



Исследование операций

*Сетевые задачи
планирования
и управления.*

Турунтаев Леонид Петрович, к.т.н., доцент
кафедры автоматизации обработки
информации

Тема 5: Сетевые задачи планирования и управления.



На вебинаре рассмотрим задачи сетевого планирования и управления, которые хорошо описываются графовыми моделями. Рассмотрим основные параметры сетевых графиков, их расчет. Проведем анализ и оптимизацию по времени выполнения работ и использованию рабочей силы на графиках Ганта.

Задача вебинара



Основная задача вебинара

приобретение практических умений и навыков
в анализе и оптимизации выполнения работ на
сетевых моделях

Работы строительства нулевого цикла некоторого объекта



Ознакомимся с методами сетевого планирования на примере строительства некоторого объекта. Пусть дан список и характеристики работ строительства нулевого цикла некоторого объекта.

Наименование работ	Продолжительность работы (дней)	Интенсивность использования людских ресурсов (чел./дней)
1. Подвоз необходимых материалов к строительной площадке	1	5
2. Подведение электричества	3	5
3. Подведение воды	5	10
4. Строительство опалубки	2	8
5. Закладка бетона	6	10

Определения



Граф – это конструкция из вершин и ребер.

Сетевой график — это ориентированный граф без контуров, дуги которого имеют одну или несколько числовых характеристик. Дугами изображают **работы**, а вершинами — **события**.

Работа — любой трудовой процесс или действие, сопровождающееся затратами времени и ресурсов. Событие — итог того или иного процесса, результат выполнения предшествующих ему работ. В сетевом графике всегда есть исходное и завершающее события.

Правила построения сетевых графиков



1. Завершающее событие лишь одно.
2. Исходное событие лишь одно.
3. Любые два события должны быть непосредственно связаны не более чем одной работой-стрелкой. Если два события связаны более чем одной работой, рекомендуется ввести дополнительное событие и фиктивную работу.
4. В сети не должно быть замкнутых циклов.

Построение сетевого графика



Процесс построения сетевого графика выполнения работ является наиболее существенной и трудоемкой частью всего исследования.

Приступая к составлению сети, необходимо установить, какие работы должны быть завершены раньше, чем начнется данная, какие могут быть начаты после завершения данной, какие могут выполняться одновременно с данной работой.

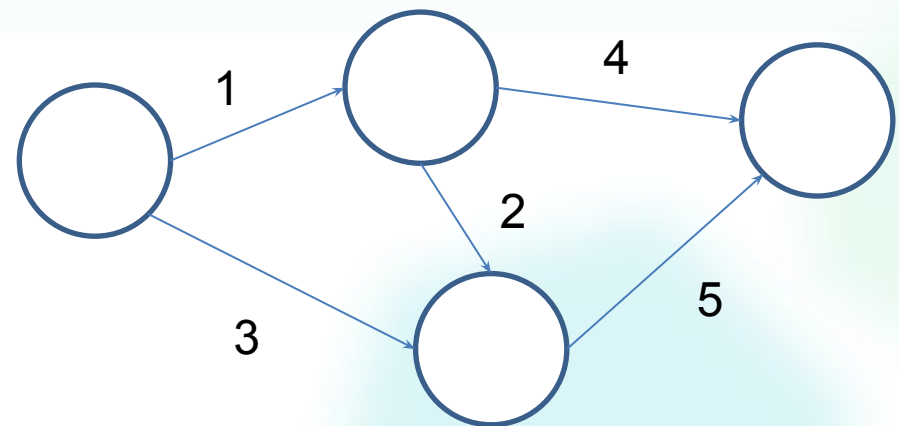
1. Подвоз необходимых материалов к строительной площадке

2. Подведение электричества

3. Подведение воды

4. Строительство опалубки

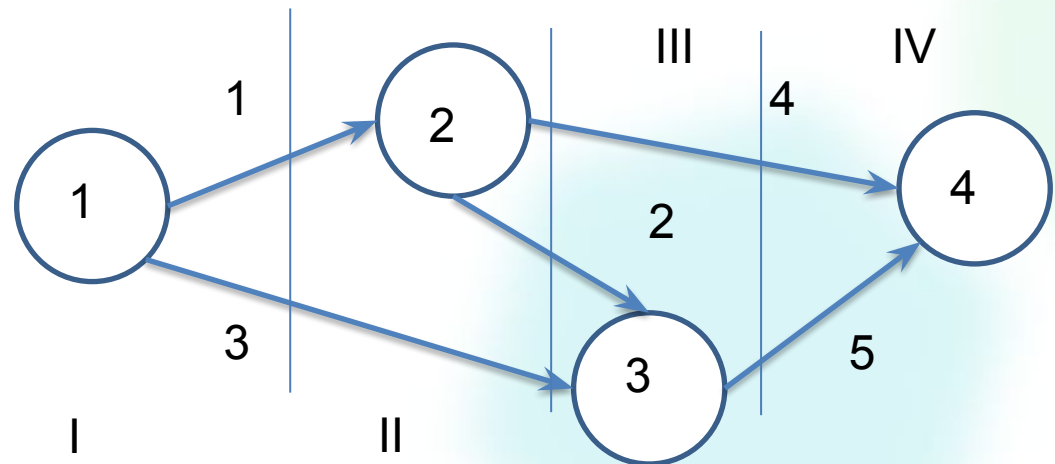
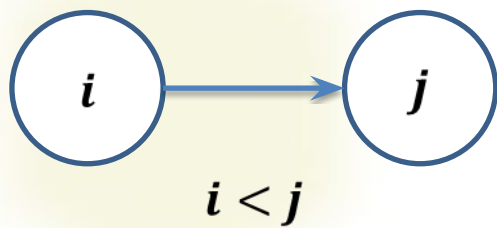
5. Закладка бетона



Нумерация событий



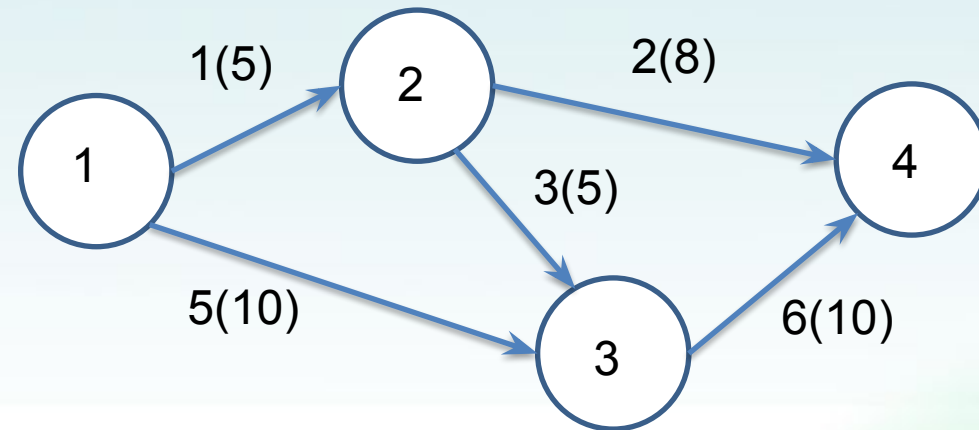
Следующим вопросом при построении сетевого графика решается вопрос нумерации событий. Нумерация связана с возможностью применения формализованных процедур расчета сетевого графика. События нумеруются в возрастающем порядке по рангам, начиная с исходного. Чтобы облегчить нумерацию событий в сетях, применяют процедуру разбиения графа на слои.



Сетевой график



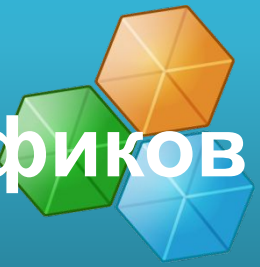
Наименование работ	Продолжительность работы (дней)	Интенсивность Использования людских ресурсов (чел./дней)
1. Подвоз необходимых материалов к строительной площадке (1-2)	1	5
2. Подведение электричества (2-3)	3	5
3. Подведение воды (1-3)	5	10
4. Строительство опалубки (2-4)	2	8
5. Закладка бетона (3-4)	6	10



Способы расчета:

1. *Графический*
2. *Табличный*

Временные параметры сетевых графиков



Событие i	Рано		Поздно		Резерв $R(i)$
	$t_p(i)$		$t_{\Pi}(i)$		
Работа (i,j)	Начало	Окончание	Начало	Окончание	Резерв $R(ij)$
	$t_{pH}(ij)$	$t_{po}(ij)$	$t_{\Pi H}(ij)$	$t_{\Pi O}(ij)$	

$t_p(i)$ – раннее время свершения события i ;

$t_{\Pi}(i)$ – позднее время свершения события i ;

$R(i)$ – резерв времени события i ;

$t_{pH}(ij)$ – раннее время начала работы (i,j) ;

$t_{\Pi H}(ij)$ – позднее время начала работы (i,j) ;

$t_{po}(ij)$ – раннее время окончания работы (i,j) ;

$t_{\Pi O}(ij)$ – позднее время окончания работы (i,j) ;

$R(ij)$ – резерв времени работы (i,j) .

Временные параметры сетевых графиков для событий



•Параметры событий:

- ранний (ожидаемый) срок $t_p(j)$ свершения j -го события:

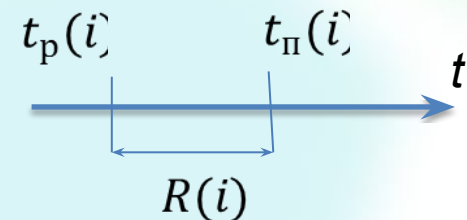
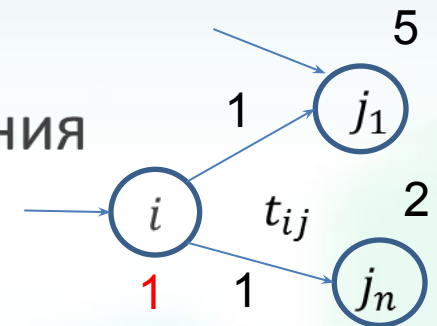
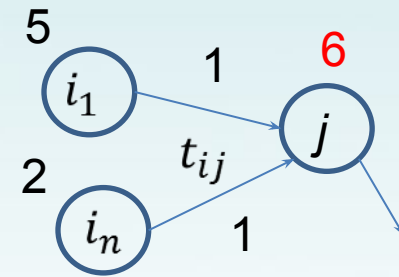
$$t_p(j) = \max_i \{t_p(i) + t(i, j)\}$$

- поздний (предельный) срок $t_{\Pi}(i)$ свершения i -го события:

$$t_{\Pi}(i) = \min_j \{t_p(j) - t(i, j)\}$$

- резерв времени $R(i)$ i -го события:

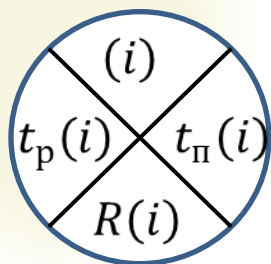
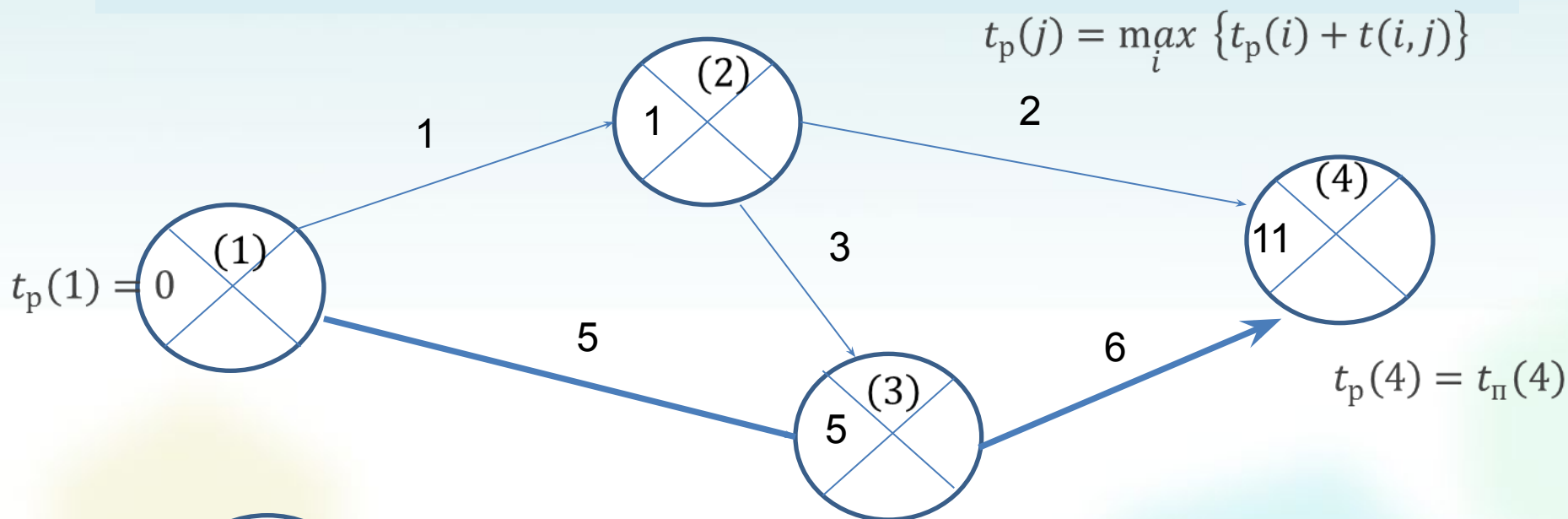
$$R(i) = t_{\Pi}(i) - t_p(i)$$



Графический способ (прямой ход)



Для заданного сетевого графика рассчитать все параметры событий, определить критический путь и его длину

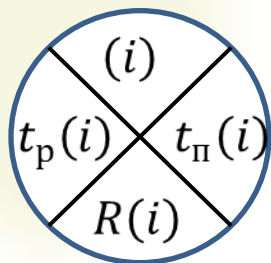
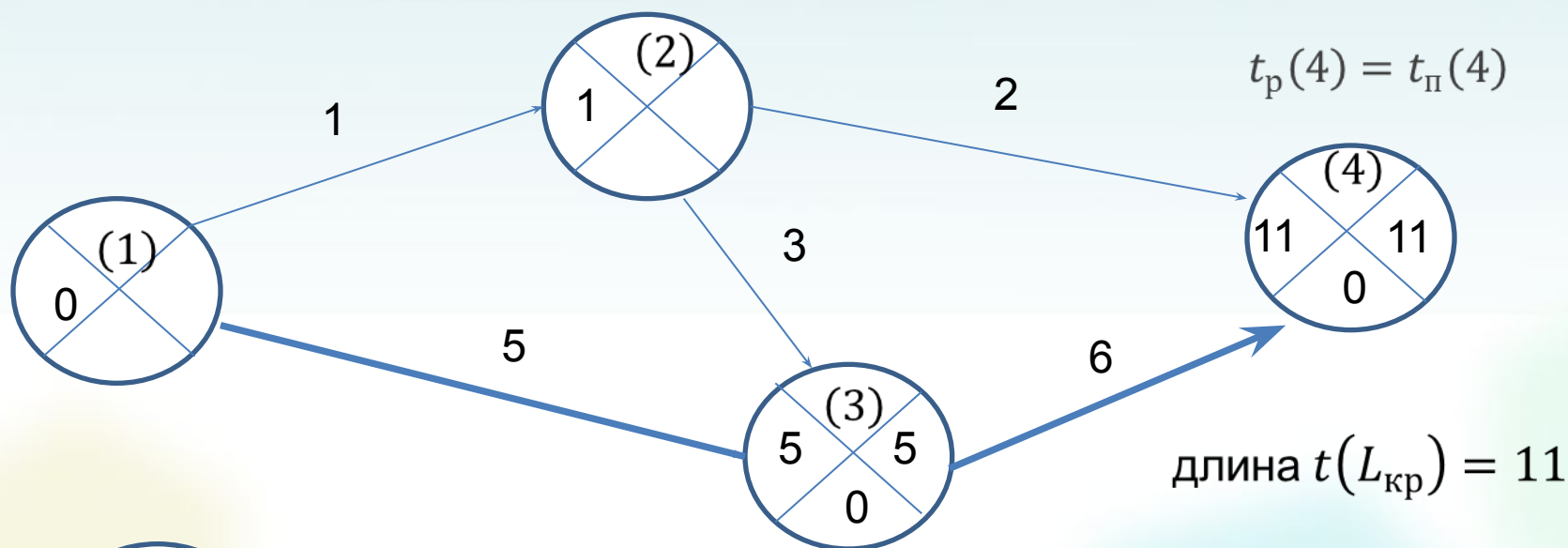


Критический путь $L_{кр}$ – путь максимальной длины от исходной вершины (1) до конечной (4)

Графический способ (обратный ход)



Для заданного сетевого графика рассчитать все параметры событий, определить критический путь и его длину



$$t_{\Pi}(i) = \min_j \{t_p(j) - t(i,j)\}$$

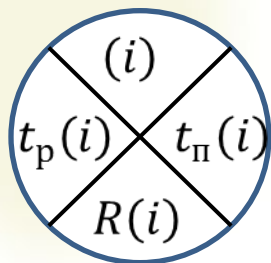
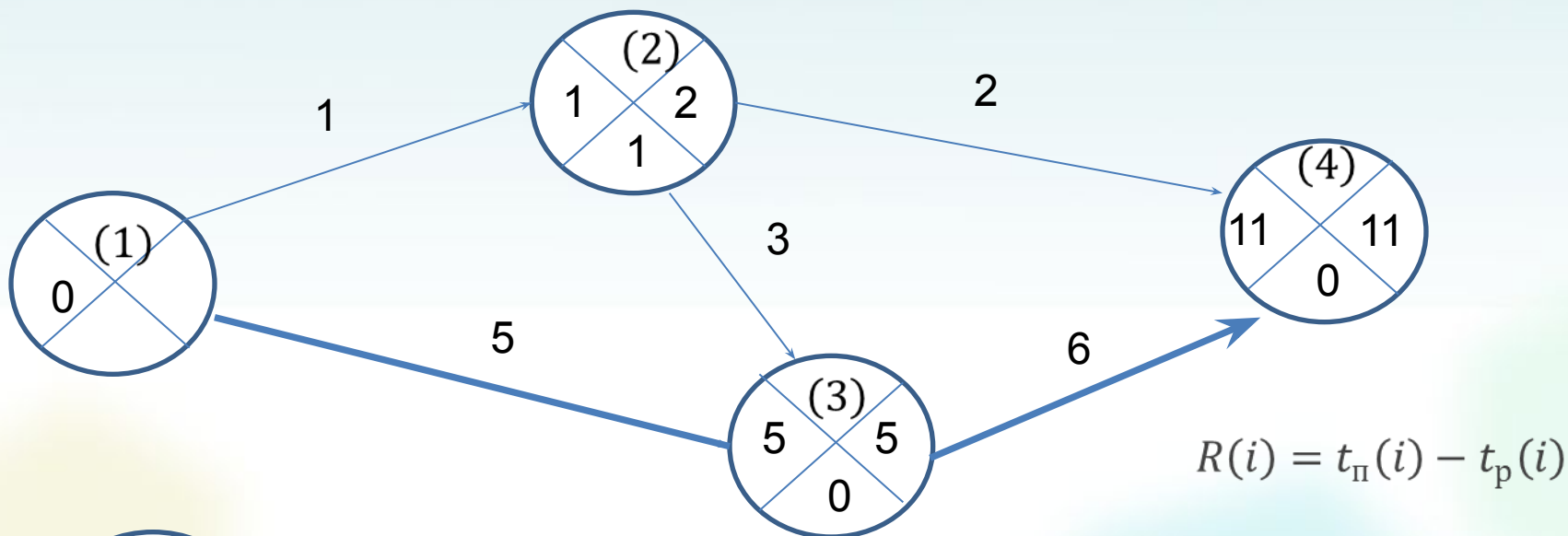
$$R(i) = t_{\Pi}(i) - t_p(i)$$

$$t_{\Pi}(3) = \min_4 \{t_p(4) - t(3,4)\} = 11 - 6 = 5.$$

Графический способ (обратный ход)



Для заданного сетевого графика рассчитать все параметры событий, определить критический путь и его длину

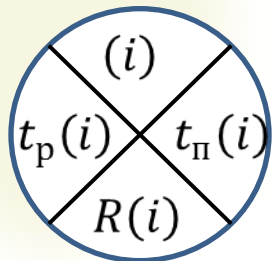
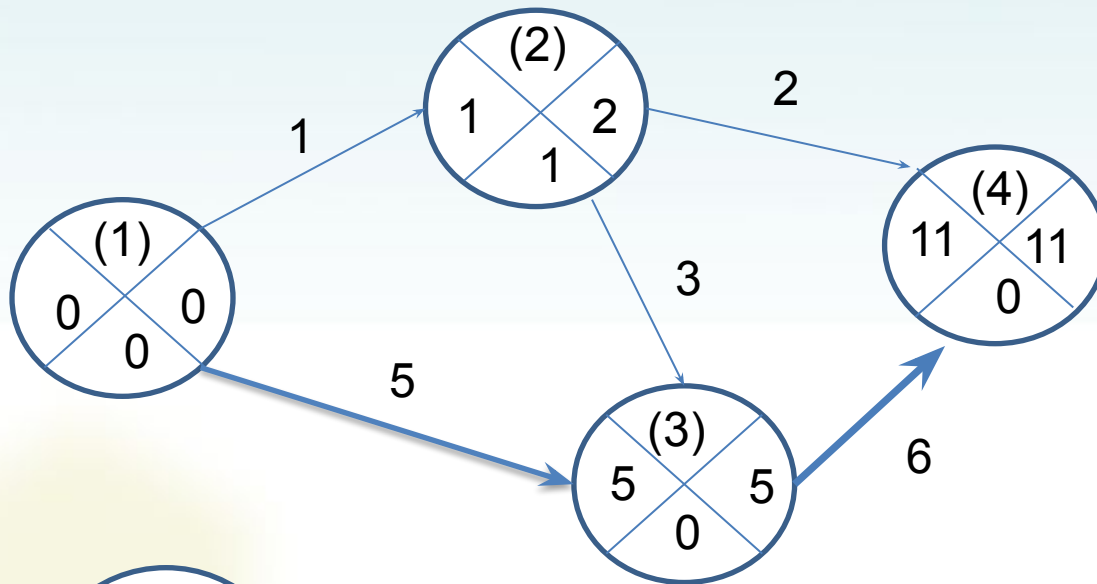


$$t_n(2) = \min_{4,3} \{t_p(4) - t(2,4); t_p(3) - t(2,3)\} = \\ = \min \{11 - 2; 5 - 3\} = 2.$$

Графический способ





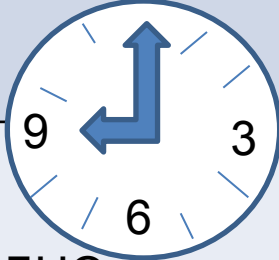
Для заданного сетевого графика рассчитать все параметры событий, определить критический путь и его длину



1	0	0	0
2	1	2	1
3	5	5	0
4	11	11	0

Связь временных параметров сетевого графика для событий и работ

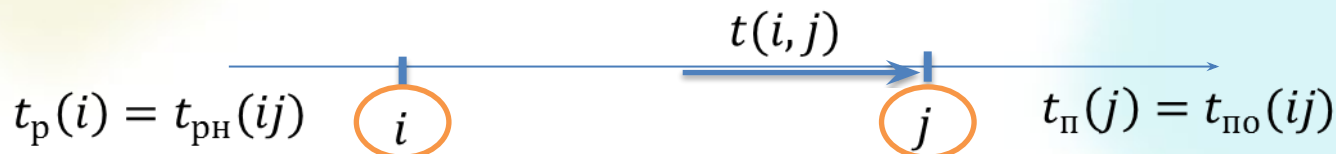


ВРЕМЯ		ОКОНЧАНИЕ 
РАНО 	$t_{\text{РН}}(ij) = t_{\text{P}}(i)$	$t_{\text{ПО}}(ij) = t_{\text{P}}(i) + t(i, j)$
ПОЗДНО	$t_{\text{ПН}}(ij) = t_{\text{П}}(j) - t(i, j)$	

$$t_{\text{P}}(j) = \max_i \{t_{\text{ПО}}(i)\}$$

$$t_{\text{П}}(i) = \min_j \{t_{\text{ПН}}\}$$

$$R_{ij} = t_{\text{ПО}}(ij) - t_{\text{ПН}}(ij) = t_{\text{P}}(i) - t_{\text{П}}(j) - t(i, j)$$



Табличный способ



2.Расчет параметров в обратном ходе	Вершины	i	j	1.Расчет параметров в прямом ходе
$t_{\Pi}(1) = t_p(1) = 0$ $t_{\Pi}(i) = \min_j \{t_{\Pi\Pi}(i, j)\}$	i	$t_p(i) / t_{\Pi}(i)$	$t_{ij} / t_{po}(i, j)$	$t_{po}(i, j) = t_p(i) + t_{ij}$
$t_{\Pi\Pi}(i, j) = t_{\Pi}(j) - t_{ij}$	j	$t_{ij} / t_{\Pi\Pi}(i, j)$	$t_p(j) / t_{\Pi}(j)$	$t_p(j) = \max_i \{t_{po}(i, j)\}$ $t_p(n) = t_{\Pi}(n)$



Расположение значений параметров сетевого графика в таблице

Расчет параметров сетевого графика: прямой ход, проставляем $t(i, j)$



$i \backslash j$	1	2	3	4
1		1	5	
2			3	2
3				6
4				

Расчет параметров сетевого графика: прямой ход, определение $t_p(i)$ и $t_{po}(ij)$



$$\begin{aligned} t_{po}(1,3) &= \\ t_p(1) + t_{13} &= \\ &= 0 + 5 \end{aligned}$$

i \ j	1	2	3	4
1	0	1	5	
2		1	3	2
3			5	6
4				11

$$t_p(3) = \max\{t_{po}(1,3); t_{po}(2,3)\} = \max\{5; 4\} = 5$$

Расчет параметров сетевого графика: обратный ход, проставляем время выполнения работ



$j \backslash i$	1	2	3	4
1	0	1	5	
2	1	1	3	2
3	5	3	5	6
4		2	6	11



Расчет параметров сетевого графика: обратный ход, определяем $t_{\text{ПН}}(ij)$

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	0	1	5	
2	1	1	3	2
3	5	3	5	6
4		2	6	11

$$t_{\text{ПН}}(i,j) = t_{\text{П}}(j) - t_{ij};$$

$$t_{\text{ПН}}(3,4) = t_{\text{П}}(4) - t_{34} = 11 - 6 = 5$$



Расчет параметров сетевого графика: обратный ход, определяем $t_{\text{ПН}}(ij)$ и $t_{\text{П}}(j)$

$j \backslash i$	1	2	3	4
1	0	1	5	
2	1	1	3	2
3	5	3	5	6
4		2	6	11

$$t_{\text{П}}(i) = \min_j \{t_{\text{ПН}}(ij)\}; \quad t_{\text{П}}(2) = \min_{j=3,4} \{t_{\text{ПН}}(2,3); t_{\text{ПН}}(2,4)\} = \min(2; 9) = 2$$

Таблица параметров сетевого графика



i \ j	1	2	3	4
1	0 0	1 1	5 5	
2	1 1	1 2	3 4	2 3
3	5 0	3 2	5 5	6 11
4		2 9	6 5	11 11

Расчетные параметры сетевого графика



Работы	t_{ij}	V_{ij}	$t_{рн}$	$t_{ро}$	$t_{пн}$	$t_{по}$	R
1-2	1	5	0	1	1	2	1
1-3	5	10	0	5	0	5	0
2-3	3	5	1	4	2	5	1
2-4	2	8	1	3	9	11	8
3-4	6	10	5	11	5	11	0

V_{ij} - ИНТЕНСИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСА

Этап оптимизации сетевого графика



- Полученная таблица параметров сетевого графика используется для оптимизации использования ресурсов.
- Под оптимальным распределением ресурсов понимается такое размещение работ во времени, которое при заданной интенсивности потребления ресурсов обеспечило бы выполнение всего комплекса работ в минимальный срок.

Спасибо за внимание!