

# 1. Значения тригонометрических функций.

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$								
$\cos \alpha$								
$\operatorname{tg} \alpha$								
$\operatorname{ctg} \alpha$								

# 1. Значения тригонометрических функций.

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$								
$\operatorname{tg} \alpha$								
$\operatorname{ctg} \alpha$								

# 1. Значения тригонометрических функций.

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$								
$\operatorname{ctg} \alpha$								

## 1. Значения тригонометрических функций.

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$								

## 1. Значения тригонометрических функций.

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0	-

# Решение тригонометрических уравнений.

## 2. Простейшие тригонометрические уравнения:

1.  $\sin x = a,$
2.  $\cos x = a,$
3.  $\operatorname{tg} x = a,$
4.  $\operatorname{ctg} x = a,$

# Решение тригонометрических уравнений.

## 2. Простейшие тригонометрические уравнения:

1.  $\sin x = a, \quad x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad |a| \leq 1.$
2.  $\cos x = a,$
3.  $\operatorname{tg} x = a,$
4.  $\operatorname{ctg} x = a,$



# Решение тригонометрических уравнений.

## 2. Простейшие тригонометрические уравнения:

1.  $\sin x = a, \quad x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad |a| \leq 1.$

2.  $\cos x = a, \quad x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad |a| \leq 1.$

3.  $\operatorname{tg} x = a,$

4.  $\operatorname{ctg} x = a,$



# Решение тригонометрических уравнений.

## 2. Простейшие тригонометрические уравнения:

1.  $\sin x = a,$      $x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n,$      $n \in \mathbb{Z}$      $|a| \leq 1.$
2.  $\cos x = a,$      $x = \pm \arccos a + 2\pi n,$      $n \in \mathbb{Z}$      $|a| \leq 1.$
3.  $\operatorname{tg} x = a,$      $x = \operatorname{arctg} a + \pi n,$      $n \in \mathbb{Z}$      $a \in \mathbb{R}.$
4.  $\operatorname{ctg} x = a,$

# Решение тригонометрических уравнений.

## 2. Простейшие тригонометрические уравнения:

1.  $\sin x = a,$      $x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n,$      $n \in Z$      $|a| \leq 1.$
2.  $\cos x = a,$      $x = \pm \arccos a + 2\pi n,$      $n \in Z$      $|a| \leq 1.$
3.  $\operatorname{tg} x = a,$      $x = \operatorname{arctg} a + \pi n,$      $n \in Z$      $a \in \mathbb{R}.$
4.  $\operatorname{ctg} x = a,$      $x = \operatorname{arctg} a + \pi n,$      $n \in Z$      $a \in \mathbb{R}.$

### 3. Частные случаи ( $a=0$ , $a=1$ , $a=-1$ )

$$\begin{aligned}\sin x &= 0, \\ \sin x &= 1, \\ \sin x &= -1,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos x &= 0, \\ \cos x &= 1, \\ \cos x &= -1,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{Tg} x &= 0, \\ \operatorname{Ctg} x &= 0,\end{aligned}$$

### 3. Частные случаи ( $a=0$ , $a=1$ , $a=-1$ )

$$\sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1, x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1, x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0,$$

$$\cos x = 1,$$

$$\cos x = -1,$$

$$\operatorname{Tg} x = 0,$$

$$\operatorname{Ctg} x = 0,$$

### 3. Частные случаи ( $a=0$ , $a=1$ , $a=-1$ )

$$\sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1, x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1, x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0, x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1, x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{Tg} x = 0,$$

$$\operatorname{Ctg} x = 0,$$

### 3. Частные случаи ( $a=0$ , $a=1$ , $a=-1$ )

$$\sin x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1, x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1, x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0, x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1, x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{Tg} x = 0, x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{Ctg} x = 0, x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$$



## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$$

## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha =$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

$$\operatorname{ctg} \alpha =$$

## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$$

## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 / \cos^2 \alpha$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha =$$

## 4. Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 / \cos^2 \alpha$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 / \sin^2 \alpha$$

## 5. Формулы суммы и разности аргументов.

$$\sin (x \pm y) =$$



## 5. Формулы суммы и разности аргументов.

$$\sin (x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos (x \pm y) =$$

## 5. Формулы суммы и разности аргументов.

$$\sin (x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos (x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\operatorname{tg} (x \pm y) =$$

## 5. Формулы суммы и разности аргументов.

$$\sin (x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos (x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$$

$$\operatorname{tg} (x \pm y) = ( \operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y ) / ( 1 \mp \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y )$$

## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha =$$

$$\sin 3\alpha =$$

$$\cos 3\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha =$$

## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha =$$

$$\sin 3\alpha =$$

$$\cos 3\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha =$$

## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha =$$

$$\sin 3\alpha =$$

$$\cos 3\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha =$$

## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha / (1 - \operatorname{tg}^2\alpha)$$

$$\sin 3\alpha =$$

$$\cos 3\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha =$$



## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha / (1 - \operatorname{tg}^2\alpha)$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\cos 3\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha =$$

## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha / (1 - \operatorname{tg}^2\alpha)$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha =$$

## 6. Формулы двойного аргумента(тройного).

$$\sin 2 \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2 \alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha / (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

$$\sin 3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3 \alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3 \alpha = (3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha) / (1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

## 7. Формулы половинного аргумента или формулы понижения степени.

$$\sin^2 \alpha / 2 =$$

$$\cos^2 \alpha / 2 =$$

$$\operatorname{tg} \alpha / 2 =$$

## 7. Формулы половинного аргумента или формулы понижения степени.

$$\sin^2 \alpha / 2 = (1 - \cos \alpha) / 2$$

$$\cos^2 \alpha / 2 =$$

$$\operatorname{tg} \alpha / 2 =$$

## 7. Формулы половинного аргумента или формулы понижения степени.

$$\sin^2 \alpha / 2 = (1 - \cos \alpha) / 2$$

$$\cos^2 \alpha / 2 = (1 + \cos \alpha) / 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha / 2 =$$

## 7. Формулы половинного аргумента или формулы понижения степени.

$$\sin^2 \alpha / 2 = (1 - \cos \alpha) / 2$$

$$\cos^2 \alpha / 2 = (1 + \cos \alpha) / 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha / 2 = \sin \alpha / (1 + \cos \alpha) = (1 - \cos \alpha) / \sin \alpha$$

## 8. Формулы для преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение.

$$\sin x \pm \sin y =$$

$$\cos x + \cos y =$$

$$\cos x - \cos y =$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y =$$



## 8. Формулы для преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение.

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin (x \pm y)/2 \cdot \cos (x \mp y)/2$$

$$\cos x + \cos y =$$

$$\cos x - \cos y =$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y =$$

## 8. Формулы для преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение.

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin (x \pm y)/2 \cdot \cos (x \mp y)/2$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos (x+y)/2 \cdot \cos (x-y)/2$$

$$\cos x - \cos y =$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y =$$

## 8. Формулы для преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение.

$$\sin x \pm \sin y = 2\sin (x \pm y)/2 \cdot \cos (x \mp y)/2$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos (x+y)/2 \cdot \cos (x-y)/2$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin (x+y)/2 \cdot \sin (x-y)/2$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y =$$

## 8. Формулы для преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение.

$$\sin x \pm \sin y = 2\sin (x \pm y)/2 \cdot \cos (x \mp y)/2$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos (x+y)/2 \cdot \cos (x-y)/2$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin (x+y)/2 \cdot \sin (x-y)/2$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = (\sin (x \pm y)) / (\cos x \cdot \cos y)$$

## 9. Формулы приведения:

$$1) \begin{array}{l} \pi/2 \text{ и } 3\pi/2 \\ \pi \text{ и } 2\pi \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \right.$$

2) Знаки по четвертям:

$\sin \alpha$

$\cos \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$

## 9. Формулы приведения:

1)  $\begin{array}{l} \pi/2 \text{ и } 3\pi/2 \\ \pi \text{ и } 2\pi \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \text{функцию меняем} \\ \Rightarrow \end{array} \right.$

2) Знаки по четвертям:

$\sin \alpha$

$\cos \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$

## 9. Формулы приведения:

1)  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  |  $\Rightarrow$  функцию  
меняем  
 $\pi$  и  $2\pi$  |  $\Rightarrow$  функция  
остается

2) Знаки по четвертям:

$\sin \alpha$

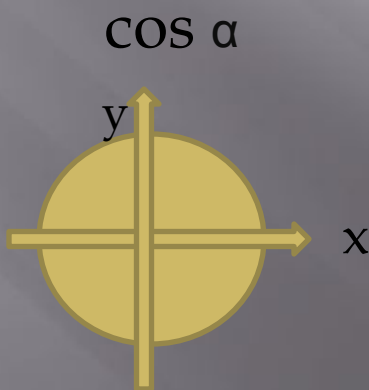
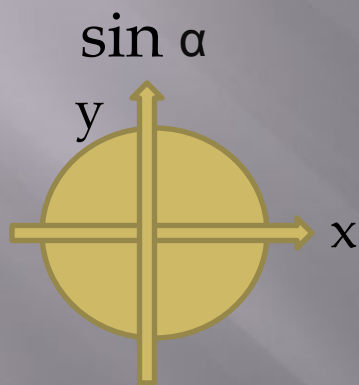
$\cos \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$

## 9. Формулы приведения:

1)  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  |  $\Rightarrow$  функцию меняем  
 $\pi$  и  $2\pi$  |  $\Rightarrow$  функция остается

2) Знаки по четвертям:

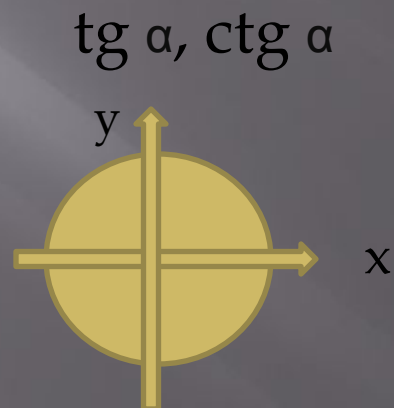
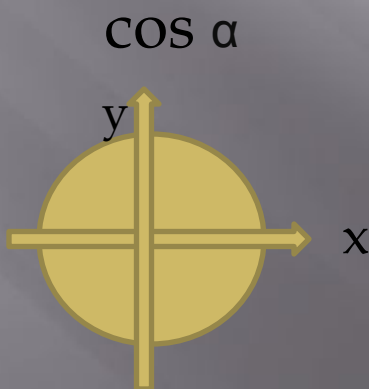
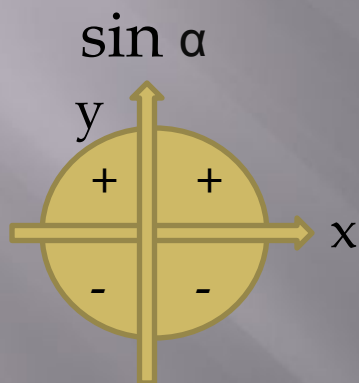




## 9. Формулы приведения:

1)  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  |  $\Rightarrow$  функцию меняем  
 $\pi$  и  $2\pi$  |  $\Rightarrow$  функция остается

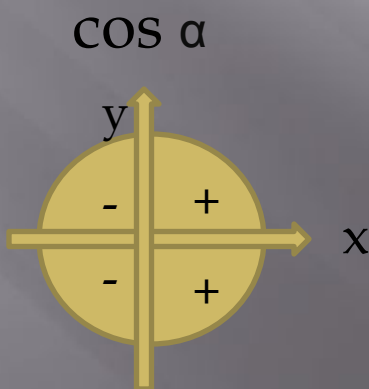
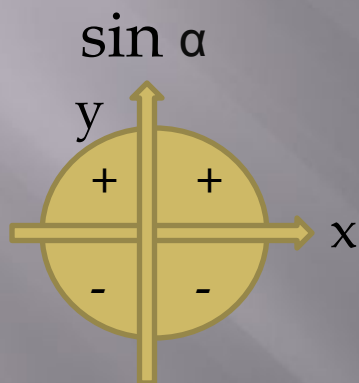
2) Знаки по четвертям:



## 9. Формулы приведения:

1)  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  |  $\Rightarrow$  функцию меняем  
 $\pi$  и  $2\pi$  |  $\Rightarrow$  функция остается

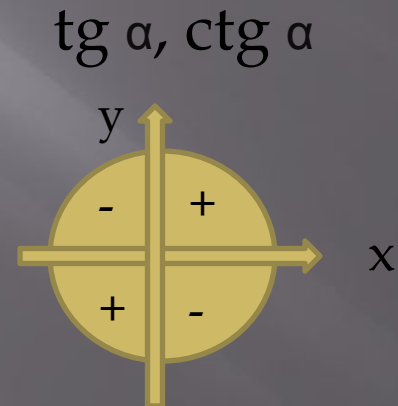
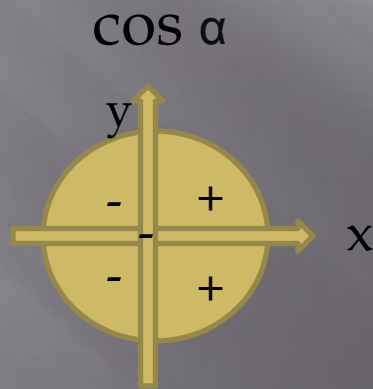
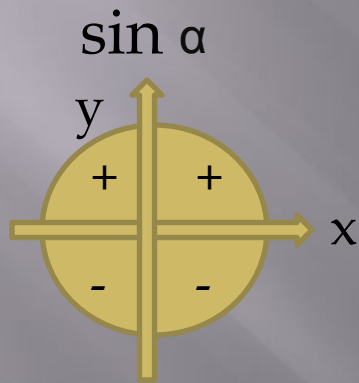
2) Знаки по четвертям:



## 9. Формулы приведения:

1)  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  |  $\Rightarrow$  функцию меняем  
 $\pi$  и  $2\pi$  |  $\Rightarrow$  функция остается

2) Знаки по четвертям:



# Способы решения тригонометрических уравнений.



Метод замены  
переменной



Однородные



Метод разложения  
на множители

# Способы решения тригонометрических уравнений.



Метод замены  
переменной



Однородные

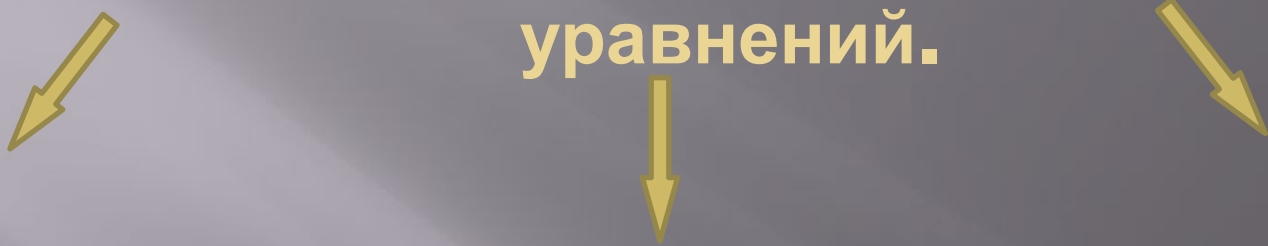


Метод разложения  
на множители

Пример:

- 1)  $2\sin^2x - 5\sin x + 2 = 0;$
- 2)  $\cos^2x - \sin^2x - \cos x = 0;$
- 3)  $\operatorname{tg} x/2 + 3\operatorname{ctg} x/2 = 4;$

# Способы решения тригонометрических уравнений.



Метод замены  
переменной

Пример:

- 1)  $2\sin^2x - 5\sin x + 2 = 0;$
- 2)  $\cos^2x - \sin^2x - \cos x = 0;$
- 3)  $\operatorname{tg} x/2 + 3\operatorname{ctg} x/2 = 4;$

Однородные

Метод разложения  
на множители

Пример:

- 1)  $(\sin x - 1/3) \cdot (\cos x + 2/5) = 0;$
- 2)  $2\sin x \cdot \cos 5x - \cos 5x = 0;$

# Способы решения тригонометрических уравнений.

Метод замены  
переменной

Пример:

- 1)  $2\sin^2x - 5\sin x + 2 = 0;$
- 2)  $\cos^2x - \sin^2x - \cos x = 0;$
- 3)  $\operatorname{tg} x/2 + 3\operatorname{ctg} x/2 = 4;$

1-ой степени

$$a \cdot \sin x \pm b \cdot \cos x = 0$$

- 1)  $2\sin x - 3\cos x = 0$
- 2)  $\sin 2x + \cos 2x = 0$

Однородные

2-ой степени

$$a \cdot \sin^2x + b \cdot \sin x \cdot \cos x + c \cdot \cos^2x = 0$$

- 1)  $\sin^2x - 3\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2x = 0$
- 2)  $\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \cos^2x = 0$
- 3)  $\sin^3x + \sin^2x \cdot \cos x - 3\sin x \cdot \cos^2x - 3\cos^3x = 0$
- 4)  $3\sin^2 3x - 2\sqrt{3} \sin 3x \cdot \cos 3x + 5\cos^2 3x = 2$

Метод разложения  
на множители

Пример:

- 1)  $(\sin x - 1/3) \cdot (\cos x + 2/5) = 0;$
- 2)  $2\sin x \cdot \cos 5x - \cos 5x = 0;$