

Математический турнир  
между профильными  
10 а и 11 а классами.  
тема: «Логарифмы»

учитель математики МОУ СОШ №40 г.  
Твери: Крылова Н.В.  
Тверь 2011г.

# Повторяем теорию

## Определение логарифма

Логарифмом положительного числа  $a$  по основанию  $b$ , где  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ , называется показатель степени, в которую надо возвести число  $b$ , чтобы получить  $a$ .

$$\log_b a = x, \text{ если } b^x = a$$

где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ .

### Теорема:

Если  $\log_a x_1 = \log_a x_2$  где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$ ,  
то  $x_1 = x_2$ .

# Свойства логарифма

Пусть  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ,  $r$  – любое действительное число.

Тогда справедливы формулы:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c,$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,$$

$$\log_a b^r = r \log_a b,$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b,$$

$$a^{\log_a b} = b,$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a},$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a},$$

# Решение уравнений по определению логарифма

$$\log_2(x - 4) = 3$$

по определению  $\log$   
 $x - 4 = 2^3$

$$x - 4 = 8$$

$$x = 12$$

Ответ:  $x=12$

# Решение уравнений методом потенцирования

$$\log_3(x+9) = \log_3(2x-3)$$

$$x+9 = 2x-3$$

$$2x-x = 9+3$$

$$x = 12$$

$$x = 12 \in OOU$$

*OOU*:

$$\begin{cases} x+9 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -9 \\ x > 1\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x > 1\frac{1}{2}$$

Ответ:  $x=12$

# Решение уравнений методом логарифмирования

$$x^{\log_3 x} = 81$$

$$OOU : x > 0$$

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 81$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 x = 4$$

$$(\log_3 x)^2 = 4$$

$$\log_3 x = 2 \quad \text{или} \quad \log_3 x = -2$$

$$x = 9$$

Ответ:

$$x_1 = 9, x_2 = \frac{1}{9}$$

$$x = \frac{1}{9}$$

## Командам

предлагаются задания на 4 и 5 баллов.

Задания написаны на карточках.

Для каждого класса свой набор заданий.

Выполненное задание сдается на проверку, после этого берется другое задание и опять решается.

Цель: верно решить наибольшее количество заданий.



## Задания на 4

Выч**балла**ли решить  
уравнения:

$$\text{№1 } 1 + \log_{\sqrt{3}} x = \log_3(6 - 7x)$$

$$\text{№2 } \log_5(x - 8)^2 = 2 + 2\log_5(x - 2)$$

$$\text{№3 } 3\log_8(x - 2) = \log_2 \sqrt{2x - 1}$$

$$\text{№4 } \log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$$

$$\text{№5 } \log_{13} \log_3 \log_2(x^2 + 2) = 0$$

$$\text{№6 } \log_6^2 x + \log_{\sqrt{6}} x = \log_{0.5} 2$$

$$\text{№7 } 2x^2 + 5^{\log_5 x} = 25^{\log_5 \sqrt{10}}$$

$$\text{№8 } \log_{x-2}(x - 4) - \log_{x-2}(7 - x) = 0$$

$$\text{№9 } \log_{9x^2}(6 + 2x - x^2) = \frac{1}{2}$$

$$\text{№10 } \begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 3y = \log_2 144 - \log_2 9 \end{cases}$$

$$\text{№11 } \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$$

$$\text{№12 } \log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 3\frac{2}{3}$$

$$\text{№13 } \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$$

$$\text{№14 } \log_3^2 x - 15\log_{27} x + 6 = 0$$



# Задания на 5

## баџлов

уравнения:

$$\text{№1 } \log_{3x+7}(5x+3) = 2 - \log_{5x+3}(3x+7)$$

$$\text{№2 } \log_3(27^{x+1} - 77 \cdot 9^x - 3^{x+2}) = 2x$$

$$\text{№3 } \log_7(x-1) \cdot \log_5(x-1) = \log_7 5$$

$$\text{№4 } \log_3(x-2) - \log_9(x^2 - 10x + 25) = \log_3 2$$

$$\text{№5 } \log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$$

$$\text{№6 } \log_{0.5} x \cdot \log_5 x = 9 \cdot \log_5 0.5$$

$$\text{№7 } \log_{x+1}(x-0.5) = \log_{x-0.5}(x+1)$$

$$\text{№8 } \log_2(2^x - 7) = 3 - x$$

$$\text{№9 } 2 \log_7(x-2) = -2 + \log_7(x-10)^2$$

$$\text{№10 } \log_3(3^x - 8) = 2 - x$$

$$\text{№11 } \log_7(7^{-x} + 6) = 1 + x$$

$$\text{№12 } (x^2 - 7x + 10) \cdot (\log_{\frac{x}{2}} 8x + 1) = 0$$

$$\text{№13 } (2x^2 - 5x + 2) \cdot (\log_{2x} 18x + 1) = 0$$

$$\text{№14 } \begin{cases} xy = 16 \\ x^{\log_2 y} = 8 \end{cases}$$

$$\text{№15 } \begin{cases} \log_y x = 2 \\ x^{\lg y} = 100 \end{cases}$$

$$\text{№16 } x^{\log_3 x+1} = 9$$

## Болельщики

решают задания на 1 и 2 балла.

Все задания написаны на доске.

После того, как проверено верное решение, задание с доски стирается и его решение больше на проверку не принимается.



# Задания на 1

Вычи**балл**ли решить

уравнения:

№1  $4^{\log_{16} 25}$

№2  $9^{\log_3 4}$

№3  $\log_{\frac{1}{5}} 125$

№4  $10^{2+\lg 2}$

№5  $x^2 + 2 \cdot 3^{\log_3 x} - 3 = 0$

№6  $\log_2 \left(\frac{35}{9}\right) + 2 \log_2 6 - \log_2 35$

№7  $\log_4 (x^2 + 7) = 2$

№8  $\log_2 (4x + 19) = 4$

№9  $\log_2 (3 + x) = 7$

№10  $\log_7 (x + 9) = \log_7 (2x - 9)$

№11  $\log_8 (7 - x) = 2 \log_8 3$

№12  $\log_4 (8 - 5x) = 2 \log_4 3$

№13  $\log_8 (x + 6) = \log_8 (3x - 8)$

№14  $\log_5 (-3 - x) = 2$

№15  $\log_{\frac{1}{2}} (12 - 4x) = -4$

№16  $\log_3 (8 - 10x) = -2$

№17  $\log_3 (5 - x) = 2 \log_3 5$

№18  $\log_7 (-5 + x) = 3$

№19  $\log_2 (18 - 6x) = 4 \log_2 3$

№20  $8^{\log_{64} 4}$

№21  $\log_4 \log_9 81$

№22  $\frac{\log_9 2}{\log_{81} 2}$

№23  $\log_5 7 \cdot \log_7 25$

№24  $\log_{0.3} 10 - \log_{0.3} 3$

№25  $5^{3+\log_5 2}$

№26  $8^{\log_2 9}$

№27  $25^{\log_5 6}$

№28  $64^{\log_8 27}$

## Задания на 2

Вычи**балла**ти решить  
уравнения:

$$\text{№1 } \log_8(2^3\sqrt{2})$$

$$\text{№2 } \log_a(a^2 \cdot \sqrt{a})$$

$$\text{№3 } \log_3 \log_2 \log_2 x = 0$$

$$\text{№4 } \log_2(x^2 - 5x + 6) = 1$$

$$\text{№5 } 4^{\log_2(x-2)} = 9$$

$$\text{№6 } \log_2(4^x - 2) = x$$

$$\text{№7 } \log_{x-1} 16 = 2$$

$$\text{№8 } x^2 - 4^{\log_4 x+1} - 5 = 0$$

$$\text{№9 } \log_8(x^2 + 15) - 1 + \log_8 x$$

$$\text{№10 } \ln(x^3 + 6x) = \ln 5x^2$$

$$\text{№11 } \lg(3 - x) - \lg(x + 2) = 2 \lg 2$$

$$\text{№12 } \log_3(x + 10) - \log_3(x - 14) = 2$$

$$\text{№13 } \log_3(6 + 7x) = \log_3(1 - x) + 1$$

$$\text{№14 } \log_2(8 + x) = \log_2(2 - 5x) + 2$$

$$\text{№15 } \log_2(x^2 + 5x) = \log_2(x^2 + 5)$$

$$\text{№16 } \log_3(x^2 + 5x) = \log_3(x^2 - 11)$$



Команды готовятся к началу турнира ; капитаны выбирают



Педагогам пришлось проверить решения всех участников

# Болельщики и члены команд старались решить все задания



Время пролетело незаметно,  
равнодушных наблюдателей  
в кабинете не оказалось,  
каждый старался внести свой  
вклад в общий результат  
команды.