

Дисциплина:

Теория электрических цепей





Лекция №17

**Тема: «ОСНОВЫ
СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ЦЕПЕЙ»**



Учебные вопросы

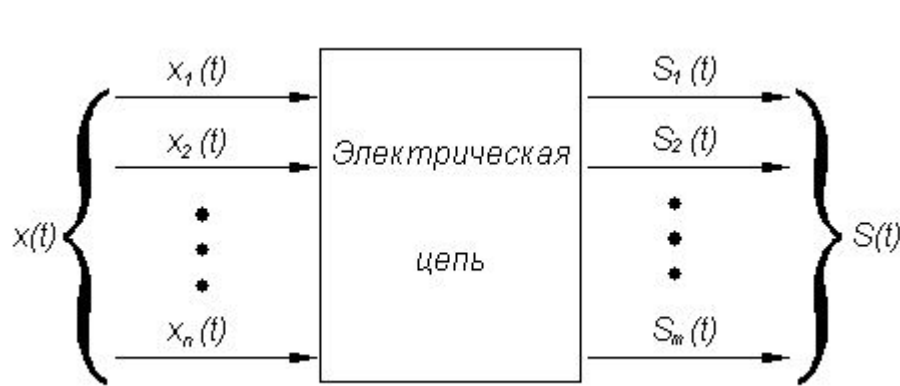
- 1. Постановка задачи и этапы синтеза.**
- 2. Условия физической реализуемости реактивных цепей.**
- 3. Задача реализации в синтезе электрических цепей. Синтез реактивных двухполюсников.**
- 4. Задача реализации в синтезе электрических цепей. Синтез четырехполюсников.**



Литература

- **1. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов спец. "Радиотехника".-М.: Высшая школа, 2007, с.504-529.**

Основные задачи теории цепей



$$x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}$$

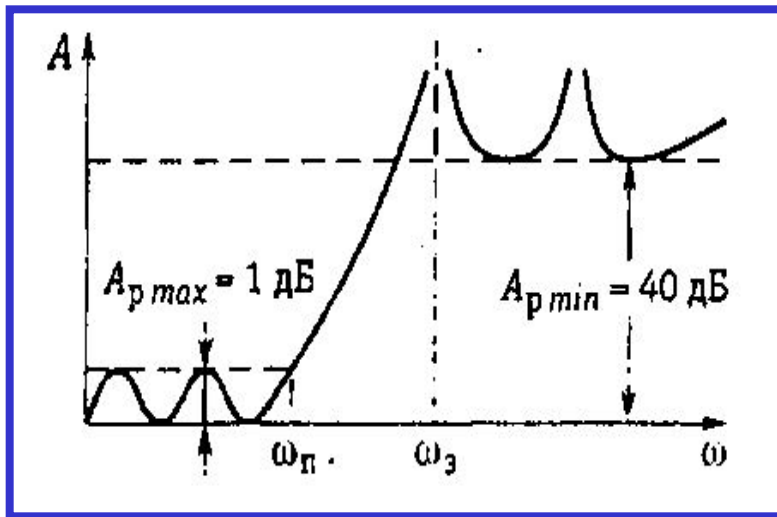
$$S(t) = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)\}$$

Задачи анализа цепи – это задачи, в которых по известным внешнему воздействию $x(t)$, конфигурации и параметрам цепи определяют реакцию цепи $S(t)$.

Задачи синтеза – это задачи, в которых требуется определить структуру и параметры цепи по заданной реакции цепи $S(t)$ на некоторое внешнее воздействие $x(t)$.

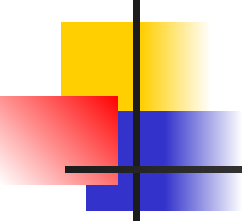
Содержание задачи синтеза электрических цепей -

создание устройств и систем, обладающих заданными свойствами



Линейные устройства систем передачи информации:

- электрические фильтры;
- корректоры линейных искажений;
- линии задержки и др.



```
graph TD; A[Требования к цепи при синтезе] --- B[Основные требования определяют целевое назначение цепи и предъявляются либо к временным, либо к частотным характеристикам]; A --- C[Дополнительные требования определяются условиями работы цепи];
```

Требования к цепи при синтезе

Основные требования определяют целевое назначение цепи и предъявляются либо к временным, либо к частотным характеристикам

Дополнительные требования определяются условиями работы цепи



Дополнительные требования к цепи:

- на массу и габариты;**
- чувствительность характеристик к изменению элементов,**
- температурную нестабильность,**
- элементный базис (например, в ряде случаев нежелательно применение катушек индуктивности),**
- требования простоты процесса настройки в условиях производства и т. д.**



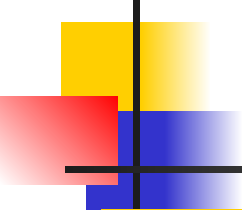
Задача синтеза разбивается на два этапа: задачу аппроксимации и задачу реализации

- 1. Решение задачи аппроксимации** заключается в нахождении такой функции, которая, с одной стороны, удовлетворяет поставленным требованиям, а с другой - удовлетворяет условиям физической реализуемости характеристик (временных или частотных) электрических цепей.
- 2. Решение задачи реализации** заключается в нахождении электрической цепи, временная или частотная характеристика которой совпадает с функцией, найденной в результате решения задачи аппроксимации.

Условия физической реализуемости передаточных функций:

$$H(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}$$

- 1. Полюсы передаточной функции (т.е. корни знаменателя) должны находиться в левой полуплоскости; отсутствуют полюсы в нуле и бесконечности.**
- 2. Степень полинома числителя не должна превышать степени полинома знаменателя.**



Всякому ли выражению $Z(p)$ можно сопоставить реальный, т.е. физически осуществимый двухполюсник ???

Функция $Z(p)$ должна отвечать свойствам входного сопротивления реактивных двухполюсников:

- 1. Быть дробно-рациональной с вещественными коэффициентами и степенями числителя и знаменателя, отличающимися не более чем на единицу .**
- 2. Нули и полюсы этой функции должны чередоваться на мнимой оси плоскости p .**

Идея любого метода синтеза двухполюсников заключается:

в том, чтобы найти способ разложения заданной операторной функции на более простые функции, по которым уже легко восстановить схему.

ПРИМЕР

$$Z(p) = \frac{a_1 p + a_0}{b_1 p}$$

$$Z(p) = \frac{a_1}{b_1} + \frac{1}{p(b_1/a_0)}$$

ВЫВОД: соответствующая схема состоит из последовательного соединения резистора a_1/b_1 и емкости b_1/a_0 .

Из свойств реактивных двухполюсников следует:

Идеальные LC-двухполюсники не могут рассеивать энергию, поэтому при $p = j\omega$ вещественная часть функции сопротивления и проводимости равна нулю

$$\operatorname{Re}[Z(j\omega)] = 0; \quad \operatorname{Re}[Y(j\omega)] = 0.$$

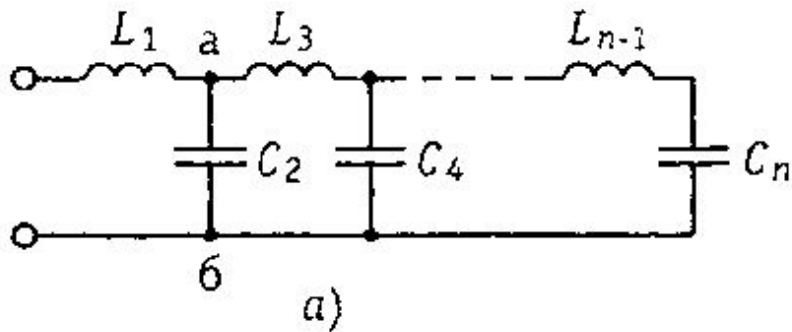
$$Z(p) = \frac{H(p - j\omega_1)(p + j\omega_1)(p - j\omega_3)(p + j\omega_3) \dots (p - j\omega_{2n-1})(p + j\omega_{2n-1})}{p(p - j\omega_2)(p + j\omega_2)(p - j\omega_4)(p + j\omega_4) \dots (p - j\omega_{2n-2})(p + j\omega_{2n-2})}$$

$$Z(p) = \frac{H(p^2 + \omega_1^2)(p^2 + \omega_3^2) \dots (p^2 + \omega_{2n-1}^2)}{p(p^2 + \omega_2^2)(p^2 + \omega_4^2) \dots (p^2 + \omega_{2n-2}^2)}$$

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots < \omega_{2n-2} < \omega_{2n-1}$$

Если заданная функция $Z(p)$ обладает свойствами входного сопротивления реактивных двухполюсников, то говорят, что она удовлетворяет условиям физической реализуемости.

Содержание метода Кауэра



$$Z(p) = pL_1 + \frac{1}{pC_2 + \frac{1}{pL_3 + \frac{1}{pC_4 + 1/\dots}}}$$

Катушка индуктивности L_1 соединена последовательно с остальной частью схемы, поэтому $Z(p) = pL_1 + Z_2(p)$. Оставшаяся справа от катушки часть схемы представляет собой параллельное соединение конденсатора и части схемы правее точек $a - b$. Поэтому $Y_2(p) = \underline{1/Z_2(p)} = pC_2 + Y_3(p)$.

Синтез двухполюсников по первой схеме Кауэра состоит в разложении заданной функции $Z(p)$ в лестничную дробь. Коэффициенты при p являются значениями элементов схемы.

Пример использования метода Кауэра

Пусть дано выражение:

$$Z(p) = \frac{10^6 \cdot p^3 + 1,5 \cdot 10^{14} p}{p^4 + 2 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16}}$$

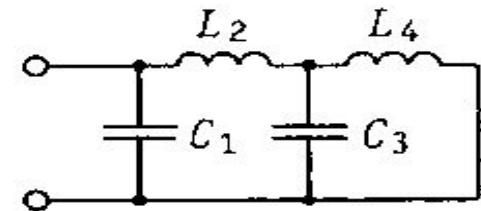
$$1) \quad \begin{array}{r} p^4 + 2 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \\ - \quad p^4 + 1,5 \cdot 10^8 p^2 \\ \hline 0,5 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 10^6 p^3 + 1,5 \cdot 10^{14} p \\ \hline 10^{-6} p \end{array} \right.$$

$$2) \quad \begin{array}{r} 10^6 p^3 + 1,5 \cdot 10^{14} p \\ - \quad 10^6 p^3 + 1,02 \cdot 10^{14} p \\ \hline 0,48 \cdot 10^{14} p \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 0,5 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \\ \hline 2 \cdot 10^{-2} p \end{array} \right.$$

$$3) \quad \begin{array}{r} 0,5 \cdot 10^8 p^2 + 0,51 \cdot 10^{16} \\ - \quad 0,5 \cdot 10^8 p^2 \\ \hline 0,51 \cdot 10^{16} \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 0,48 \cdot 10^{14} p \\ \hline 1,04 \cdot 10^{-6} p \end{array} \right.$$

$$4) \quad \begin{array}{r} 0,48 \cdot 10^{14} p \\ - \quad 0,48 \cdot 10^{14} p \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 0,51 \cdot 10^{16} \\ \hline 0,94 \cdot 10^{-2} p \end{array} \right.$$

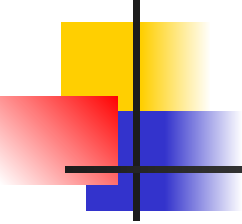
$$Z(p) = \frac{1}{10^{-6} p + \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} p + \frac{1}{1,04 \cdot 10^{-6} p + 1/0,94 \cdot 10^{-2} p}}}$$



$$C_1 = 1,0 \text{ мкФ}; L_2 = 20 \text{ мГн}; C_3 = 1,04 \text{ мкФ}; L_4 = 9,4 \text{ мГн}.$$

Алгоритм определения операторной передаточной функции по квадрату ее модуля

1. В выражении $|H(j\omega)|^2$ выполняем замену $\omega = -jr$.
2. Находим все нули и полюсы функции $|H(p)|^2$, половина из которых принадлежит функции $H(p)$. Полюсы, лежащие в левой полуплоскости относим к $H(p)$.
3. Распределение нулей функции $|H(p)|^2$ между $H(p)$ и $H(-p)$ не может быть выполнено однозначно. Если на ФЧХ никаких ограничений не накладывается, то обычно и нули выбирают в левой полуплоскости.
4. Постоянный множитель функции $H(p)$ равен квадратному корню из постоянного множителя функции $|H(p)|^2$.



Пример. Определить операторную передаточную функцию, если квадрат ее модуля имеет вид

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{\omega^4 + 25\omega^2 + 144}{\omega^4 + 61\omega^2 + 900}$$

1. Записываем $|H(p)|^2$ путем замены $\omega = -jp$ в выражении для $|H(j\omega)|^2$

$$|H(p)|^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{p^4 - 25p^2 + 144}{p^4 - 61p^2 + 900}$$

2. Находим нули и полюсы $|H(p)|^2$:

$p_{01} = 3, \quad p_{02} = -3, \quad p_{03} = 4, \quad p_{04} = -4$ - нули,
 $p_5 = 5, \quad p_6 = -5, \quad p_7 = 6, \quad p_8 = -6$ - полюсы.

Пример. Определить операторную передаточную функцию, если квадрат ее модуля имеет вид

Функция $H(p)$ будет иметь полюсы p_6 и p_8 , так как они находятся в левой полуплоскости.

3. Что касается нулей, то возможны следующие сочетания:

p_{01} и p_{03} , p_{01} и p_{04} , p_{02} и p_{03} , p_{02} и p_{04}

4. Постоянный множитель $H = 5/2$.

Запишем передаточную функцию для второго возможного сочетания нулей

$$H(p) = \frac{5}{2} \cdot \frac{(p - p_{01})(p - p_{04})}{(p - p_6)(p - p_8)} = \frac{5}{2} \cdot \frac{(p - 3)(p + 4)}{(p + 5)(p + 6)}$$