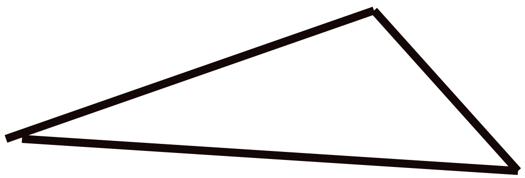
Треугольники

План урока

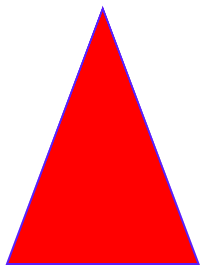
1. Повторение
- Виды треугольников
- Замечательные линии треугольника
- Свойства треугольников
- Соотношение сторон и углов треугольника
- Площадь треугольника
2. Решение задач .
3. Самостоятельная работа
4. Подведение итогов

Виды треугольников

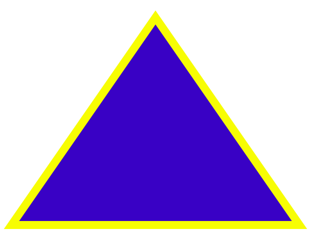
Произвольный треугольник



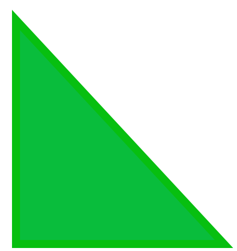
Равнобедренный треугольник



Равносторонний треугольник

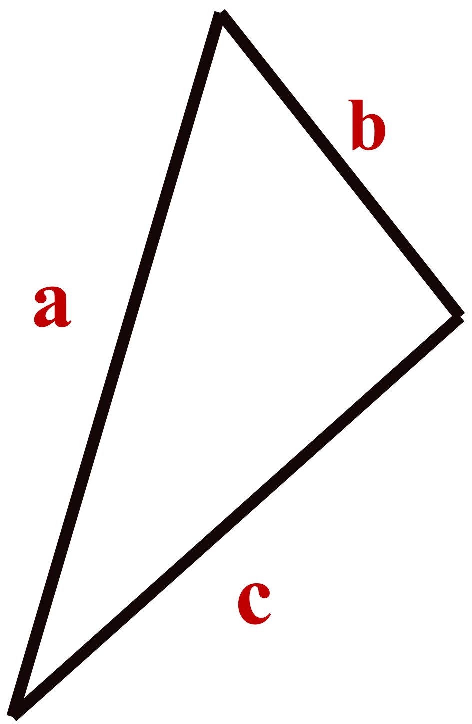


Прямоугольный треугольник



Свойства

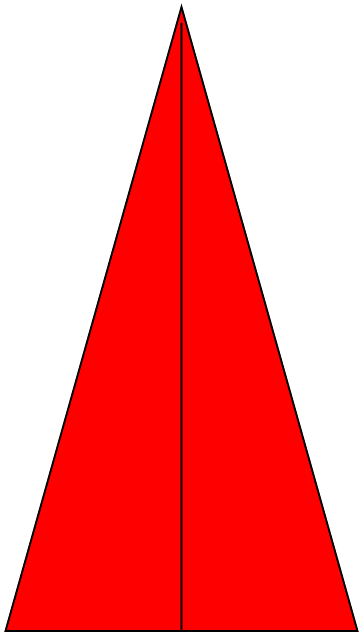
произвольный треугольника



- **Сумма углов треугольника** равна 180^{o}
- **Любая сторона треугольника** меньше суммы двух других сторон, но больше модуля их разности
- Против большей стороны в треугольнике лежит **больший угол.**
- **Внешний угол** треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним

Свойства

равнобедренного треугольника

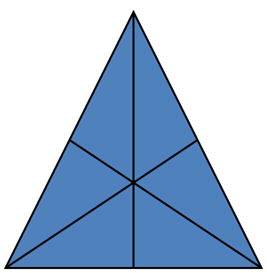


Треугольник, у которого две стороны равны называется **равнобедренным.**

Равные стороны называются боковыми сторонами, а третья сторона-основанием.

- Если треугольник- равнобедренный, то для него справедливы все следующие утверждения.
- Если для треугольника справедливо хотя бы одно из следующих утверждений, то он равнобедренный.
- Углы, прилежащие к одной из сторон (основанию) равны.
- Медиана, биссектриса и высота, проведенные к одной из сторон (основанию), совпадают.
- Треугольник имеет одну ось симметрии.

Свойства
равностороннего треугольника



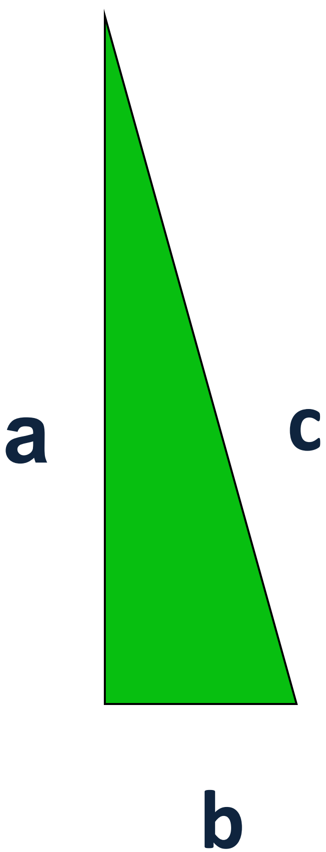
Треугольник, у которого три стороны равны, называется **равносторонним.**

Равносторонний треугольник называется также правильным треугольником

- Если треугольник- равносторонний, то для него справедливы все следующие утверждения.
- Если для треугольника справедливо хотя бы одно из следующих утверждений, то он равносторонний.
- Все углы равны.
- Каждая медиана совпадает с биссектрисой и высотой, проведенными из той же вершины.
- Центры вписанной и описанной окружностей *совпадают.*
- Треугольник обладает поворотной симметрией: *он* не изменяется при повороте на 120^{o}

.

Свойства
прямоугольного треугольника



Треугольник, у которого один угол прямой, называется **прямоугольным треугольником**.

Стороны, прилежащие к прямому углу называются **катетами,** а сторона, противолежащая прямому углу-**гипотенуза**

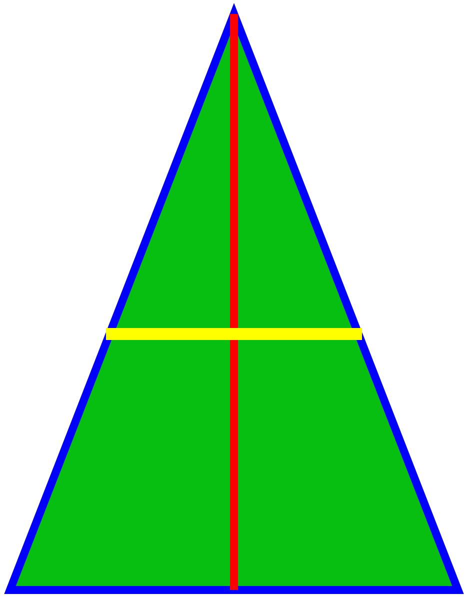
.

Теорема Пифагора

Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.

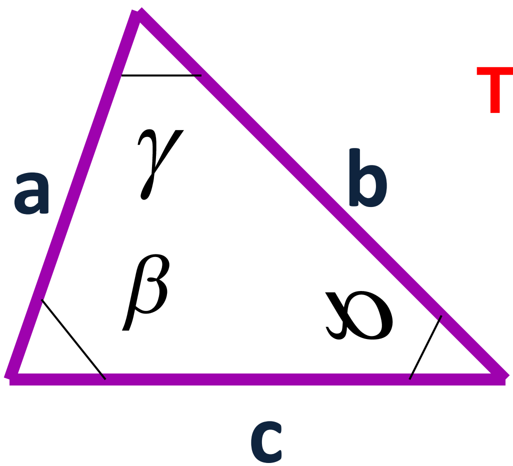
$$a^2+b^2=c^2$$

Замечательные линии треугольника



- **Высота-**перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противолежащую сторону треугольника.
- **Биссектриса-** отрезок, который соединяет вершину треугольника с точкой на противолежащей стороне и делит внутренний угол пополам.
- **Медиана**- отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны.
- **Средняя линия** -отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.
- **Серединный перпендикуляр** -прямая, перпендикулярная стороне треугольника и делящая ее пополам.

Решение треугольников



Теорема синусов

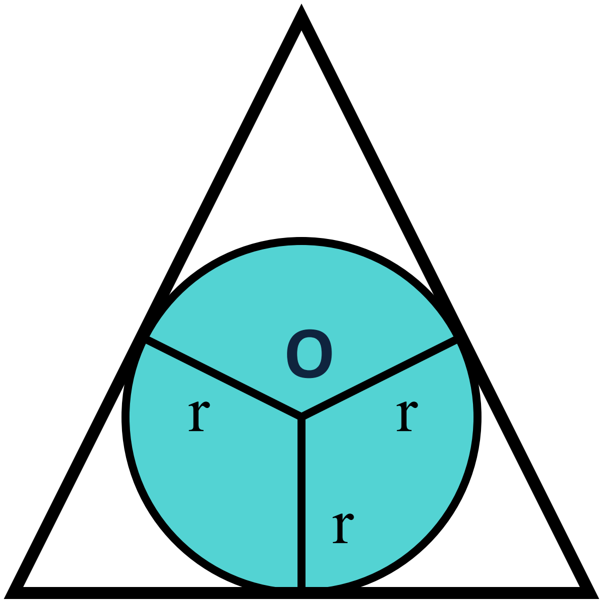
$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

Теорема косинусов

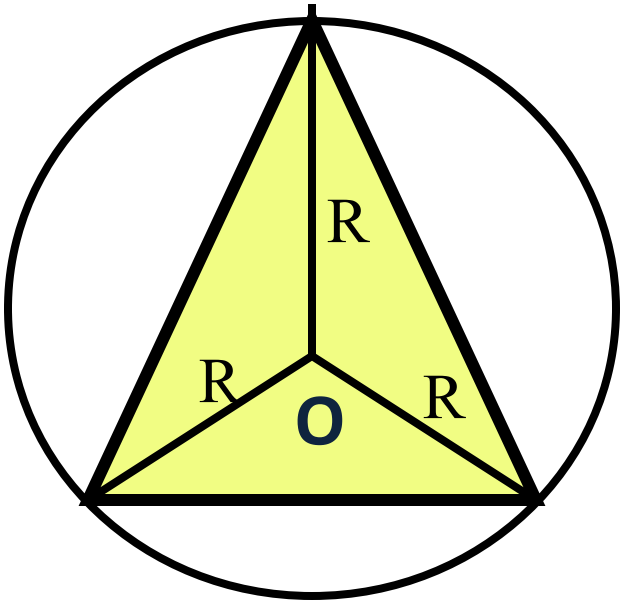
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$$

Окружность,

- **Вписанная в треугольник**



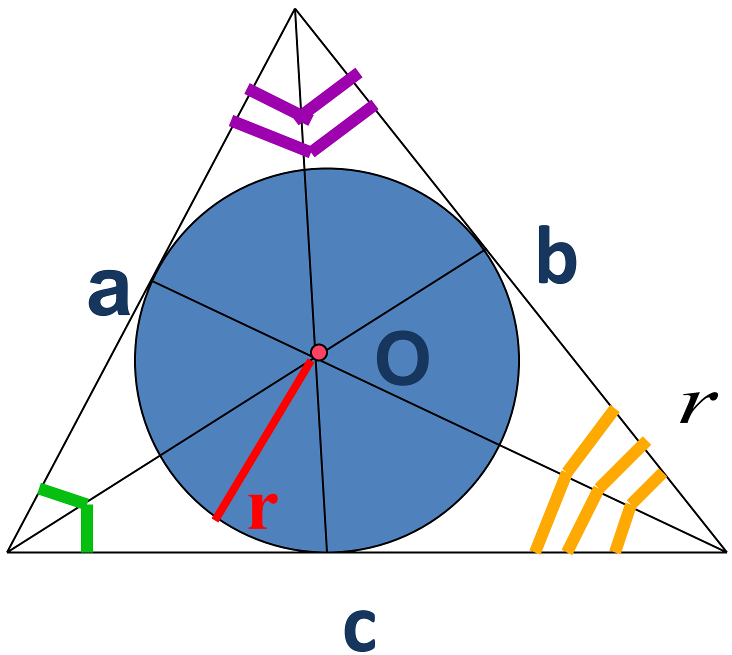
- **Описанная около треугольника**



Окружность, вписанная в треугольник

В любой треугольник можно вписать окружность.

Центр вписанной окружности- точка пересечения биссектрис.

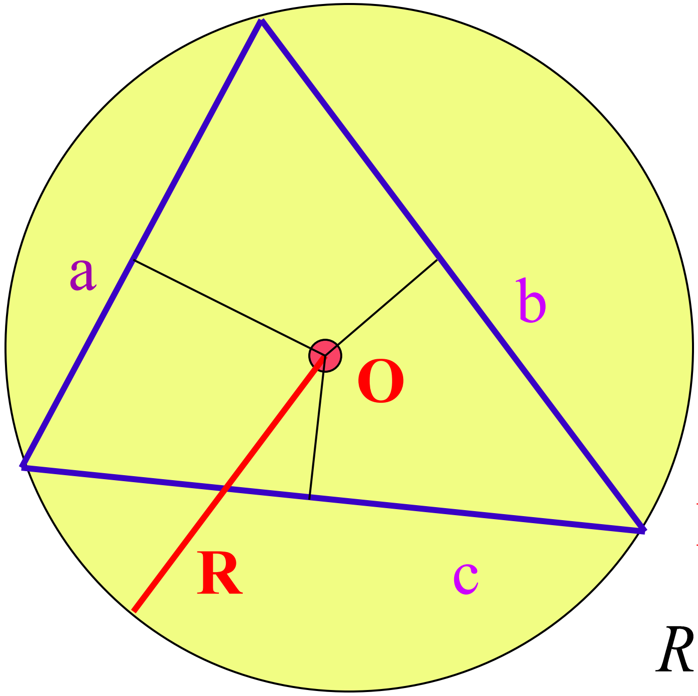


Радиус вписанной окружности **r**

$$r = \frac{S}{p}$$, где S-площадь треугольника

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$,p-полупериметр

Окружность, описанная около треугольника



Около любого треугольника можно **описать окружность**

Центр описанной окружности- точка пересечения серединных перпендикуляров.

Радиус описанной окружности

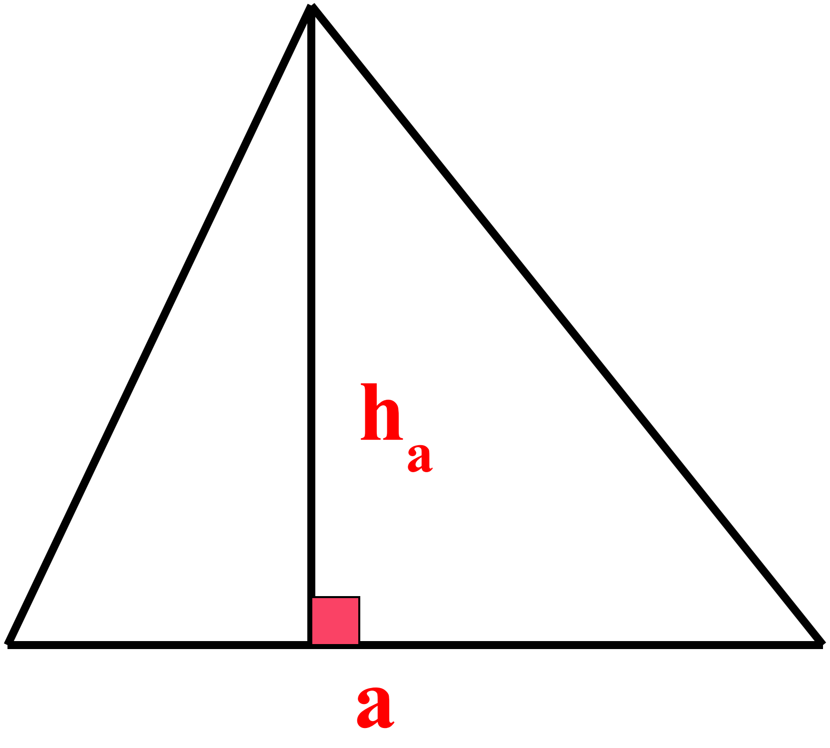
$$R = \frac{abc}{4S},$$

где S- площадь треугольника

Площадь треугольника

- *Через сторону и высоту.*
- *Через две стороны и угол между ними.*
- *Через три стороны.*
- *Через полупериметр и радиус вписанной окружности.*
- *Через произведение сторон и радиус описанной окружности.*

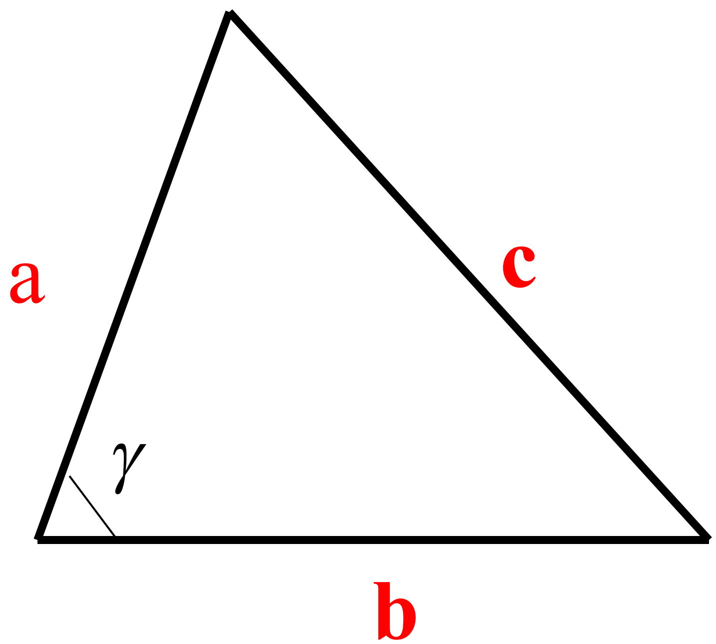
Площадь треугольника через сторону и высоту



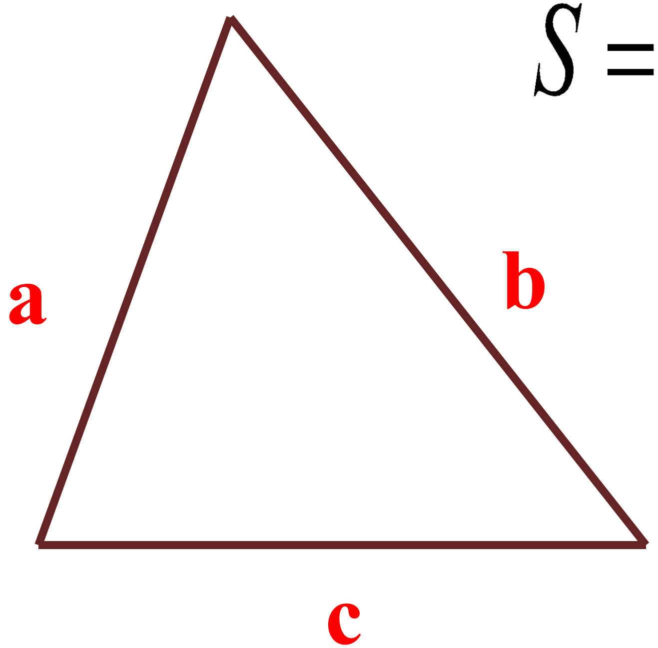
$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

Площадь треугольника через две стороны и угол меду ними

$$S = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$$



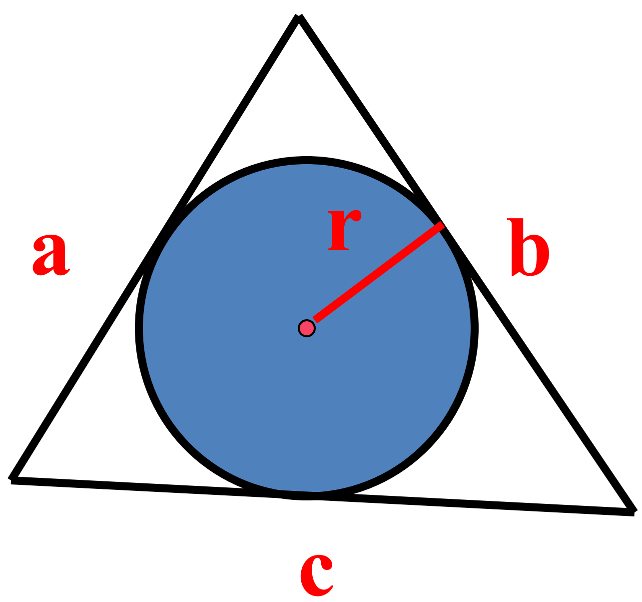
ФОРМУЛА ГЕРОНА



$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где $$p=\frac{a+b+c}{2}$$

Площадь треугольника
через полупериметр и радиус вписанной окружности



$$S = pr,$$

где $$p = \frac{a+b+c}{2}$$

РЕШЕНИЕ

- ЗАДАЧ

- <u>Задача №1</u>

У треугольника со сторонами 8см и 4 см проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к стороне 8 см, равна 3 см.Чему равна высота проведенная к стороне 4

Задача №2

Найдите меньшую высоту треугольника, у которого стороны равны 13 см,14 см,15 см,.

Задача №3

Найдите площадь равнобедренного треугольника, у которого боковые стороны равны 1 см, а угол между ними равен 30^0

Ответы:

Задача №1 **6 см.**

Задача №2 **11,2см**

Задача №3 **0,5 см**

Самостоятельная работа

1 вариант

Задача №1

Стороны треугольника равны 14см, 16см и 18см. Найдите площадь треугольника, а также радиусы вписанной и описанной окружности.

Ответ: $48\sqrt{5}см^2,\ 2\sqrt{5}см,\ \frac{21\sqrt{5}}{5}см.$

2 вариант

Задача №1

Стороны треугольника равны 8см, 10см,и 12см. Найдите площадь треугольника, а также радиусы описанной и вписанной окружности

Ответ: $15\sqrt{7}см^2,\ \frac{16\sqrt{7}}{7}см,\ \sqrt{7}см.$