЕНА

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

ПОЗИЦИОННЫЕ

системы счисления, в которых величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции.

$110001_{(2)}$

НЕПОЗИЦИОННЫЕ

системы счисления, в которых величина, обозначаемая цифрой в записи числа, не зависит от ее позиции.

$I = 1$ $\int = 100$
 $\cap = 10$ $\rho = 1000$
Пример числа (261):
 $\int \int \cap \cap \cap \cap \cap \cap I$

«СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ» —

ЭТО СПОСОБ ЗАПИСИ ЧИСЕЛ С
ПОМОЩЬЮ ЗАДАННОГО НАБОРА
СПЕЦИАЛЬНЫХ ЗНАКОВ (ЦИФР) И
СПОСОБОВ ДОПУСТИМЫХ
ОПЕРАЦИЙ НАД НИМИ

Виды систем счисления

Непозиционные



- Цифры русского народа
- Египет
- Древняя Греция
- Древний Рим

Позиционные



- Древний Вавилон
- Индия и Арабы
- Десятичная система счисления
- Двоичная система счисления
- Восьмеричная система счисления
- Шестнадцатеричная система счисления

Основные достоинства любой позиционной системы счисления:

Ограниченное количество символов для записи чисел;
Простота выполнения арифметических операций.

Основание системы счисления (базис) показывает, во сколько раз изменяется количественное значение цифры при перемещении её на соседнюю позицию.

Непозиционная система счисления - система счисления, в которой для обозначения чисел вводятся специальные знаки, количественное значение которых всегда одинаково и не зависит от их места в записи числа.

К непозиционным системам счисления относятся: римская система счисления, алфавитная система счисления и др.

Недостатки непозиционных систем счисления:

Для записи больших чисел необходимо вводить новые цифры (буквы).

Трудно записывать большие числа.

Нельзя записать дробные и отрицательные числа.

Нет нуля.

Очень сложно выполнять арифметические операции.

Шифры русского народа

А	В	Г	Д	Е	З	И	О	
аз 1	веди 2	глаголь 3	добра 4	есть 5	зело 6	земля 7	иже 8	фита 9
І	К	Л	М	Н	Ѧ	О	П	Ч
и 10	како 20	люди 30	мыслете 40	наш 50	кси 60	он 70	покой 80	червь 90
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ψ	Ω	Ц
рцы 100	слово 200	твердь 300	ук 400	ферт 500	жа 600	пси 700	о 800	цы 900

изменения

- Та форма, которой мы сейчас пользуемся установилась в XVI веке.
- 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- В России они появились в 17 веке при Петре Первом.

А

- тысяча (1000)

ⓐ

- тьма (10 000)

☀

- легион (100 000)

⊙

- леодр (1 000 000)

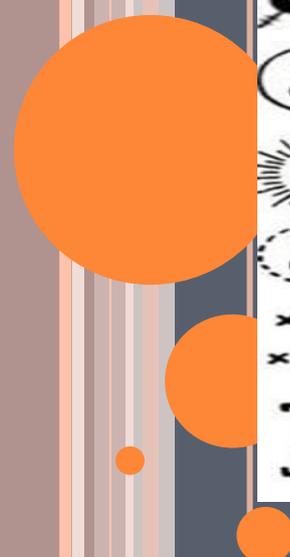
⊗

- ворон (10 000 000)

⊠

- колода (100 000 000)

⊡



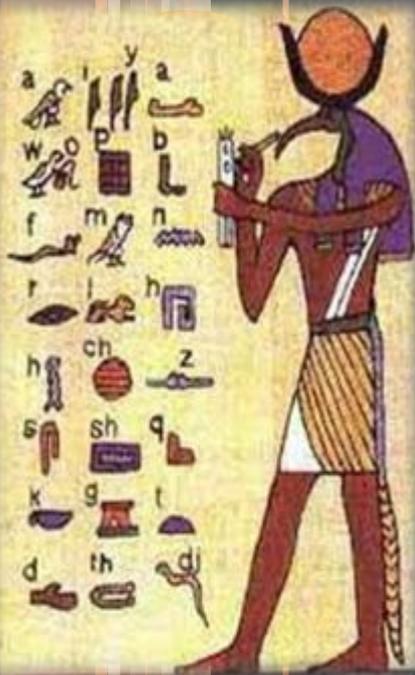
Египет



I = 1 ∫ = 100
∩ = 10 ρ = 1000

Пример числа (261):

∫ ∫ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ I



Древнеегипетская письменность основывалась на иероглифах. Система счисления того периода также уступала вавилонской. Египтяне пользовались непозиционной десятичной системой, в которой числа от 1 до 9 обозначались соответствующим числом вертикальных черточек, а для последовательных степеней числа 10 вводились индивидуальные символы. Последовательно комбинируя эти символы, можно было записать любое число.



1000



100



10



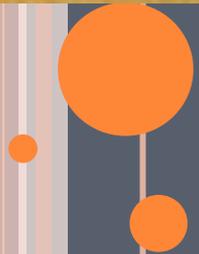
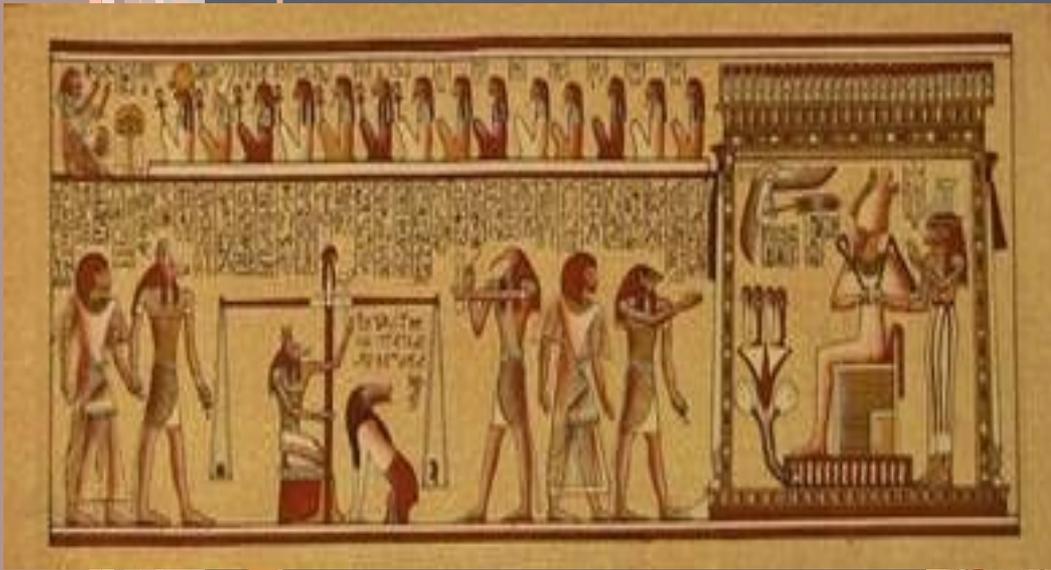
1



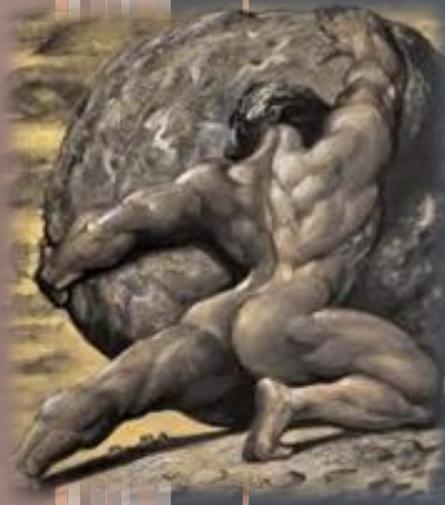
Какое здесь
число
изображено?



В современной жизни люди часто используют египетские иероглифы при оформлении интерьеров различных помещений, в декоре и даже в дизайнерском оформлении компьютерных головоломок.

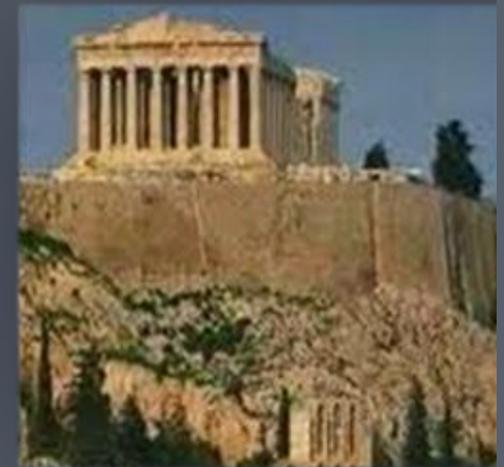


Древняя Греция



Γ (Γεντε) – пять,
Δ (Δεκα) – десять,
Η (Ηκατον) – сто,
Χ (Χιλιασ) – тысяча,
Μ (Μυριασ) – десять тысяч,
Ι, ΙΙ, ΙΙΙ, ΙΙΙΙ – 1, 2, 3, 4,

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ϛ	ϛ	Ϝ	ϝ	Ϟ	ϟ	Ϡ	ϡ	Ϣ
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ϣ	Ϥ	ϥ	Ϧ	ϧ	Ϩ	ϩ	Ϫ	ϫ



$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \delta = 4, \varepsilon = 5, \zeta = 6, \zeta = 7, \eta = 8, \vartheta = 9$

$\iota = 10, \kappa = 20, \lambda = 30, \mu = 40, \nu = 50, \xi = 60, \omicron = 70, \pi = 80, \rho = 90$

В современной науке эти цифры-буквы имеют широкое применение в математике и физике. Мы все знаем, что $\pi = 3,14\dots$, а не 80, как в древней Греции



ЭТО ПИДЕКАЗ ДУХОВИХ ТОБЕ СОН.
НАКРЕЩАЮЩАЯ 2000 ЛЕТ НАЗАД

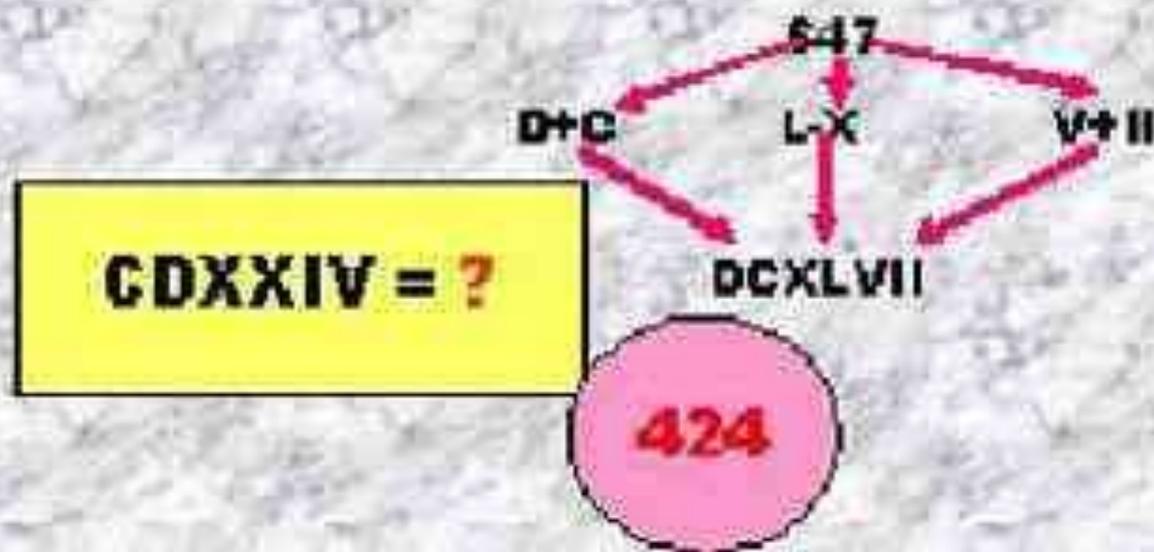
Римская система счисления

(500 лет до н.э.)

? ? ? ? ? :

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

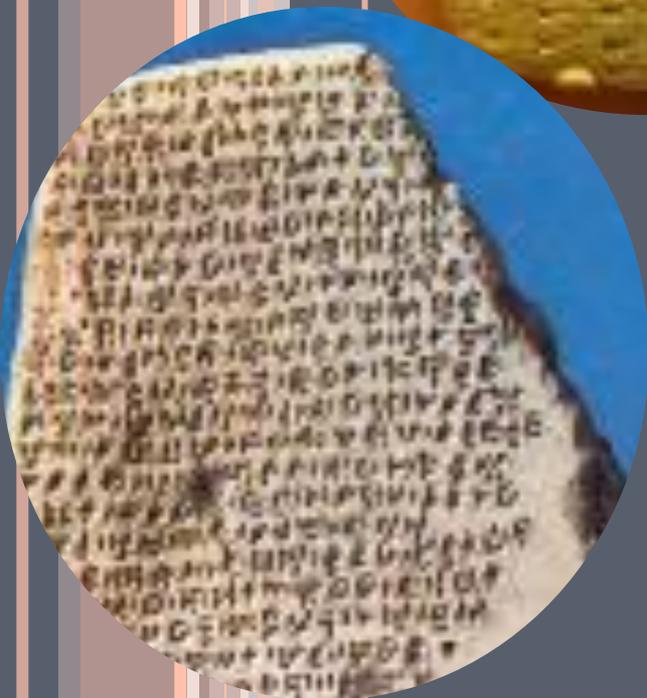
XXXII = 32 DXLII = 542



В Санкт-Петербурге стоит памятник Петру I. На гранитном постаменте памятника есть римское число: $MDCCLXXXII = 1000 + 500 + 100 + 100 + 50 + 3 \cdot 10 + 2 = 1782$ год. Это год открытия памятника. Римскими цифрами иногда пользуются и сегодня: например, ими часто нумеруют главы в книгах.



Вавилонска система счисления



2500-2000 лет до н.э.

▼ - 1	◀▼ - 11	◀◀ - 30
▼▼ - 2	◀▼▼ - 12	◀◀◀ - 50
▼▼▼ - 3	◀▼▼▼ - 13	◀◀◀◀ - 50
▼▼▼▼ - 4	◀▼▼▼▼ - 14	
▼▼▼▼▼ - 5		
◀ - 10	◀◀ - 20	

ПРИМЕР

$$\square \square \square \square \square \square - 15$$

$$\square \square \square \square \square - 32$$

$$\square \square \square \square \square \square \square - 25$$

$$92 - \begin{array}{c} \square \square \square \square \square \\ \{ \quad \{ \quad \{ \quad \{ \quad \{ \\ 60 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

шестидесятери

шзд



Алфавит - конечная последовательность символов (цифр), с помощью которых записывается число

Алфавит десятичной сс:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание позиционной системы счисления – это количество символов в алфавите

Позиционная система счисления

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 2

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2^P	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

ТАБЛИЦА АЛФАВИТОВ ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

Основание	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16
Алфавит	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	2	2	2	2	2	2	2	2
			3	3	3	3	3	3	3	3
				4	4	4	4	4	4	4
					5	5	5	5	5	5
						6	6	6	6	6
							7	7	7	7
								8	8	8
									9	9

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица сложения
в двоичной
системе счисления

x	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица умножения
в двоичной
системе счисления

A	(10)
B	(11)
C	(12)
D	(13)
E	(14)
F	(15)

ТАБЛИЦА СООТВЕТСТВИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

X_{10}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
X_{16}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
X_3	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20
X_2	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000

Десятичная система счисления

Цифры **1234567890** сложились в Индии

около **400 г. н. э.**



Арабы стали пользоваться подобной нумерацией около **800 г. н. э.**

Примерно в **1200 г. н. э.** эту нумерацию начали применять в Европе.



Индийская система счисления

० १ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XII век	1	१ १	1	२	4, 4	6	7	8	9	0
Ок. 1294	1	2	3	२	4	6	7	8	9	0
Ок. 1360	1	2	3	२	4	6	7	8	9	0
Ок. 1442	1	2	3	२	4	6	7	8	9	0
Ок. 1480	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Восьмеричная система счисления

В этой системе счисления 8 цифр:

0 1 2 3 4 5 6 7

Цифра 1, указанная в самом младшем разряде, означает - как и в десятичном числе - просто единицу. Основание этой системы счисления равно восьми. Чтобы не выдумывать новых символов для обозначения цифр, в восьмеричной системе счисления были использованы символы десятичных цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Для того чтобы не спутать систему счисления в записи числа используется индекс 8.

Шестнадцатеричная Система счисления

Как ясно из названия, основанием данной системы счисления является число 16. Следовательно, в данной системе счисления используется 16 цифр. Однако в десятичной системе использовали только 10 цифр. Поэтому возникла необходимость ввести новые цифры. В качестве этих цифр были выбраны латинские буквы

A B C D E F

То есть в 16-ричной системе счисления используют числа

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

● При этом

A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15.

Двоичная система счисления

Двоичная система счисления была придумана математиками и философами ещё до появления компьютеров (XVII — XIX вв.).

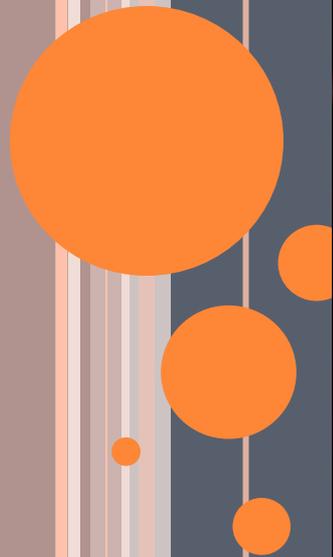
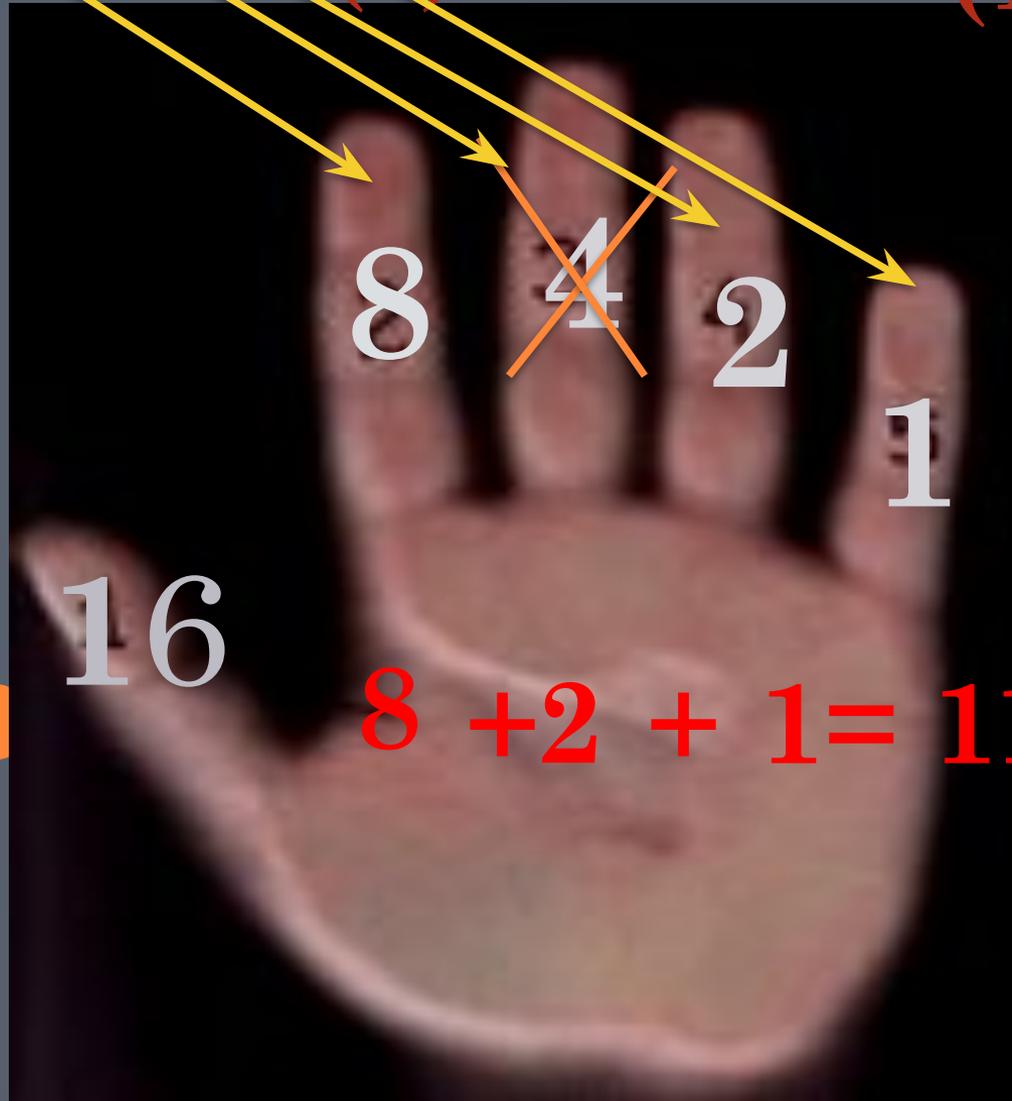
В этой системе всего две цифры –

0 1

Особую роль здесь играет число 2 и его степени: 2, 4, 8 и т.д. Самая правая цифра числа показывает число единиц, следующая цифра - число двоек, следующая - число четверок и т.д. Двоичная система счисления позволяет закодировать любое натуральное число - представить его в виде последовательности нулей и единиц. В двоичном виде можно представлять не только числа, но и любую другую информацию: тексты, картинки, фильмы и аудиозаписи



$$1011_{(2)} = 11_{(10)}$$



$$0+0=0$$

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

$$1+1=10$$

$$0-0=0$$

$$1-0=1$$

$$0-1=11$$

$$1-1=0$$

$$0*0=0$$

$$1*0=0$$

$$0*1=0$$

$$1*1=1$$



Криптограмма

*Перевести числа
из восьмеричной
системы в
десятеричную*

*В координатной
плоскости
построить график*

Таблица				
№карточки	X_8	Y_8	X_{10}	Y_{10}
1	5	5	[Redacted]	[Redacted]
2	7	3		
3	6	0		
4	5	1		
5	5	2		
6	1	6		
7	1	7		
8	2	10		
9	1	11		
10	1	16		
11	4	20		
12	11	20		
13	15	14		
14	16	16		
15	15	16		
16	15	17		
17	16	20		
18	17	17		

$\frac{m}{n}$	x_{10}	y_{10}
20	5	5
21	7	3
22	6	0
23	5	1
24	5	2
25	1	6
26	1	7
27	2	8
28	1	9
29	1	14
30	4	16
31	9	16
32	13	12
33	14	13
34	13	14
35	13	15
36	14	16
37	15	15

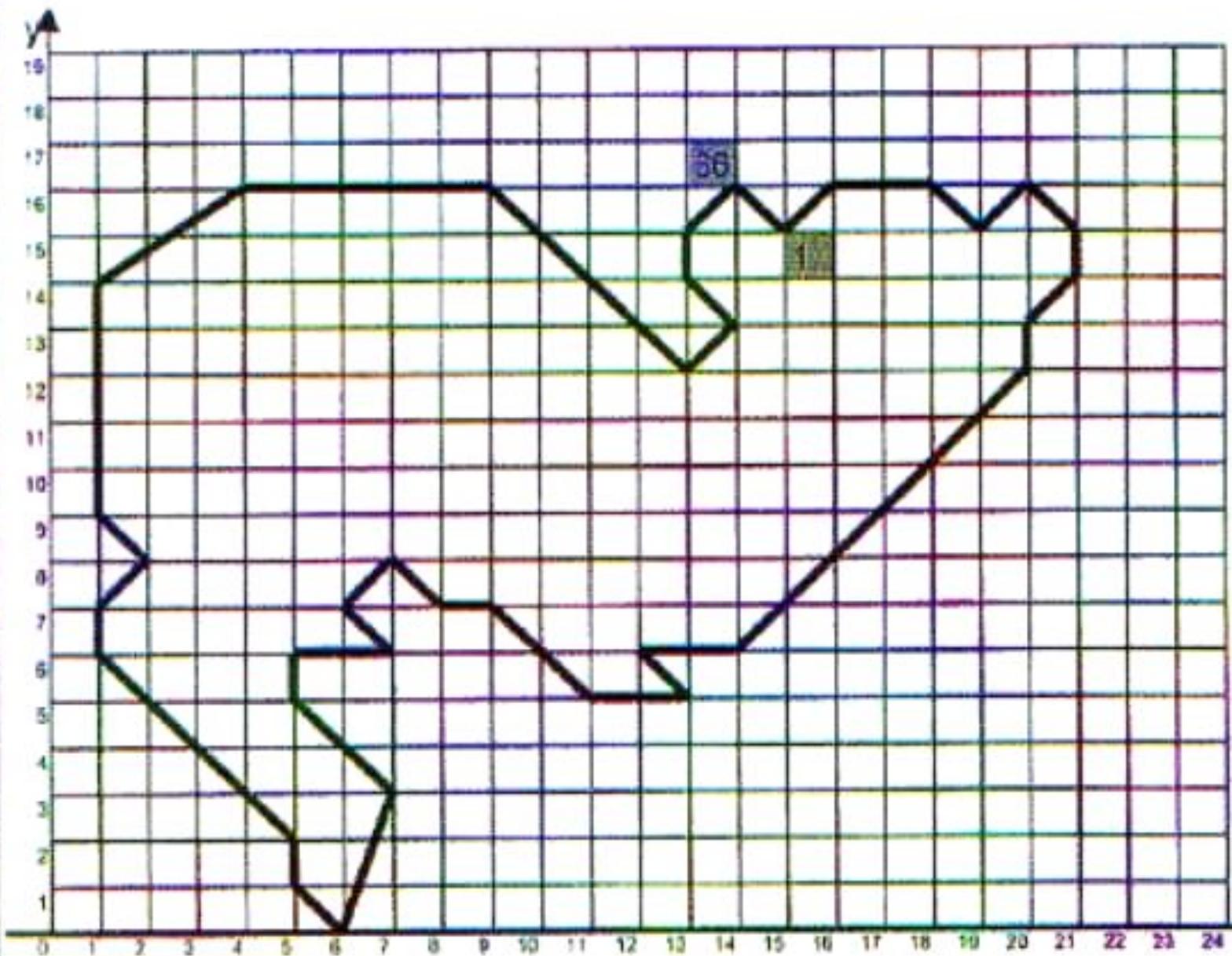


Таблица 2. Хорек

Двенадцатеричная система счисления

Довольно широкое распространение имела двенадцатеричная система счисления, Происхождение ее тоже связано со счетом на пальцах. Считали большой палец руки и фаланги остальных четырех пальцев: всего их 12.



- ◆ 1 фут = 12 дюймам (система мер)
- ◆ 1 шиллинг = 12 пенсам (денежная система)
- ◆ Чайные и столовые сервизы = 12 штук
- ◆ Дюжина = 12 штук

Система счисления	Время появления	Является позиционной системой счисления?	Применение системы счисления в наше время.	Область применения
Единичная	<i>10 - 11 тыс. лет до н. э.)</i>	нет	Применяется	При счёте объектов, предметов
Пятеричная	<i>10 - 11 тыс. лет до н. э.)</i>	нет	Применяется	При счёте
Двенадцатеричная	<i>10 - 11 тыс. лет до н. э.)</i>	нет	Применяется	1 фут = 12 дюймам 1 шиллинг = 12 пенсам, 12 персон
двадцатеричная	со второго тысячелетия до нашей	нет	Применяется	1 франк = 20 су

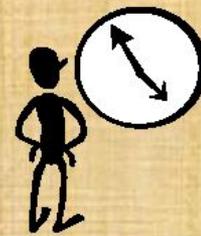
Египетская	около 5 000 лет тому назад.	нет	Не применяется	
Римская	500 лет до н.э.	нет	Применяется	Размер одежды, оглавление книг
Древнегреческая	II тысячелетие до н. э.	нет	Применяется	В формулах
Славянская	До XVII века	нет	Применяется	В церковных книгах
Вавилонская	III тысячелетие до н. э.	да	Применяется	При измерении углов, часов.

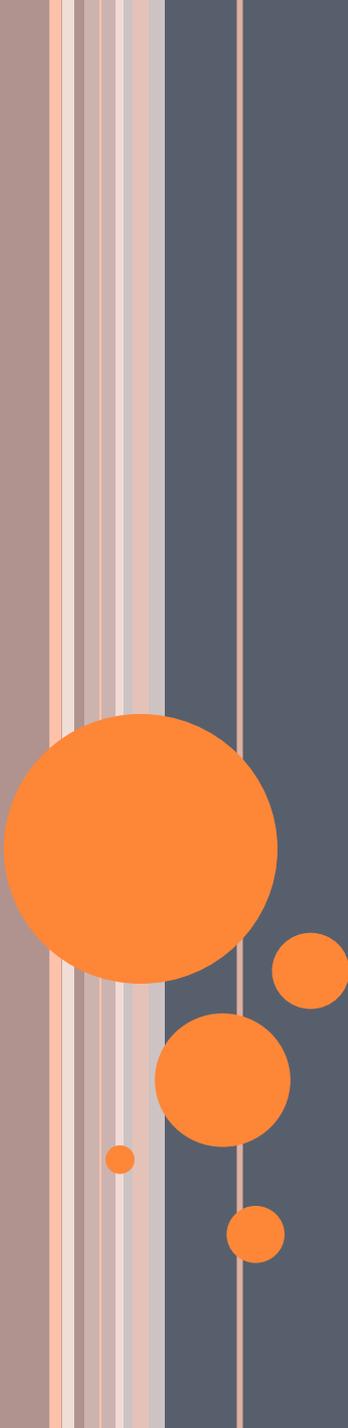
Система счисления	Время появления	Является позиционной системой счисления?	Применение системы счисления в наше время.	Область применения
Индийская Древняя десятичная система счисления	1500 лет назад	да	Применяется	В любой области
Арабская Десятичная система счисления	около 800 г.н.э.,	да	Применяется	В любой области
Современная десятичная система счисления	XVI век.	да	Применяется	В любой области.

ВЫВОД

Происхождение различных систем счислений связано с потребностью человека в счёте, с трудовой деятельностью людей, с развитием общества, культуры, с сложившимися историческими условиями жизни.

- В современном мире мы пользуемся частично древними системами счисления:
- Дюжина достаточно прочно вошла в нашу жизнь: в сутках две дюжины часов, час делится на пять дюжин минут, круг содержит тридцать дюжин градусов, фут делится на двенадцать дюймов. Влияние двенадцатеричной системы счисления ощущается сегодня хотя бы в том, что карандашей или фломастеров в наборе обычно бывает 6, 12, 24 и т.д.
- **В часах, в измерении углов пользуемся шестидесятеричной системой счисления**



- 
- **ЗАПИШИТЕ ГОД, МЕСЯЦ И ЧИСЛО СВОЕГО РОЖДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ РИМСКИХ ЦИФР.**
 - **ЗАПИШИТЕ В ВАВИЛОНСКОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ ЧИСЛО 26, 440.**
 - **ЗАПИШИТЕ С ПОМОЩЬЮ СТАРИННОЙ РУССКОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ 4357 РУБЛЯ 12 КОПЕЙКИ.**
 - **ПРИДУМАЙТЕ СВОЮ ПОЗИЦИОННУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ.**

Спасибо за внимание!

